

## PHƯƠNG PHÁP TÍNH ĐỘ LÚN ĐỘNG CỦA MÓNG TRÊN NỀN ĐÀN HỒI CÓ DƯ KHÍ DAO ĐỘNG TỰ DO

VŨ VĂN BẰNG

### I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Hiện nay chưa có một phương pháp nào, thậm chí kể cả phương pháp gần đúng để tính toán độ lún do động lực cho nhà cửa và công trình, nên khi thiết kế phải dùng các số liệu thực nghiệm [1], hoặc phải nhân với hệ số đảm bảo cho các công trình xây dựng trong vùng có động đất cấp 9 [2]. Thực tế ngày càng nhiều nhà cửa, công trình bị nứt nẻ, phá hoại do ảnh hưởng của chấn động. Như vậy, độ lún động là nguyên nhân chính gây ra các hiện tượng đó. Điều này đã được D.D.Barkan, R.D. Filippov, A.A. Rômanôp, K. Terzaghi và R. Pek mô tả, phân tích và lưu ý. Còn O.A. Xavinôp [1] cho rằng: «vấn đề xác định độ lún động của móng chịu tác dụng của tải trọng động vẫn là vấn đề quan trọng và có tính chất cấp thiết».

Mặc dù trong những năm gần đây đã có nhiều người nghiên cứu và kiến nghị phương pháp tính toán như W.Wallace [2], E.B. Berezanxev [3], N.M. Geexêvanôv [4],... nhưng hầu hết không sử dụng vì độ chính xác không đạt yêu cầu, ít ý nghĩa thực tiễn hoặc nếu sử dụng được khối lượng tính toán quá lớn, khó khăn về phương diện toán học.

Trong những năm qua chúng tôi đã tiến hành nhiều thí nghiệm ở ngoài trời để tìm hiểu về:

1. Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của hệ nền móng khi dao động tự do
2. Dao động của hệ nền móng trong trường hợp có cản không đàn hồi.

Trên cơ sở đó xây dựng công thức tính độ lún động.

### II — KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM

**I. Loại đất:** Đất được chọn nghiên cứu thuộc loại á sét tự nhiên, màu nâu xám, lớp đất có bề dày 2,5m. Các chỉ tiêu cơ lý đặc trưng như sau:

Độ ẩm tự nhiên	$W\% = 34\%$
Dung trọng ẩm	$\gamma_w = 1,85 \text{ T/m}^3$
Dung trọng khô	$\gamma_c = 1,4 \text{ T/m}^3$
Hệ số rỗng tự nhiên	$e_0 = 0,9$
Chỉ số dẻo	$\Phi = 14$
Chỉ số sệt	$B = 0,45$
Lực dính kết	$C = 0,14 \text{ kG/cm}^2$
Góc ma sát trong	$\varphi = 10^\circ$
Modun đàn hồi	$E_0 = 80 \text{ kG/cm}^2$

## 2. Phương pháp thí nghiệm

Để đạt được mục đích trên, thí nghiệm được tiến hành theo hai phương pháp:

a) Thí nghiệm chất và rời tải liên tục với tốc độ nhanh bằng kích thủy lực, có thể xem như hệ nền móng chịu tác dụng của tải trọng động. Sau mỗi chu kỳ để biến dạng tĩnh ổn định rồi cho chịu ảnh hưởng rung động do máy đóng cọc gây ra. Đo biến dạng của móng khi rung và ngay sau khi máy rung ngừng hoạt động. Bố trí thí nghiệm như ảnh số 1.

b) Thí nghiệm bằng phương pháp va chạm. Bố trí thí nghiệm như ảnh số 2. Dao động tự do của hệ được ghi lại bằng máy SC10. Móng là những tấm bê tông cỡ  $100 \times 100 \times 10$  cm và  $150 \times 150 \times 15$  cm tháo lắp được.

