Tạp chí Tin học và Điều khiển học, T.17, S.2 (2001), 56-64

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP SUY LUẬN NỘI SUY TUYẾN TÍNH TRÊN MÔ HÌNH MỜ ĐA ĐIỀU KIỆN

NGUYỄN HẢI CHÂU

Abstract. In this paper we present some new calculating methods on multi-condition fuzzy models based on interpolative reasoning.

Tóm tắt. Trong bài báo này chúng tôi trình bày một số phương pháp lập luận mờ dựa vào nội suy trên các mô hình mờ đa điều kiện.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong các nghiên cứu về lập luận mờ, các mệnh đề có dạng IF–THEN với các mô tả ngôn ngữ thường được dùng để mô phỏng một quá trình thực chẳng hạn mô tả mối quan hệ giữa các đại lượng vật lý. Các phương pháp suy luận mờ tỏ ra rất hiệu quả trong các bài toán có cấu trúc toán học yếu, các bài toán chỉ chú ý tới các đại lượng đầu vào - đầu ra hoặc các bài toán nếu áp dụng các phương pháp giải cổ điển sẽ rất phức tạp. Đã có nhiều phương pháp tính toán trên mô hình mờ được nghiên cứu và cho thấy hiệu quả trong việc giải các bài toán có liên quan đến các lĩnh vực như điều khiển đầu vào - đầu ra, hỗ trợ ra quyết định, nhận dạng,... Có thể kể đến các phương pháp tính toán trên mô hình mờ của Mamdani, Kiszka, Cao và Kandel [11], Shi và Mizumoto [10]. Trong [11], Cao và Kandel trên cơ sở phát triển tư tưởng của Kiszka đã đưa ra các tính toán trên mô hình mờ dựa vào 72 toán tử kéo theo và xây dựng các quan hệ mờ trên cơ sở hàm thuộc của các tập mờ. Tuy nhiên, phương pháp tính toán của Cao và Kandel sẽ gặp phải sai số lớn khi mô hình mờ có ít điều kiện (ví dụ chỉ có 1 hoặc 2 mệnh đề IF–THEN) hoặc mô hình mờ rời rạc (sparse fuzzy models). Chính vì vậy Shi và Mizumoto [10] đã sử dụng phương pháp nội suy tuyến tính để tính toán trên mô hình mờ rời rạc. Tuy nhiên phương pháp này chỉ áp dụng được cho các mô hình có các hàm thuộc của các tập mờ trong mô hình thỏa mãn một số điều kiện về khoảng cách.

Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một số phương pháp tính toán mới trên mô hình mờ dựa trên suy luận nội suy, có thể áp dụng cho các mô hình (không nhất thiết rời rạc) với điều kiện ràng buộc đơn giản hơn và có phương pháp tính toán đơn giản. Trước hết chúng ta định nghĩa một số khái niệm về khoảng cách để làm cơ sở cho phép nội suy.

2. KHOẢNG CÁCH GIỮA CÁC ĐẠI LƯỢNG MỜ

Giả sử chúng ta có mô hình mờ mô tả quan hệ giữa dòng điện I với tốc độ quay N của một mô tơ EX1 [11]:

if	I = Null	then	N = Very_Large	
if	I = Zero	then	N = Large	
if	I = Small	then	N = Medium	(M 2.1)
if	I = Medium	then	N = Small	
if	I = Large	then	N = Zero	
if	I = Very_Large	then	N = Zero	

trong đó Null, Zero,... là các khái niệm mờ mô tả mức độ mạnh/yếu của dòng I và tốc độ quay nhanh/chậm của mô tơ. Các khái niệm này có thể được mô tả bằng các tập mờ hoặc bằng các phần tử trong đại số gia tử của một biến ngôn ngữ [5,6,8]. Bài này chỉ đề cập đến việc mô tả toán học các khái niệm trên bằng tập mờ. Khi nghiên cứu các mô hình mờ, chúng ta đều có một cảm nhận

về thứ tự của các mô tả ngôn ngữ như Null, Zero, Small... Chẳng hạn trong mô hình (M 2.1) ta sẽ hiểu rằng:
Đối với các mô tả dòng điện I: Null < Zero < Small < Medium < Large < Very_Large
Đối với các mô tả tốc độ quay N: Zero < Small < Medium < Large < Very_Large

Như vậy có thể xét đến khoảng cách của các khái niệm mờ nói trên bằng cách ánh xạ chúng vào một tập được sắp thứ tự. Trong bài này, để nghiên cứu thứ tự và khoảng cách giữa các tập mờ, chúng tôi đưa ra một số định nghĩa qui mỗi tập mờ về một đặc điểm đặc trưng trong tập vũ trụ của tập mờ đó. Bởi vậy ta giả thiết rằng tập mờ $A = \{(x, \mu_A(x)),\ x \in X\}$ được xây dựng trên tập vũ trụ X, trong đó X là một tập hữu hạn được sắp thứ tự và giả sử $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Sau đây chúng ta đưa ra một số định nghĩa làm cơ sở để định nghĩa khoảng cách giữa các tập mờ.

