Tạp chí Tin học và Điều khiển học T 12, S 2 (1996) (52 - 56)

KHÁI NIỆM VỀ MÔ HÌNH LOGIC ĐỐI XỨNG HỆ THỐNG MIỀN ĐẶC TÍNH

PHAN CHÍ VÂN

In this paper the author exposes the concept on the system of characteristic regions which are the set of the elements are the same certain qualities. The author also exposes the concepts of symmetric logical model and the isomorphism between them. These concepts are the enlargement of the concepts on symmetric logical schema and the isomorphism between them

I. HỆ THỐNG MIỀN PHÂN HOẠCH, HỆ THỐNG MIỀN ĐẶC TÍNH

Đối với khái niệm về sơ đồ, lược đồ logic đối xứng (SĐ, LĐLGĐX) đã được giới thiệu [2] một cách tự nhiên đã hình thành khái niệmk hệ thống miền phân hoạch. Cụ thể là: khi xây dựng các sơ đồ, lược đồ logic đối xứng việc hình thành các khái niệm trên không gian cơ sở E chính là sự hình thành các miền phân hoạch trên E: một định nghiã luôn luôn sinh ra hai miền phân hoạch (hai khái niệm) bù nhau. Vậy nếu có n định nghiã sẽ sinh ra 2^n miền phân hoạch (2^n khái niệm) chồng chất trên E và từng cặp bù nhau. Quan hệ giữa 2^n miền phân hoạch với nhau gồm 4 loại: bằng, lồng giao và rời.

Từng cặp miền phân hoạch bù nhau, sẽ rời nhau, và hợp của chúng lấp đầy không gian cớ sở E.

Vậy ta có thể quan niệm 2^n miền phân hoạch (với n cặp bù nhau) sẽ phủ lên không gian cơ sở E n lớp (n tầng).

Với quan niệm như thế mỗi điểm của không gian cơ sở E đều được phủ lên đúng n miền phân hoạch, nghĩa là mỗi điểm của không gian E đều luôn luôn thuộc tương giao đúng n miền phân hoạch nào đó trong 2^n miền phân hoạch đã hình thành.

Dựa trên các nhận xét đó sẽ hình thành khái niệm về hệ thống miền đặc tính như sau:

Định nghiã 1. Tập hợp các điểm của không gian cơ sở E thuộc tương giao n miền phân hoạch như nhau, được gọi là một miền đặc tính của không gian cơ sở E. Hệ thống các miền như thế được gọi là hệ thống các miền đặc tính hình thành trên không gian cơ sở E.

Đặc điểm của hệ thống miền đặc tính này là:

Các miền đặc tính luôn luôn rời nhau và hợp toàn bộ chúng sẽ lấp đầy toàn không gian cơ sở E. Điều này có nghiã: mỗi phân tử của không gian cơ sở E sẽ luôn luôn thuộc và chỉ thuộc một miền đặc tính duy nhất là tương giao của đúng n miền phân hoạch nào đó trong 2^n miền phân hoạch đã hình thành. Tính chất của một miền đặc tính chính là tính chất đặc trưng cho tất cả các phân tử thuộc miền đặc tính ấy.

Để làm sáng tỏ hơn khái niệm về miền đặc tính, ta mô tả khái niệm này bằng ngôn ngữ logic như sau:

Xét hệ thống khái niệm:

$$\begin{aligned}\Pi &= \{...P_i(a), \overline{P}_i(a)...\},\ i = 1,2,...,n \\ &= \{...\alpha_l(a).........\},\ l = 1,2,...,2n,\ a \in E\end{aligned}$$