## 3. Phân tích kết quả.

a) Đường biến dạng khi nén ép ở mỗi chu kỳ luôn luôn dốc hơn nhánh đàn hồi (ABC và ADC), xem đồ thị hình 1.

b) Ứng với mỗi khoảng áp lực thay đổi từ  $P_{i-1}$ ;  $P_i$ ;  $P_{i+1}$  chu kỳ sau lượng biến dạng lớn hơn ở chu kỳ trước, nghĩa là trục của các nêm đàn hồi dốc hơn, hoặc nếu dao động giữ cường độ không đổi thì độ lún tăng lên, xem đồ thị hình 2.

c) Với cùng tốc độ tăng và giảm tải, cũng như cùng điều kiện thí nghiệm, đường cong nén ép ở cấp  $P_{i+1}$  không trùng với điểm lún ổn định của cấp trước nó ( $P_i$ ) mà hạ thấp xuống. Ví dụ điểm 4 và 4'. Xét với mọi cấp áp lực  $P_i$  ta có điểm 1', 2', 3'... và 1'', 2'', 3''... Nối các điểm đó lại ta được đường cong lún động 1, 2', 3'... và đường đàn hồi 1'', 2'', 3''... Khi áp lực tĩnh tăng lên, độ lún động cũng tăng lên (hình 1).

d) Độ lún của móng ở bất kỳ áp lực tĩnh nào đã ổn định, khi chịu ảnh hưởng của chấn động, độ lún lại tiếp tục phát triển, trên đường cong quan hệ ứng suất và biến dạng tĩnh ta thấy có bước nhảy rõ rệt, đoạn AB và CD hình 3.

e) Dao động tự do của hệ nền móng tắt rất nhanh (khoảng hai pha đầu), xem ảnh số 3.

g) Với cùng loại đất, cùng điều kiện thí nghiệm, áp lực tĩnh trên móng càng lớn khi dao động sẽ gây ra độ lún lớn, xem hình 4. Trị số độ lún đất từ 1 – 2mm.

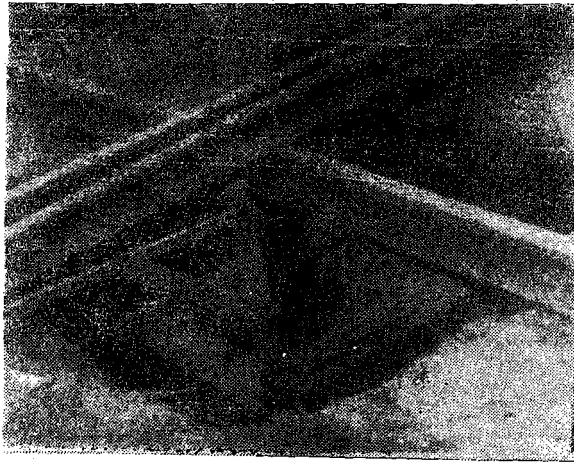
h) Lực kích thích thay đổi, biên độ dao động của hệ sẽ thay đổi, hình dạng dao động biểu thị trên hình 5. Với cùng loại đất, cùng điều kiện thí nghiệm và lực kích thích không khác nhau nhiều ta sẽ nhận được giá trị trung bình về biên độ dao động của hệ như bảng dưới:

Chu kỳ \ Biên độ	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$
A nén	12		7,25		1,1	
A đàn hồi		10		3,5		0,5

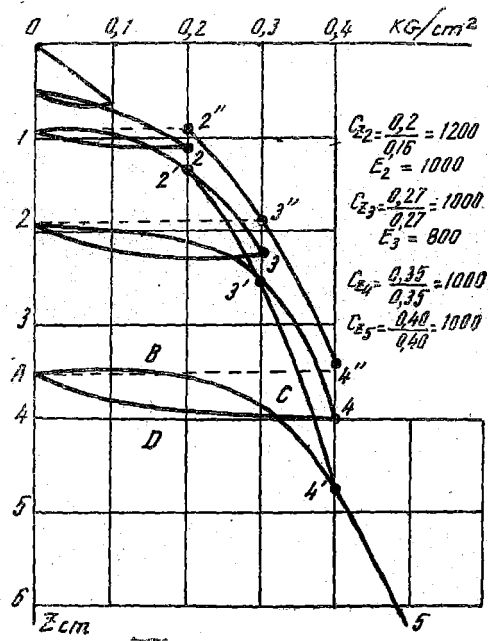
1. Nếu ta coi dao động tắt sau hai pha đầu ta lập được tỷ số các biên độ ở các chu kỳ như sau:

$$P_1 = \frac{12}{7,25}; \quad P_2 = \frac{12}{1,1} \quad \text{đối với nhánh nén}$$