Định nghĩa 2.1. *Điểm đại diện của tập mờ*
Cho tập mờ $A = \{(x, \mu_A)),\ x \in X\}$. Điểm đại diện của A, ký hiệu r^A, được định nghĩa là giá trị trung bình cộng của các điểm $x \in X$ mà tại đó hàm $\mu_A(x)$ đạt giá trị cực đại, tức là

$$r^A = \Big(\sum_{k=1}^{m_1} x_{i_k}\Big)/m_1, \text{ trong đó } x_{i_k} \text{ thỏa mãn } \mu_A(x_{i_k}) = \max_{x\in X} \mu_A(x)\ \forall k = \overline{1, m_1}.$$

Định nghĩa 2.2. *Điểm đại diện mức α của tập mờ*
Giả sử $\alpha \in (0, 1]$. Điểm đại diện mức α của A, ký hiệu r^A_α, được định nghĩa là giá trị trung bình cộng của các điểm $x \in X$ thỏa mãn $\mu_A(x) = \alpha$, tức là

$$r^A_\alpha = \Big(\sum_{k=1}^{m_2} x_{i_k}\Big)/m_2, \text{ trong đó } x_{i_k} \text{ thỏa mãn } \mu_A(x_{i_k}) = \alpha\ \forall k = \overline{1, m_2}.$$

Định nghĩa 2.3. *Trọng tâm của tập mờ*
Trọng tâm của tập mờ $A = \{(x, \mu_A(x)),\ x \in X\}$, ký hiệu c^A, được định nghĩa như sau:

$$c^A = \Big(\sum_{i=1}^{n} x_i\, \mu_A(x_i)\Big)/\Big(\sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)\Big).$$

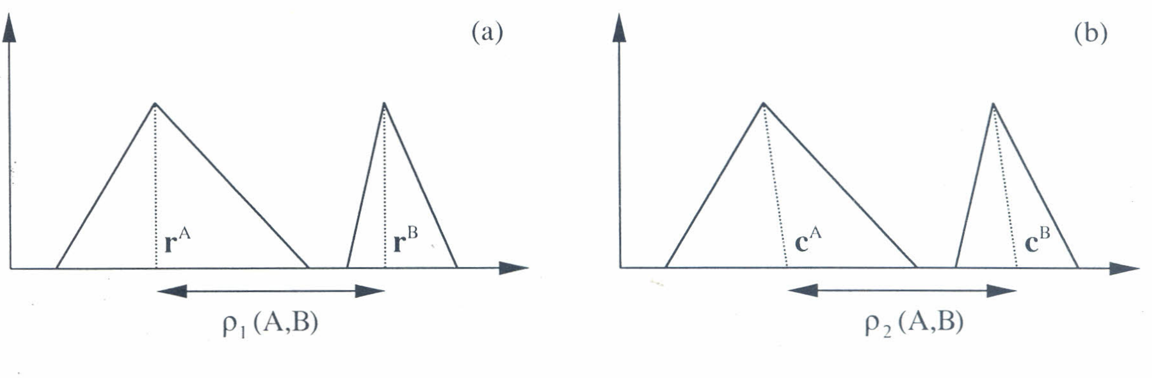
Định nghĩa 2.4. *Trọng tâm mức α của tập mờ*
Trọng tâm mức α của tập mờ $A = \{(x, \mu_A(x)),\ x \in X\}$, ký hiệu c^A_α, được định nghĩa như sau:

$$c^A_\alpha = \Big(\sum_{k=1}^{m_3} x_{i_k}\, \mu_A(x_{i_k})\Big)/\Big(\sum_{k=1}^{m_3} \mu_A(x_{i_k})\Big) \text{ với } \alpha \in (0, 1] \text{ và } x_{i_k} \text{ thỏa mãn } \mu_A(x_{i_k}) \geq \alpha\ \forall k = \overline{1, m_3}.$$

Căn cứ vào các định nghĩa nêu trên, chúng ta có thể định nghĩa khoảng cách giữa hai tập mờ theo một cách sau:

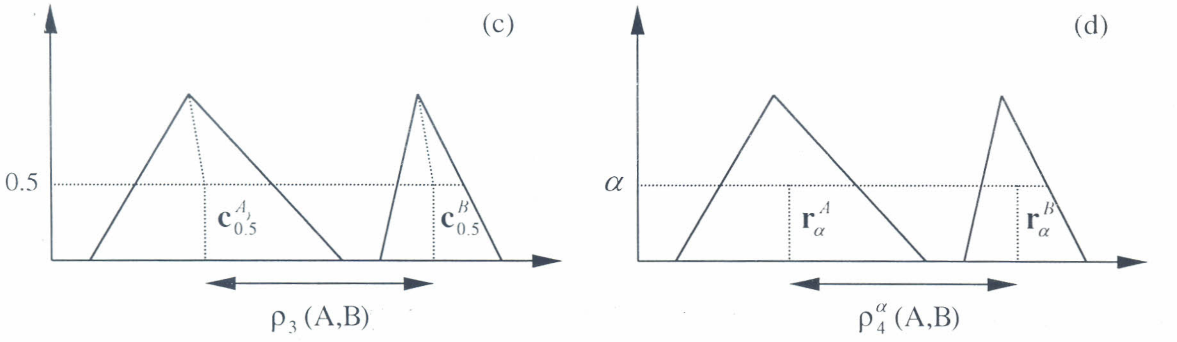
Định nghĩa 2.5. Khoảng cách ρ_1 giữa hai tập mờ là khoảng cách giữa 2 điểm đại diện:
$\rho_1(A, B) = |r^A - r^B|$ (hình (a)).

Định nghĩa 2.6. Khoảng cách ρ_2 giữa hai tập mờ là khoảng cách giữa 2 trọng tâm
$\rho_2(A, B) = |c^A - c^B|$ (hình (b)).



Định nghĩa 2.7. Khoảng cách ρ_3 giữa 2 tập mờ là khoảng cách giữa 2w trọng tâm mức 0.5
$\rho_3(A, B) = |c^A_{0,5} - c^B_{0,5}|$ (hình (c)).

Định nghĩa 2.8. Khoảng cách mức α giữa 2 tập mờ được định nghĩa bởi:
$\rho^{\alpha}_4(A, B) = |r^A_{\alpha} - r^B_{\alpha}|$ (hình (d)).



Sau đây chúng ta định nghĩa 2 phép toán trên tập mờ sẽ được sử dụng trong khi thực hiện phép nội suy:

1) Tổng của 2 tập mờ A và B, ký hiệu $A + B$, là tập mờ có hàm thuộc xác định như sau: $\mu_{A+B}(x) = (\mu_A(x) \underset{\sim}{+} \mu_B(x)) \wedge 1$, trong đó $\wedge$ là phép toán lấy min.

2) Cho $\lambda \in [0, 1]$. Tích của λ với một tập mờ A, ký hiệu λA, là một tập mờ có hàm thuộc tính xác định như sau: $\mu_{\lambda_A}(x) = \lambda.\mu_A(x)$.

Như vậy khi đã định nghĩa khoảng cách giữa các tập mờ và các phép toán cộng 2 tập mờ, nhân 1 số với 1 tập mờ, ta có thể giải bài toán lập luận mờ theo phương pháp nội suy như sau.

3. LẬP LUẬN TRÊN MÔ HÌNH MỜ DỰA VÀO PHÉP NỘI SUY

Giả sử chúng ta có mô hình mờ mô tả quan hệ giữa 2 biến vật lý X, Y như sau:

$$\begin{array}{llll} \text{if} & X = A_1 & \text{then} & Y = B_1 \\ \text{if} & X = A_2 & \text{then} & Y = B_2 \\ \cdots & & & \\ \text{if} & X = A_n & \text{then} & Y = B_n \end{array} \qquad \text{(M 2.2)}$$

Trong đó A_i, B_i tương ứng là các mô tả ngôn ngữ của X và Y như "rất lớn", "khá nhỏ", "rất nhanh"... Để giải bài toán (M 2.2), các đại lượng A_i, B_i sẽ được mô tả bằng toán học, sau đó áp dụng các phương pháp giải dựa trên các mô tả toán học này. Ta có thể mô tả toán học A_i và B_i bằng tập mờ thông qua hàm thuộc hoặc bằng các phần tử trong đại số gia tử của các biến ngôn ngữ X và Y tương ứng [5, 6, 8]. Chúng tôi sẽ sử dụng mô tả toán học bằng tập mờ của A_i, B_i để giải bài toán (M2.2) bằng các phương pháp nội suy được trình bày dưới đây.