Trong biểu diễn TRI THỨC TOÁN [2,3] thường người ta chỉ quan tâm tới các dạng quan hệ $P_i \longrightarrow P_j$ hay $P_i \longrightarrow P_j$ nghiã là quan tâm tới các mệnh đề $(\forall a)\ [\overline{P}_i(a) \vee P_j(a)]$ hay $(\exists a)\ [P_i(a) \wedge \overline{P}_j(a)]$. Trong biểu diễn TRI THỨC TỰ NHIÊN, ngoài những mệnh đề trên, người ta còn quan tâm tới các mệnh đề dạng

$$(\exists a)\ [\bigwedge_{l=1}^{k} \alpha_l(a)],\quad k = 3,4,...,n.$$

Đặt $\alpha_i^* = \{a|\alpha_i(a)\}$ và $\beta_i^* = \{a|\beta_i(a)\}$ $\beta_i(a)$ có vai trò tương tự như $\alpha_i(a)$, $i = 1,2,...,2n$. α_i^*, β_i^* là các ngoại diện của các khái niệm $\alpha_i(a), \beta_i(a)$.

Đặt

$$\Gamma_l = \{a|a \in \bigcap_{i=1}^{n} \alpha_i^*\},\quad \Gamma = \{a|a \in \bigcap_{i=1}^{n} \beta_i^*\}.$$

Khi ấy theo định nghiã trên Γ_l, Γ_m là các miền đặttính được xác định duy nhất lần lượt bởi các hệ α_i^* và β_i^* $(i = 1,2,...,n)$ trong đó không kể đến thứ tự của α_i^*, β_i^* đối với phép tính tương giao. Nghiã là

$$\begin{aligned}\Gamma_l = \Gamma_m &\ \text{ nếu } (\forall i)\ [\alpha_i^* = \beta_i^*] \\ \Gamma_l \neq \Gamma_m &\ \text{ nếu } (\exists i)\ [\alpha_i^* \neq \beta_i^*].\end{aligned}$$

Số tập $\Gamma_l \neq \emptyset$ được gọi là số miền đặc tính thực sự của hệ các khái niệm trong Π_n được kí hiệu là $\gamma(n)$.

Ở đây có sự đánh giá $2 \leq \gamma(n) \leq 2^n$ $(n \geq 1)$ Giá trị đích thực của $\gamma(n)$ phụ thuộc vào cấu trúc của mô hình logic đối xứng M_n tương ứng, mà khái niệm này được trình bày cụ thể ở phần II dưới đây.

II. KHÁI NIỆM MÔ HÌNH LÔGIC ĐỐI XỨNG

Xét một hệ các khái niệm

$$\Pi_n = \{...P_i(a), \overline{P}_i(a)...\}$$
$$= \{....\alpha_l(a).....\},\ a \in E,$$
$$i = 1, 2, ..., n. l = 1, 2, ..., 2n.$$

Các khái niệm $\alpha_1(a),\ \alpha_2(a), ..., \alpha_k(a) \in \pi_n,\ k \leq n$ gọi là có quan hệ giao bậc k nếu

$$Q_k :\ (\exists a)\ [\bigwedge_{l=1}^{k} \alpha_l(a)] \text{ hay } \bigcap_{l=1}^{k} \alpha_l^*\ k = 2, 3, ..., n,$$

với $\alpha_l^* = \{a|\alpha_l(a)\}$ và quy ước viết $\bigcap_{l=1}^{k} \alpha_l^* \neq \emptyset \leftrightarrow \bigcap_{l=1}^{k} \alpha_l^*$. ($\bigcap_{l=1}^{k}$ là quan hệ ương giao thực sự của k tập).

Đặt M_n là tập các quan hệ hai ngôi đặc thù q_i bằng, lồng, giao, rời ($i = 1, 2, 3, 4$) và các quan hệ Q_k là quan hệ giao bậc k giữa các khái niệm $\alpha_l(a) \in \Pi_n,\ k = 3, 4, ..., n;\ l = 1, 2, ..., 2n$.

Định nghiã 2. Mô hình logic đối xứng của $2n$ khái niệm $\{...P_i(a), \overline{P}_i(a)...\},\ i = 1, 2, ..., n$ là hệ $\Pi_n, M_n\}$ được viết gọn lại thành $M(\Pi_n)$ hay M_n.