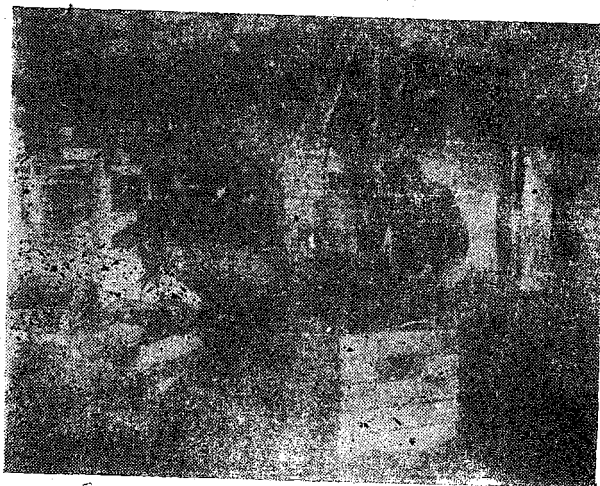
$$P_1 = \frac{10}{3,5}; \quad P_2 = \frac{10}{0,5} \quad \text{đối với nhánh đàn hồi}$$



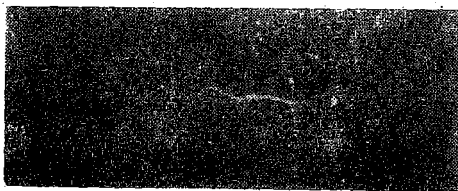
Ảnh 1



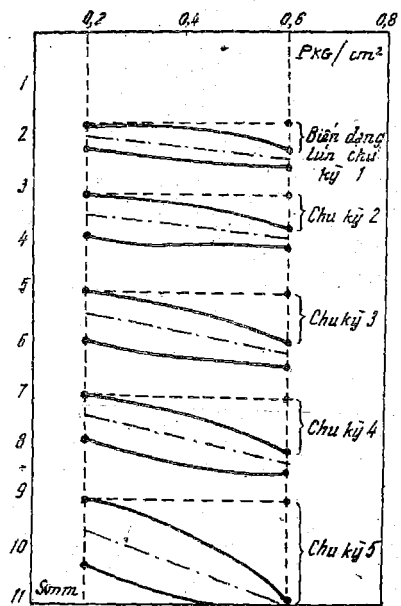
Hình 1



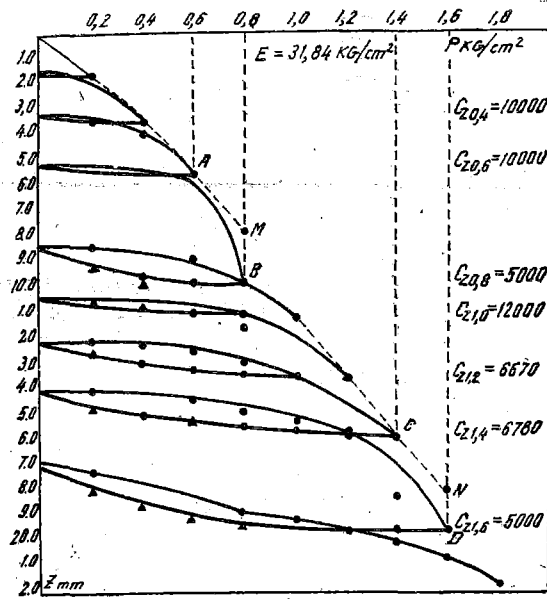
Ảnh 2



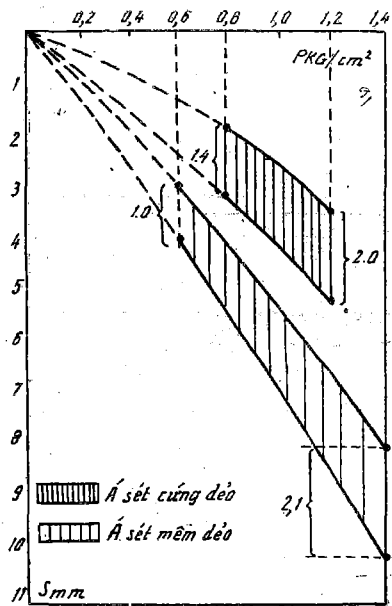
Ảnh 3



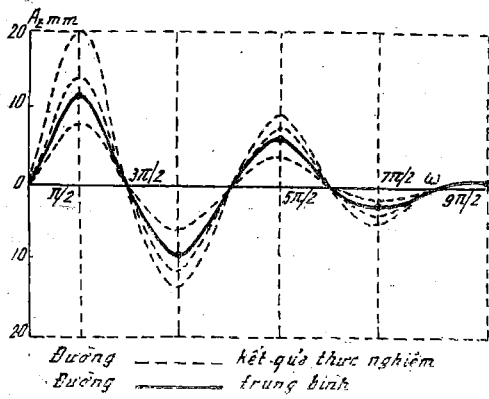
Hình 2



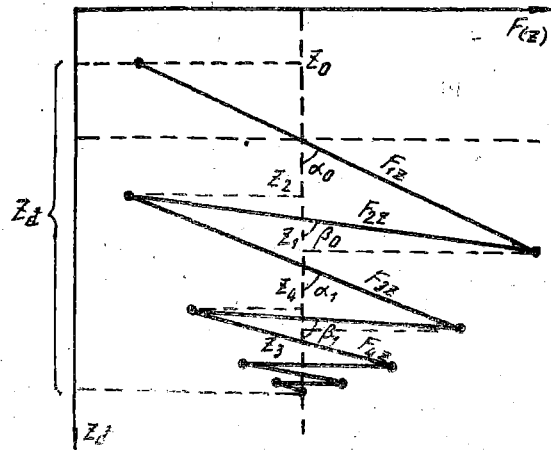
Hình 3



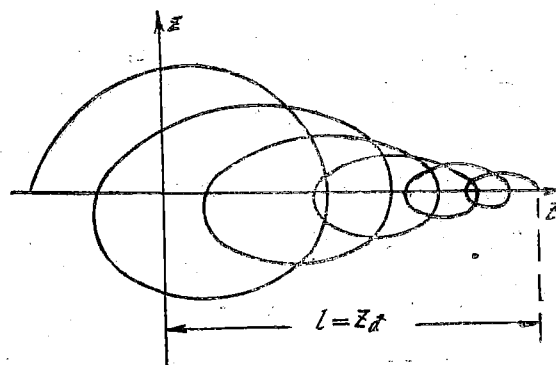
Hình 4



Hình 5



Hình 6



Hình 7

Và giả thiết rằng độ lún động cũng xảy ra với cùng tỷ lệ đó, thì với tổng độ lún động từ 1,4 - 2mm ta có:

Chu kỳ \ Độ lún động	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$
$Z^I$ nén (mm)	1,2		0,7		0,1	
$Z^I$ đàn hồi (mm)		1,0		0,35		0,05

k) Trên cơ sở thực nghiệm, ta có thể mô tả quá trình dao động tự do của hệ thống ra phần lực nền như sơ đồ hình 6. Các thông số của đồ thị được xác định bằng số liệu thực nghiệm sau:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 85^\circ & ; & & \beta_0 &= 86^\circ \\ \alpha_1 &= 86^\circ 30' & ; & & \beta_1 &= 87^\circ \\ \alpha_2 &= 87^\circ & ; & & \beta_2 &= 87^\circ 15' \\ \alpha_3 &= 87^\circ 05' & ; & & \beta_3 &= 87^\circ 20' \end{aligned}$$

### III - LẬP CÔNG THỨC XÁC ĐỊNH ĐỘ LÚN ĐỘNG CỦA HỆ NỀN MÓNG DAO ĐỘNG TỰ DO

Phương trình vi phân chuyển động của hệ khi kể tới sự cản không đàn hồi dạng:

$$Z'' + \Phi \lambda_z^2 Z' + \lambda_z^2 Z = 0 \quad (1)$$

đây:  $\Phi$  - hằng số (môđun tắt),

$$\lambda_z = \sqrt{\frac{K}{M}}; \quad K - \text{hệ số cứng của nền đàn hồi,}$$

$M$  - khối lượng của hệ,

$K = C_z F$ ;  $C_z$  - hệ số nền đàn hồi,

$F$  - diện tích đế móng.

Viết lại (1)

$$Z'' + \Phi \left( \frac{C_z F}{M} \right)^2 Z' + \left( \frac{C_z F}{M} \right)^2 Z = 0 \quad (2)$$

Rõ ràng phần lực nền  $F_z = \left( \frac{C_z F}{M} \right)^2 Z$  không thể hiện rõ sự tắt dần của dao động mà đặc biệt là hai thông số  $C_z$  và  $M$  rất khó chọn chính xác, vì chúng biến đổi lớn. Trên thực tế  $F_z$  được biểu thị như hình 6. Vì vậy, vấn đề đặt ra là phải xác định được hàm đặc trưng của  $F_z$ .