Phương pháp 1. Với mỗi quan sát vào X (giả sử X được cho dưới dạng tập mờ) của mô hình mờ (M 2.2) (với giả thiết là $A_1 < A_2 < \cdots < A_n$, trong đó thứ tự của các A_i được hiểu là thứ tự của các điểm đại diện hoặc trọng tâm... tùy theo cách sử dụng khoảng cách), trước hết ta xác định X thuộc đoạn nào trong $\{[A_1, A_2], [A_2, A_3], \ldots, [A_{n-1}, A_n]\}$ bằng cách so sánh giá trị của điểm đại diện của X với giá trị các điểm đại diện của A_i (hoặc so sánh giá trị của trọng tâm, trọng tâm mức 0,5 tùy theo khoảng cách được sử dụng để tính toán).

Giả sử $A_i \le X \le A_{i+1}$. Khi đó ta tính hệ số λ bằng công thức:

$$\lambda = \frac{\rho(A_{i+1}, X)}{\rho(A_{i+1}, A_i)}.$$

Dễ dàng nhận thấy $\lambda \in [0, 1]$. Sử dụng công thức tính nội suy tuyến tính trên đoạn $[A_i, A_{i+1}]$, ta xác định tập mờ $\underset{\sim}{Y}$ tương ứng với X như sau:

$$\underset{\sim}{Y} = \lambda B_i + (1-\lambda) B_{i+1}, \qquad \text{(F 2.1)}$$

trong đó các phép toán trên tập mờ đã được nêu ở phần 2.

Khử mờ tập $\underset{\sim}{Y}$, ta thu được giá trị vật lý của Y ứng với quan sát vào X. Cách tính toán này có thể được áp dụng cho các loại khoảng cách ρ_1, ρ_2, ρ_3.

Đối với khoảng cách ρ_4^a, ta làm như sau:

Giả sử δ là một số thuộc đoạn $[0,1]$. Khi đó mỗi $\alpha \in [\delta, 1]$, ta xác định X thuộc vào đoạn nào trong $\{[A_1, A_2], [A_2, A_3], \ldots, [A_{n-1}, A_n]\}$ bằng cách so sánh các điểm đại diện mức α. Giả sử $A_i \le X \le A_{i+1}$ (so sánh theo giá trị điểm đại diện mức α). Khi đó ta tính:

$$\lambda_\alpha = \frac{\rho_\alpha(A_{i+1}, X)}{\rho_\alpha(A_{i+1}, A_i)}$$

và cũng dễ dàng thấy rằng $\lambda_\alpha \in [0,1]$. Tương ứng với λ_α, ta xác định tập mờ Y_a theo công thức:

$$\underset{\sim}{Y_a} = \lambda_\alpha B_i \underset{\sim}{+} (1-\lambda_\alpha) B_{i+1}. \qquad \text{(F 2.2)}$$

Sau đó khử mờ $\underset{\sim}{Y_a}$ ta thu được Y_α. Như vậy khi α biến đổi trong đoạn $[\delta, 1]$ chúng ta thu được tập hợp: $\underset{\sim}{Y} = \{(Y_\alpha, \alpha), \alpha \in [\delta, 1]\}$. Xem Y như một tập mờ và khử mờ ta tính được giá trị vật lý của Y. Trong bài này chúng tôi áp dụng một trong các phương pháp khử mờ là khử theo trọng tâm: $Y = \Big(\sum\limits_{\alpha\in[\delta,1]} \alpha Y_\alpha\Big) / \Big(\sum\limits_{\alpha\in[\delta,1]} \alpha\Big)$.

Việc sử dụng khoảng cách ρ_4^a có ý nghĩa là chúng ta đã mở rộng khoảng cách giữa hai tập mờ từ một số thành một tập mờ để tính toán. Trong phương pháp tính này, α không biến đổi trong toàn bộ đoạn [0, 1] vì các giá trị nhỏ của hàm thuộc không có nhiều ý nghĩa đối với tập mờ được mô tả bằng hàm thuộc đó (thông thường là các giá trị nhỏ hơn 0,5).

Phương pháp 2. Với mỗi quan sát vào X (giả sử X được cho dưới dạng tập mờ) của mô hình mờ dạng (M 2.2) trước hết ta xác định X thuộc đoạn nào trong $\{A_1, A_2], [A_2, A_3], \ldots, [A_{n-1}, A_n]\}$ bằng cách so sánh giá trị của điểm đại diện của x với các điểm đại diện của A_i (hoặc so sánh giá trị của trọng tâm, trọng tâm mức 0,5 tùy theo khoảng cách được sử dụng để tính toán).