Để thực hiện được các quan hệ hai ngôi và nhiều ngôi trong MHLGĐX, ta sử dụng khái niệm ảnh của MHLGĐX được định nghiã như sau:

Định nghiã 3. Ảnh của MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ là họ các miền giá trị (ảnh) của ánh xạ $\varphi :\ \Pi_n \to \mathcal{P}(E)$ thỏa mãn các điều kiện (với $l, m = 1, 2, ..., 2^n$):

1. $\varphi(\alpha_m) = E - \varphi(\alpha_l) = \overline{(}\alpha_l)$ với $\alpha_l = p_i,\ \alpha_m = \overline{P}_i$
2. $(\forall a)[\alpha_l(a) \to \alpha_m(a)]$ tương đương $\varphi(\alpha_l) \subset \varphi(\alpha_m)$
3. $(\exists a)[\bigwedge_{l=1}^{k} \alpha(l)]$ tương đương $\varphi(\alpha_l) \cap \varphi(\alpha_m)$
4. $(\exists a)[\bigwedge_{l=1}^{k} \alpha_l(a)]$ tương đương $\bigcap_{l=1}^{k} \varphi(\alpha_l),\ k = 3, 4, ..., n.$

Từ đó suy ra có các sự tương đương về quan hệ giữa các khái niệm thuộc Π_n với giữa các tập thuộc ảnh $\mathcal{P}(E)$ của MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ như sau:

Quan hệ giữa các khái niệm thuộc Π_n	**Quan hệ giữa các tập thuộc ảnh $\mathcal{P}(E)$**
$q_1 :\ (\forall a)[P_i(a) \leftrightarrow P_j(a)]$ t.đương	$\varphi(P_i) = \varphi(P_j)$ (bằng)
$q_2 :\ (\forall a)[\overline{P}_i(a) \vee (\exists a)[\overline{P}_j(a) \wedge P_j(a)]$ t.đương	$\varphi(P_i) = \varphi(P_j) \wedge \varphi(P_j) \not\subset \varphi(P_i)$ (lồng)
$q_3 :\ (\exists a)[P_i(a) \wedge \overline{P}_j(a)] \wedge [\overline{P}_i(a) \wedge P_j(a)]$ t.đương	$\varphi(P_i) \not\subset \varphi(P_j) \wedge (P_j) \not\subset \varphi(P_i)$
$\wedge(\exists a)[P_i(a) \wedge P_j(a)]$	$\wedge\varphi(P_i) \cap \varphi(P_j)$ (giao)
$q_4 :\ (\forall a)[\overline{P}_i(a) \vee \overline{P}_j(a)]$ tương đương	$\varphi(P_i) \cap \varphi(P_j)$ (rời)
$Q_k :\ (\exists a)[\bigwedge_{l=1}^{k} \alpha_l(a)]$ tương đương	$\cap_{l=a}^{k}\varphi(\alpha_l)$ (giao bậc k)

Như thế, khái niệm ảnh của MHLGĐX đã phản ánh được mọi quan hệ hai ngôi và nhiều ngôi của chính MHLGĐX đó.

Trong khi ấy các khái niệm về đồ thị và bằng quan hệ chỉ phản ánh được bằng các quan hệ hai ngôi, do vậy đối với MHLGĐX không có khái niệm về đồ thịvà bằng quan hệ của chúng, mà chỉ có các khái niệm về đồ thị và bảng quan hệ của MHLGĐX tương ứng (là đồ thị và bảng quan hệ chung cho một lớp các MHLGĐX có cùng một LĐLG ĐX $\{\Pi_n, L_n\}$ nào đó).

Mục tiêu của bài báo này là xác định hệ thống miền đặc tính của hệ các khái niệm nào đó. Điều này liên quan tới khái niệm đẳng cấu giữa các MHLGĐX được giới thiệu ở phần III dưới đây.

