

TÍNH GẦN ĐÚNG CHUYỂN VỊ THẲNG CỦA HỆ KHUNG NHIỀU TẦNG NHIỀU NHỊP THEO THUẬT TOÁN TRUYỀN NHẢY NÚT MÔMÊN KHÔNG CÂN BẰNG

VŨ NHƯ CẦU

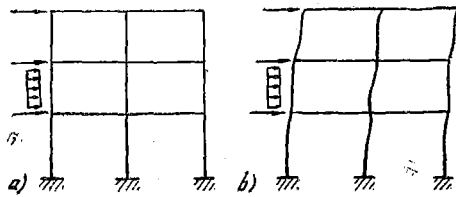
Trong bài này tác giả áp dụng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng [1] để tính gần đúng chuyển vị thẳng của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp do tải trọng gây ra (bài toán kiểm tra độ cứng) đồng thời nhằm mục đích tăng nhanh một cách đáng kể tốc độ hội tụ trong quá trình giải nội lực của hệ với nút có chuyển vị thẳng bằng phương pháp tính lặp.

Cho hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp với nút cứng có chuyển vị thẳng và các thanh có độ cứng không đổi như trên hình 1a.

Để tính hệ khung này, tác giả dùng giả thiết gần đúng: tất cả các nút trên cùng một sàn của hệ đều xoay những góc như nhau.

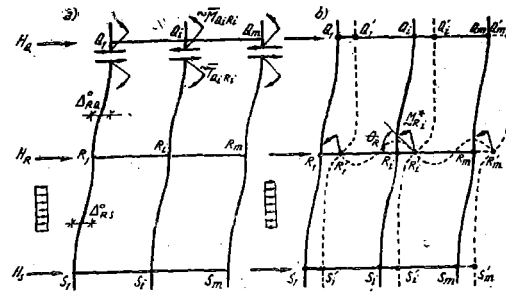
Với giả thiết đó, tại mỗi sàn của hệ khung chỉ có một ẩn là góc xoay và ở mỗi tầng chỉ có một ẩn là chuyển vị thẳng tương đối. Do đó, bài toán được đơn giản hóa vì ta có thể đưa hệ khung về sơ đồ khung đơn giản một nhịp nhiều tầng để áp dụng phương pháp [1].

Giả sử hệ khung chịu tác dụng của các tải trọng ngang bất kỳ như trên hình 1a. Để áp dụng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng, trước hết ta tạo ra trạng thái cân bằng ban đầu về lực cắt bằng cách cho các nút tự do chuyển vị thẳng mà không xoay dưới tác dụng của các tải trọng ngang (hình 1b). Ta sẽ xuất phát từ đó để tính chuyển vị thẳng tương đối gần đúng của các cột.



Hình 1

- a) Hệ khung chịu tác dụng của các tải trọng ngang bất kỳ,
- b) Trạng thái cân bằng ban đầu về lực cắt.



Hình 2

- a) Chuyển vị và nội lực sản sinh trong trạng thái biến dạng ban đầu,
- b) Sơ đồ biến dạng của các nút trên sàn Q

Ta tách ra từ hệ khung phân tử gồm các nút trên sàn R ($R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_m$) và hai tầng lân cận với sàn R gọi là tầng RQ và tầng RS (hình 2). Ở trạng thái biến dạng ban đầu, sản sinh các chuyển vị và nội lực biểu thị trên hình 2a.

Gọi:

$\Delta_{RQ}^0 (\Delta_{RS}^0)$ - chuyển vị thẳng tương đối của các cột trong tầng RQ (tầng RS); $\bar{M}_{Q_i R_i} (\bar{T}_{Q_i R_i})$ - mômen ngàm (lực cắt ngàm) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do chuyển vị và tải trọng cục bộ gây ra; $\bar{M}_{Q_i R_i}^A (\bar{T}_{Q_i R_i}^A)$ - mômen (lực cắt) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do chuyển vị thẳng tương đối Δ_{RQ}^0 gây ra; $\bar{M}_{Q_i R_i}^P (\bar{T}_{Q_i R_i}^P)$ - mômen (lực cắt) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do tải trọng cục bộ tác dụng trực tiếp lên cột $R_i Q_i$ gây ra.