Giả sử $A_i \le X \le A_{i+1}$. Khi đó ta tính λ theo công thức:

$$\lambda = \frac{\rho(A_{i+1}, X)}{\rho(A_{i+1}, A_i)}.$$

Như vậy ta có $\lambda \in [0, 1]$. Thực hiện phép nội suy tuyến tính trên đoạn $[A_i, A_{i+1}]$, ta xác định được giá trị vật lý của Y như sau:

$$Y = \lambda_\alpha^{B_i} + (1-\lambda) r_\alpha^{B_{i+1}}, \qquad \text{(F 2.3)}$$

Cách tính trên được áp dụng cho các khoảng cách ρ_1, ρ_2, ρ_3. Đối với khoảng cách ρ_4^a: với mỗi $\alpha \in [\delta, 1]$,ta xác định X thuộc đoạn nào trong $\{[A_1, A_2], [A_2, A_3], \ldots, [A_{n-1}, A_n]$ bằng cách so sánh giá trị các điểm đại diện mức α. Giả sử $A_i \le X \le A_{i+1}$ (so sánh theo điểm đại diện mức α). Khi đó ta tính:

$$\lambda_\alpha = \frac{\rho_\alpha(A_{i+1}, X)}{\rho_\alpha(A_{i+1}, A_i)}$$

và cũng dễ thấy rằng $\lambda_\alpha \in [0, 1]$. Tương ứng với λ_α, ta tính:

$$Y_\alpha = \lambda_\alpha r_\alpha^{B_i} + (1-\lambda) r_\alpha^{B_{i+1}}, \qquad \text{(F 2.4)}$$

Khi α biến đổi trong đoạn $[\delta, 1]$ chúng ta thu được tập hợp: $\underset{\sim}{Y} = \{(Y_\alpha, \alpha), \alpha \in [\delta, 1]\}$. Xem $\underset{\sim}{Y}$ như một tập mờ và khử mờ, ta tính được giá trị vật lý của Y. Trong bài này, áp dụng một trong các phương pháp khử mờ là khử mờ theo trọng tâm ta tính được: $Y = \Big(\sum\limits_{\alpha\in[\delta,1]} \alpha Y_\alpha\Big) / \Big(\sum\limits_{\alpha\in[\delta,1]} \alpha\Big)$.

Như vậy phương pháp 1 và phương pháp 2 chỉ khác nhau ở cách nội suy tuyến tính thể hiện trong các công thức (F 2.1) và (F 2.2), (F 2.3) và (F 2.4).

4. THUẬT TOÁN NỘI SUY VÀ SAI SỐ THUẬT TOÁN

4.1. Thuật toán nội suy

Trong phần này chúng tôi trình bày các thuật toán nội suy cho hai phương pháp tính nêu trên. Trong các thuật toán này, chúng tôi sử dụng các hàm phụ trợ sau:

1. $V(A, \rho, \alpha), \alpha \in [0,1]$ là hàm tính điểm đại diện mức α của tập mờ A. Hàm này cũng dùng để tính trọng tâm, trọng tâm mức 0,5 và điểm đại diện khi được gọi với tham số $\alpha = 1$ và khoảng cách ρ tương ứng.

2. $D(A, B, \rho, \alpha) = |V(A, \rho, \alpha) - V(B, \rho, \alpha)|$, trong đó $\alpha \in [0,1]$ là hàm tính khoảng cách mức α giữa hai tập mờ A, B. Khi tính khoảng cách sử dụng trọng tâm, trọng tâm mức 0,5 hoặc điểm đại diện thì ta gọi hàm với tham số $\alpha = 1$ và khoảng cách ρ tương ứng.

Vì các hàm thuộc của tập mờ thường được cho dưới dạng bảng (rời rạc) nên khi tính khoảng cách mức α giữa hai tập mờ xảy ra trường hợp: Tồn tại số α không trùng với bất kỳ giá trị nào của hàm thuộc một tập mờ - khi đó ta sẽ không tính được điểm đại diện mức α. Bởi vậy chúng tôi đưa vào một tham số ε với ý nghĩa như sau: nếu $|\mu_A(x_i) - \alpha| \leq \varepsilon$ thì $\mu_A(x_i)$ và α được xem là bằng nhau, trong đó $\mu_A(x)$ là hàm thuộc của tập mờ A, $\alpha \in [0,1]$.

Ngoài ra trong các thuật toán còn sử dụng 2 tham số khác là:

- Số δ,
- Bước tính step khi α biến đổi trong $[\delta, 1]$.

Thuật toán 1.

Vào: Mô hình mờ dạng (2.2), $\rho, \delta, \varepsilon$, step, tập các giá trị (vật lý) vào IX của X.