III. SỰ ĐẲNG CẤU GIỮA CÁC MÔ HÌNH LOGIC ĐỐI XỨNG

Định nghiã 4. Hai MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ và $\{\Pi'_n, M'_n\}$ được gọi là đẳng cấu, nếu tồn tại một song ánh $\theta : \Pi_n \to \Pi'_n$ sao cho các ảnh của chúng đẳng cấu, nghiã là có các hệ thức tương đương sau

$$q_1: \quad \varphi(\alpha_l) = \varphi(\alpha_m) \quad \leftrightarrow \quad \varphi(\alpha'_l) = \varphi(\alpha'_m).$$

$$q_2: \quad \varphi(\alpha_l) \subset \varphi(\alpha_m) \wedge \varphi(\alpha_m) \not\subset \varphi(\alpha_l) \quad \leftrightarrow \quad \varphi(\alpha'_l) \subset \varphi(\alpha'_m) \wedge \varphi(\alpha'_m) \not\subset \varphi(\alpha'_l).$$

$$q_3: \quad \varphi(\alpha_l) \cap \varphi(\alpha_m) \wedge \varphi(\alpha_l) \not\subset \varphi(\alpha_m)\varphi(\alpha_m) \not\subset \varphi(\alpha_l) \quad \varphi(\alpha'_l) \cap \varphi(\alpha'_m) \wedge \varphi(\alpha'_l) \not\subset \varphi(\alpha'_m) \wedge \varphi(\alpha'_m) \not\subset \varphi(\alpha'_l).$$

$$q_4: \quad \varphi(\alpha_l) \cap \varphi(\alpha_m) \quad \leftrightarrow \quad \varphi(\alpha'_l) \cap \varphi(\alpha'_m)$$

$$Q_k: \bigcap_{l=1}^{k} \varphi(\alpha_l),\ k = 3, 4, ..., n \leftrightarrow \bigcap_{l=1}^{k} \varphi(\alpha'_l),\ k = 3, 4, ..., n,$$

trong đó $\alpha'_l = \theta(\alpha'_l)$, $\alpha'_m = \theta(\alpha_m)$. Với định nghiã trên sự đẳng cấu giữa các MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ xuất phát từ sự đẳng cấu giữa các MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ và bổ xung thêm các điều kiện Q_k. Do vậy sự đẳng cấu giữa các MHLGĐX chặt hơn so với sự đẳng cấu giữa các LĐLGĐX tương ứng, nghiã là: nếu hai MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ và $\Pi'_n, M'_n\}$ đẳng cấu thì chắc chắn hai LĐLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ và $\{\Pi'_n, M'_n\}$ cũng đẳng cấu, nhưng thực sự không có điều ngược lại.

Chính vì vậy có được sự tổng quát sau: sự đẳng cấu giữa các LĐLGĐX $\{\Pi_n, L_n\}$ nào đấy chưa đủ bảo toàn hệ thống các miền đặc tính hình thành trên ảnh của $\{\Pi_n, M_n\}$

nhưng sự đẳng cấu giữa MHLGĐX $\{\Pi_n, M_n\}$ tương ứng, chắc chắn bảo vệ hệ thống các miền đặc tính đó.

Như thế vấn đề tìm hệ thống miền đặc tính của một hệ thống các khái niệm liên quan tới một bài toán về sự đẳng cấu giữa các MHLGĐX tương ứng.

Việc giải bài toán về sự đẳng cấu giữa các MHLGĐX, thực chất lại được đưa về giải liên tiếp các bài toán về sự đẳng cấu giữa các LĐLGĐX nào đó, nên vấn đề tìm hệ thống miền đặc tính cũng lại được đưa về việc thành lập liên tiếp các LĐLGĐX tương ứng. Điều này sẽ được minh hoạ cụ thể trong các bài báo tiếp theo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phan Chí Vân, Luận án: "Sơ đồ, lược đồ logic đối xứng và ứng dụng". Trường đại học bách khoa Hà nội 1993.
2. Phan Chí Vân, *Khái niệm logic đối xứng*, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, Tập I, số 3, 1991.
3. Phan Chí Vân, *Ứng dụng của lược đồ logic đối xứng*, Tạp chí Tin học và Điều khiển học, Tập I, số 4, 1991.

Đại học Bách khoa Hà nội,

Nhận ngày 20, 1, 1996.