1. Khảo sát hàm số  $F_z$

Gọi góc nghiêng khi bị nén là  $\alpha_i$ , khi đàn hồi là  $\beta_i$  và ký hiệu:

$$k_i^{(1)} = \operatorname{tg} \alpha_i$$

$$k_i^{(2)} = \operatorname{tg} \beta_i \quad (3)$$

Giả thiết  $tg\alpha_i, tg\beta_i$  tăng theo quy luật tuyến tính, nghĩa là:

$$\begin{aligned} k_i^{(1)} &= k_0^{(1)} + a(Z_i - Z_0) \\ k_i^{(2)} &= k_0^{(2)} + b(Z_i - Z_1) \end{aligned} \quad (4)$$

Trong đó  $a$  và  $b$  là các giá trị được xác định bằng thực nghiệm:  $a \approx 4,1$ ;  $b \approx 4,78$ .

Coi các độ cứng  $K_z^{(1)}, K_z^{(2)}$  là các hằng số trong từng đoạn ta được:

$$\begin{aligned} k_0^{(1)} &= k_0^{(1)} \\ k_1^{(1)} &= k_0^{(1)} + a(Z_2 - Z_0) \\ k_2^{(1)} &= k_0^{(1)} + a(Z_4 - Z_0) \\ &\dots \dots \dots \\ k_i^{(1)} &= k_0^{(1)} + a(Z_{2i} - Z_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Rõ ràng rằng:  $k_0^{(1)} \leq k_1^{(1)} \leq \dots \leq k_i^{(1)} \leq k_{i+1}^{(1)} \leq \dots$

tương tự với  $k_i^{(2)}$  ta có:

$$\begin{aligned} k_i^{(2)} &= k_0^{(2)} + b(Z_{2i+1} - Z_1) \\ \text{và } k_0^{(2)} &\leq k_1^{(2)} \leq \dots \leq k_i^{(2)} \leq k_{i+1}^{(2)} \leq \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Trên cơ sở đó tìm cách biểu diễn hàm  $F_z$ .

Gọi các đoạn biểu diễn hàm  $F(z)$  là  $F_{1(z)}, F_{2(z)} \dots$  ta có

$$F_{1(z)} = k_0^{(1)} Z_1; F_{2(z)} = k_0^{(2)} Z_1 + A \quad (7)$$

$A$  là hằng số được xác định từ điều kiện liên tục của hàm  $F_z$

$$F_{2(z)} = F_{1(z)}$$

do đó:

$$k_0^{(2)} Z_1 + A = k_0^{(1)} Z_1 \Rightarrow A = -(k_0^{(2)} - k_0^{(1)}) Z_1$$

Đặt:

$$S_{ij} = k_i^{(2)} - k_j^{(1)} \quad \text{với } S_{ij} \geq 0$$

Ta có:

$$A = -S_{00} Z_1$$

$$F_{2(z)} = k_0^{(2)} Z_1 - S_{00} Z_1$$

$$F_{3(z)} = k_1^{(1)} Z + B$$

$$F_{3(Z_2)} = F_{2(Z_2)}$$

$$k_1^{(1)} Z_2 + B = k_0^{(2)} Z_2 - S_{00} Z_1$$

$$B = S_{01} Z_2 - S_{00} Z_1$$

$$F_{3(z)} = k_1^{(1)} Z + S_{01} Z - S_{00} Z_1$$

$$F_4(Z) = k_1^{(2)} Z + C$$

$$F_4(Z_3) = F_3(Z_3)$$

$$k_1^{(2)} Z + C = k_1^{(1)} Z_3 + S_{01} Z_2 - S_{00} Z_1$$

$$C = -S_{11} Z_3 + S_{01} Z_2 - S_{00} Z_1$$

Một cách tổng quát ta có:

$$F_{2p-1}(Z) = k_{p-1}^{(1)} + \sum_{i+j=0}^{2p-3} (-1)^{i+j+1} S_{ij} Z_{i+j+1} \text{ đối với nhánh nén} \quad (8)$$

$$i \leq j \leq i+1$$

$$F_{2p}(Z) = k_{p-1}^{(2)} + \sum_{i+j=0}^{2p-2} (-1)^{i+j+1} S_{ij} Z_{i+j+1} \text{ đối với nhánh đàn hồi} \quad (9)$$

$$i \leq j \leq i+1$$

2. Lập phương trình chuyển động và khảo sát trên mặt phẳng pha

Xét phương trình chuyển động tự do của hệ ở chu kỳ thứ p ta có:

$$MZ'' + 2hZ' + F_{2p-1}(Z) = 0 \text{ quá trình nén} \quad (10)$$

$$MZ'' + 2hZ' + F_{2p}(Z) = 0 \text{ quá trình đàn hồi} \quad (11)$$

Với điều kiện ban đầu:

$$t = t_{p-1} \quad ;$$

$$Z_{t_{p-1}} = Z_{2p-2} \quad ;$$

$$Z_{t_{p-1}} = 0.$$

Các phương trình (10) và (11) có dạng:

$$Z'' + 2\delta Z' + \left[ \omega_{p-1}^{(1)} \right]^2 Z + A_{p-1} = 0 \quad (12)$$

$$Z'' + 2\delta Z' + \left[ \omega_{p-1}^{(2)} \right]^2 Z + B_{p-1} = 0 \quad (13)$$

Trong đó:

$$\delta = \frac{h}{M}; \left[ \omega_{p-1}^{(1)} \right]^2 = \frac{k_{p-1}^{(1)}}{M}; \left[ \omega_{p-1}^{(2)} \right]^2 = \frac{k_{p-1}^{(2)}}{M}$$

Những phương trình (12), (13) có thể biểu diễn trên mặt phẳng pha và thực chất nó là đường xoắn ốc với điểm tiêu:

$$Z_1^{(p)} = - \frac{A_{p-1}}{\left[ \omega_{p-1}^{(1)} \right]^2} \text{ đối với chu kỳ nén} \quad (14)$$

$$Z_2^{(p)} = - \frac{B_{p-1}}{\left[ \omega_{p-1}^{(2)} \right]^2} \text{ đối với chu kỳ đàn hồi} \quad (15)$$

Quỹ đạo pha là đường xoắn ốc tiến tới điểm tiêu (xem hình 7) nên ta có thể kết luận rằng  $\{Z_i^{(p)}\}$  hội tụ khi P tăng. Khi đó  $Z_d$  chính là độ lún đồng, để tính được độ lún này ta tìm điểm tiêu

$$Z_1^{(p)} = - \frac{A_{p-1}}{[\omega_{p-1}^{(1)}]^2} = \frac{S_{00}Z_1 - S_{01}Z_2 + \dots + S_{p-2, p-2}Z_{2p-3} - S_{p-2, p-1}Z_{2p-2}}{k_{p-1}^{(2)}} \quad (16)$$

Giả sử  $\epsilon$  là sai số cho phép khi tính lún, lấy  $Z_1^{(p+1)} = Z_d$  nếu

$$\left| Z_d - Z_1^{(p)} \right| < \epsilon, \quad (17)$$

Như vậy chúng tôi đã thiết lập công thức để tìm độ lún đồng khi hệ nền móng dao động tự do. Vì loại dao động này tắt rất nhanh nên ta chỉ cần tính đối với 2 hoặc 3 chu kỳ đầu.

#### IV - KẾT LUẬN

Vấn đề xác định độ lún đồng là vấn đề cấp thiết, nhưng hết sức phức tạp. Trên cơ sở thực nghiệm, dùng phương pháp toán học mô tả dao động hệ nền móng chúng tôi đã tìm ra lời giải gần đúng, các lời giải đó có chứa các hệ số thực nghiệm. Vì vậy kết quả tính chính xác nếu ta chọn các hệ số đó chính xác.

Địa chỉ  
Viện Cơ - Viện KHVN

Nhận ngày 4/10/1979

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. САВИНОВ О.А. Современные конструкции фундаментов под машины и их расчёт. Стройиздат, 1964.
2. Рекомендации по проектированию оснований и фундаментов зданий и сооружений, возводимых в сейсмических районах, 1975.
3. ВЕРЕЗАНЦЕВА С.В. К расчёту смещений фундаментов на песчаных основаниях под влиянием динамических воздействий. Основания, фундаменты и механика грунтов. 2-1976.
4. САВИНОВ О.А. Фундаменты под машины, Ленинград, 1975.

#### SUMMARY

##### METHOD OF CALCULATING DYNAMIC SETTLEMENT OF FOUNDATIONS ON THE INCOMPLETE ELASTIC GROUND WHEN THERE ARE FREE VIBRATIONS

To estimate the dynamic settlement of foundations is for us a very urgent but also very complicated matter. On the basis of our experiments we employ the mathematical method of describing the vibrations of the foundation system. We have therefore elaborated an approximate formula to calculate the dynamic settlement.