Ra: Tập các giá trị vật lý của Y ứng với tập các giá trị vật lý của X

Các bước:

```
while (X ∈ IX){
    y_x = 0; i_x = 0;
    Mờ hóa giá trị vật lý X ta được tập fuzzy(X);
    for (α=1; α≥δ; α=α-step) {
        for (i=1; i<=n; i++)
            if V(A_i, ρ, α) < V(fuzzy(X), ρ, α) < V(A_{i+1}, ρ, α)) {
                x_1 = A_i;      x_2 = A_{i+1};
                y_1 = B_i;      y_2 = B_{i+1};
                break;
            }
        if (i > n) continue;
        λ = D(x_2, fuzzy(X), ρ, α)/D(x_2, x_1, ρ, α);
        Y = λB_i + (1-λ)B_{i+1}; /* Y là tập mờ */
        y_x = y_x + defuzzify(Y);
        i_x = i_x + α;
    }
    print(y_x/i_x);          /* Giá trị Y tương ứng với X cần tính */
}
```

Thuật toán 2.

Vào: Mô hình mờ dạng (2.2), ρ, δ, ε, step, tập các giá trị vào IX (vật lý) của X.

Ra: Tập các giá trị vật lý của Y ứng với tập các giá trị vật lý của X.

Các bước:

```
while (X ∈ IX) {
      y_x = 0; i_x = 0;
      Mờ hóa giá trị vật lý X ta được tập mờ fuzzy(X);
      while (α=1; α ≥ δ; α=α-step) {
            for (i=1; i<=n; i++)
                  if (V(A_i, ρ, α) < V(fuzzy(X), ρ, α) < V(A_{i+1}, ρ, α)) {
                        x_1 = A_i;        x_2 = A_{i+1};
                        y_1 = B_i;        y_2 = B_{i+1};
                        break;
                  }
            if (i > n) continue;
            λ = D(x_2, fuzzy(X), ρ, α) / D(x_2, x_1, ρ, α);
            y_x = y_x + (λ.V(y_1, ρ, α) + (1-λ).V(y_2, ρ, α)).α;
            i_x = i_x + α;
      }
      print(y_x/i_x);          /* Giá trị Y tương ứng với X cần tính */
}
```

4.2. Sai số thuật toán

Theo Cao và Kandel [11], kết quả tính toán của một phương pháp trên một mô hình mờ là tốt nếu sai số cực đại nhỏ hơn sai số mô hình. Trong [11], bảy mô hình thử nghiệm EX1 - EX7 đều có sai số mô hình là 400 theo phương pháp ước lượng sai số của Cao và Kandel. Tuy nhiên trong [7] đã chỉ ra cách tính sai số này là chưa tốt và bị phụ thuộc vào số lượng các mệnh đề IF–THEN trong mô hình, đồng thời cũng nêu ra cách tính sai số ổn định hơn và chỉ bằng một nửa sai số của Cao và Kandel (tức là 200 đối với EX1 - EX7). Bởi vậy một số toán tử được xem là tốt trong [11] khi áp dụng vào tính toán sẽ cho sai số lớn hơn sai số mô hình theo các ước lượng sai số mới [7].

Sau đây là kết quả tính toán thử nghiệm trên các mô hình EX1 - EX7 bằng phương pháp mới. Trong tất cả các tính toán cho bảy mô hình mờ nói trên, chúng tôi chọn các tham số phụ trợ và phương pháp khử mờ giống nhau. Cụ thể là:

1. $\varepsilon = 0{,}051$, $\delta = 0{,}5$, step $= 0{,}25$.
2. Phương pháp khử mờ là lấy trọng tâm [9].

Trong quá trình tính toán, sai số cực đại được tính bằng cách so sánh giá trị của vòng quay N của đường cong thực cho trong [11] với giá trị tính được theo phương pháp nội suy tại các điểm có giá trị dòng điện vào là 0,0, 0,5, 1,0, ..., 9,5, 10,0. Như vậy trong các thuật toán 1 và 2, I sẽ được biến đổi từ 0,0 đến 10 với bước 0,5. Do hầu hết các hàm thuộc đều được cho ở dạng bảng nên các giá trị của hàm thuộc sẽ rời rạc và trong nhiều trường hợp chúng ta sẽ không thể tìm được các điểm đại diện mức α của tập khi sử dụng khoảng cách ρ_4^α. Ví dụ nếu ta có hàm thuộc của X và A như sau:

x	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	...
$\mu_A(x)$	0,0	0,26	0,50	0,78	1,0	0,76	0,5	0,26	0,0	0,0	...
$\mu_x(x)$	0,0	0,22	0,51	0,8	1,0	0,74	0,49	0,22	0,001	0,0	
		....									

thì sẽ không tính được điểm đại diện mức 0,25, 0,5, 0,75 cho X và không tính được điểm đại diện mức 0,25, 0,75 cho A. Bởi vậy tham số ε được sử dụng trong thuật toán với ý nghĩa sau: nếu $|\mu_A(x_i) - \alpha| \leq \varepsilon$ (hoặc $|\mu_x(x_j) - \alpha| \leq \varepsilon$) thì có thể xem $\mu_A(x_i)$ (hoặc $\mu_A(x_j)$) và α bằng nhau. Trong trường hợp không tìm được các điểm thỏa mãn bất đẳng thức trên, chúng ta có thể dùng phương pháp nội suy tuyến tính để tìm điểm x thỏa mãn $\mu(x) = \alpha$ như sau:

Giả sử $\alpha \in (\mu(x_i), \mu(x_{i+1}))$, trong đó $\mu(x_i)$ và $\mu(x_{i+1})$ là các giá trị hàm thuộc được cho trước ở dạng bảng. Khi đó ta tính được x theo công thức sau:

$$x = \lambda x_i + (1-\lambda)x_{i+1}\,,\quad \text{trong đó } \lambda = \frac{\mu(x_{i+1}) - \alpha}{\mu(x_{i+1}) - \mu(x_i)}\,.$$

Ngoài ra trong các thuật toán 1 và 2 chúng ta đã sử dụng giá trị vào x được cho bởi các giá trị vật lý và trong thuật toán phải thực hiện mờ hóa x để thu được tập mờ tương ứng fuzzy(x). Khi áp dụng cả hai thuật toán nội suy cho các mô hình EX1 - EX7, chúng tôi sử dụng các cách mờ hóa x giống nhau. Các tập mờ fuzzy(x) được xây dựng như ở bảng 1.

Bảng 1. Các hàm thuộc của các tập mờ fuzzy(x)

I	fuzzy(0,0)	fuzzy(0,5)	fuzzy(1,0)	...	fuzzy(9,5)	fuzzy(10,0)
0,0	1,00	0,75	0,50	...	0,00	0,00
0,5	0,75	1,00	0,75	...	0,00	0,00
1,0	0,50	0,75	1,00	...	0,00	0,00
1,5	0,25	0,50	0,75	...	0,00	0,00
2,0	0,00	0,25	0,50	...	0,00	0,00
2,5	0,00	0,00	0,25	...	0,00	0,00
3,0	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
3,5	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
4,0	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
4,5	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
5,0	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
5,5	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
6,0	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
6,5	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
7,0	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
7,5	0,00	0,00	0,00	...	0,00	0,00
0,5	0,75	1,00	0,75	...	0,00	0,00
8,0	0,00	0,00	0,00	...	0,25	0,00
8,5	0,00	0,00	0,00	...	0,50	0,25
9,0	0,00	0,00	0,00	...	0,75	0,50
9,5	0,00	0,00	0,00	...	1,00	0,75
10,0	0,00	0,00	0,00	...	0,75	1,00

Tuy nhiên chúng tôi không sử dụng phương pháp mờ hóa truyền thống này mà mờ hóa I như trong bảng 1 để tính được khoảng cách ρ_4^α giữa hai tập mờ khi $\alpha \in [0,1]$ vì sử dụng phương pháp mờ hóa truyền thống sẽ không tính được khoảng cách ρ_4^α với các giá trị α thỏa mãn điều kiện $0 < \alpha < 1$. Đồng thời sử dụng phương pháp mờ hóa nêu trong bảng 1 sẽ cho kết quả tính toán hoàn toàn giống như sử dụng cách mờ hóa truyền thống đối với các khoảng cách ρ_1, ρ_2, ρ_3.

Áp dụng phương pháp tính toán nêu trong các thuật toán 1 và 2 và sử dụng các tham số phụ trợ như đã nêu trên, chúng ta có sai số cực đại được cho trong các bảng 2 và 3.

So sánh sai số cực của các phương pháp tính đã nêu (áp dụng cho EX1 - EX7) với sai số mô hình là 200 (theo [7]) chúng ta thấy sử dụng phương pháp nội suy 2 cho sai số nhỏ hơn, đồng thời trong quá trình tính toán cho thấy sử dụng khoảng cách ρ_1, ρ_4 cho kết quả tốt hơn sử dụng khoảng cách ρ_2, ρ_3. Đồng thời chúng ta cũng so sánh với sai số cực đại do Cao và Kandel tính toán [11], thấy rằng sai số cực đại của phương pháp lập luận nội suy sử dụng ρ_1, ρ_4 nhỏ hơn và trong nhiều trường hợp nhỏ hơn 1/2 sai số cực đại nêu trong [11]. Tuy nhiên các phương pháp nội suy nêu trên chỉ áp dụng được cho các đại lượng vào X (mờ) thỏa mãn điều kiện: $V(A_1, \rho, \alpha) < V(X, \rho, \alpha) < V(A_n, \rho, \alpha)$ tức là trọng tâm (điểm đại diện, trọng tâm mức 0,5 ...) của X không được vượt ra ngoài đoạn được giới hạn bởi trọng tâm (điểm đại diện, trọng tâm mức 0,5...) của mô tả ngôn ngữ bé nhất và lớn nhất trong mô hình mờ (M 2.2).

Bảng 2. Sai số của phương pháp 1

	EX1	EX2	EX3	EX4	EX5	EX6	EX7
$\rho_1(A,B) = \lvert r^A - r^B \rvert$	285	102	143	143	146	104	143
$\rho_2(A,B) = \lvert c^A - c^B \rvert$	255	621	439	276	206	185	104
$\rho_3(A,B) = \lvert c^A_{0.5} - c^B_{0.5} \rvert$	248	594	417	246	206	104	104
$\rho^a_4(A,B) = \lvert r^A_\alpha - r^B_\alpha \rvert$	228	212	211	185	106	104	104

Bảng 3. Sai số của phương pháp 2

	EX1	EX2	EX3	EX4	EX5	EX6	EX7
$\rho_1(A,B) = \lvert r^A - r^B \rvert$	200	0	0	0	0	80	80
$\rho_2(A,B) = \lvert c^A - c^B \rvert$	200	596	298	189	281	140	80
$\rho_3(A,B) = \lvert c^A_{0.5} - c^B_{0.5} \rvert$	200	620	310	120	297	80	97
$\rho^a_4(A,B) = \lvert r^A_\alpha - r^B_\alpha \rvert$	200	187	104	80	78	78	80

5. KẾT LUẬN

Trong bài này chúng tôi đã trình bày một số phương pháp mới để tính toán trên mô hình lập luận mờ đa điều kiện. Các phương pháp này có ưu điểm là tính toán đơn giản hơn so với dùng các phép suy diễn và hợp thành các quan hệ mờ, đồng thời kết quả thử nghiệm cho thấy sai số cực đại mắc phải khi sử dụng các phương pháp tính toán này nhỏ hơn sai số mô hình nêu trong [7] và trong nhiều trường hợp nhỏ hơn 1/2 sai số cực đại của Cao và Kandel [11]. Tuy nhiên cần phải thử nghiệm trên nhiều mô hình hơn nữa để khẳng định ưu điểm của các phương pháp đã nêu. Trong một bài báo sau chúng tôi sẽ trình bày phương pháp tính toán nội suy trên mô hình mờ dựa vào khái niệm đại số gia tử. Phương pháp này đơn giản, áp dụng được cho mọi trường hợp và gần gũi với suy luận của con người, đồng thời áp dụng được các qui tắc suy luận của đại số gia tử vào quá trình tính toán để tăng độ chính xác.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] A. Kauffmann, *Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets*, Academic Press Inc., 1975.

[2] M. Mizumoto, *Extended Fuzzy Reasoning, Approximate Reasoning in Expert Systems*, Gupta M.M., Kandel A., Bandler W., Kiszka J.B. (eds.), Elsevier Science Publishers B. V., North-Holland, 1985.

[3] M. Mizumoto, *Fuzzy Inference with "If ... Then ... Else..." Under New Compositional Rules of Inference, Management Decision Support Systems Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Kacprzyk, Yager (eds.), ISR 83 @ Verlag TÜV Rheinland GmbH, Köln.

[4] N. Honda, F. Sugimoto, M. Tanaka, S. Aida, *Decision Support System Using Fuzzy Reasoning and Evaluation, Artificial Interlligence in Economics and Management*, L. F. Pau (ed.), Elsevier Science Publisher B. V., 1986.

[5] Nguyen Cat Ho, W. Wechler, Hedge algebra: an algebraic approach to structures of sets of linguistic truth values, *Fuzzy sets and Systems* **34** (1990).

[6] Nguyen Cat Ho, W. Wechler, Extended algebra and their application to fuzzy logic, *Fuzzy sets and Systems* **52** (1992) 259–281.

[7] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Về sai số của mô hình mờ, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **13** (1) (1997) 66–72.
[8] Nguyễn Cát Hồ, Trần Thái Sơn, Về khoảng cách giữa các giá trị của biến ngôn ngữ trong đại số gia tử, *Tạp chí Tin học và Điều khiển học* **11** (1) (1995) 10–20.
[9] S. G. Tzafestas and A. N. Venetsanopoulos (eds.), *Fuzzy Reasoning in Information, Decision and Control System*, Kluwer Academic Publisher, 1984.
[10] Y. Shi, M. Muzimoto, Reasoning conditions on Koczy's interpolative reasoning method in sparse fuzzy rule bases, Part II, *Fuzzy Sets and Systems* **87** (1997) 47–56.
[11] Z. Cao and A. Kandel, Applicability of some fuzzy implication operators, *Fuzzy Sets and Systems* **31** (1989) 151–186.

Nhận bài ngày 25 tháng 6 năm 1998

Đại học Quốc gia Hà Nội.