Với các định nghĩa trên đây, ta có:

$$\bar{T}_{R_i Q_i}^{\Delta} = \bar{T}_{Q_i R_i}^{\Delta} = \frac{12 I_{R_i Q_i}}{h_{RQ}^2} \Delta_{RQ}^0 \quad (1)$$

$$\bar{T}_{R_i S_i}^{\Delta} = \bar{T}_{S_i R_i}^{\Delta} = \frac{12 I_{R_i S_i}}{h_{RS}^2} \Delta_{RS}^0 \quad (2)$$

Trong đó, $I_{R_i Q_i}$ ($I_{R_i S_i}$) - độ cứng đơn vị của cột $R_i Q_i$ (cột $R_i S_i$); h_{RQ} (h_{RS}) - chiều cao của tầng RQ. (tầng RS).

$$\bar{M}_{Q_i R_i}^{\Delta} = \bar{M}_{Q_i R_i}^A + \bar{M}_{Q_i R_i}^P \quad (3)$$

Đối với tầng RS, ta có thể suy ra các kết quả tương tự.

Mômen ngàm do chuyển vị gây ra tính từ điều kiện cân bằng về lực cắt. Cắt qua các đỉnh cột của tầng RQ và xét sự cân bằng của phần khung tách ra ở phía trên, ta có (hình 2a):

$$\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{Q_i R_i}^{\Delta} - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{Q_i R_i}^P = 0 \quad (a)$$

Trong đó:

$\sum_Q^n H_Q$ - tổng các tải trọng ngang tác dụng lên phần khung đang xét kể từ sàn Q trở lên.

Thay giá trị của $\bar{T}_{Q_i R_i}^{\Delta}$ từ công thức (1) vào phương trình (a), ta được:

$$\Delta_{RQ}^0 = \frac{h_{RQ}^2}{12 \sum_{i=1}^m I_{R_i Q_i}} \left(\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{Q_i R_i}^P \right) \quad (4)$$

Thay công thức (4) vào công thức:

$$\bar{M}_{Q_i R_i}^{\Delta} = \bar{M}_{R_i Q_i}^{\Delta} = -\frac{6 I_{R_i Q_i}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^0$$

ta được:

$$\bar{M}_{Q_i R_i}^{\Delta} = \bar{M}_{R_i Q_i}^{\Delta} = \alpha_{R_i Q_i} \left(\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{Q_i R_i}^P \right) h_{RQ} \quad (5)$$

Trong đó,

$$a_{RiQi} = - \frac{I_{RiQi}}{2 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}} \quad (6)$$

Đối với tầng RS, ta có thể suy ra các kết quả tương tự.
Bây giờ ta xuất phát từ trạng thái biến dạng ban đầu (hình 1b, 2a) để thành lập các phương trình cân bằng.

1. Phương trình cân bằng nút.

Giả sử mỗi nút R_i của sàn R đều chịu tác dụng của một mômen không cân bằng nào đó M_{Ri}^* . Dưới tác dụng của các lực H_R và M_{Ri}^* , toàn bộ các nút trên sàn R đều xoay một góc bằng θ_R còn các nút trên các sàn lân cận (sàn Q và sàn S) thì chỉ chuyển vị thẳng mà không xoay (hình 2b). Đồng thời, đối với các cột của tầng RQ (tầng RS), sàn sinh chuyển vị thẳng tương đối phụ gia bằng $\Delta_{RQ}^{(1)}$ ($\Delta_{RS}^{(1)}$). Ta có:

$$[4(I_{RiQi} + I_{RiSi}) + 6(I_{RiRi-1} + I_{RiRi+1})] \theta_R - \frac{6I_{RiQi}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^{(1)} - \frac{6I_{RiSi}}{h_{RS}} \Delta_{RS}^{(1)} + M_{Ri}^* = 0 \quad (b)$$

2. Phương trình cân bằng tầng:

- Tầng RQ

$$- \frac{6 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}}{h_{RQ}} \theta_R + \frac{12 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}}{h_{RQ}^2} \Delta_{RQ}^{(1)} = 0 \quad (c)$$

Từ phương trình (c) ta rút ra $\Delta_{RQ}^{(1)} = \frac{h_{RQ}}{2} \theta_R$ (7)

- Tầng RS

Ta có kết quả tương tự:

$$\Delta_{RS}^{(1)} = \frac{h_{RS}}{2} \theta_R \quad (8)$$

Thay giá trị của $\Delta_{RQ}^{(1)}$ và $\Delta_{RS}^{(1)}$ từ các công thức (7), (8) vào phương trình (b), ta tìm được góc xoay tại nút R_i :

$$\theta_{Ri} = \theta_R = - \frac{1}{a_{Ri}} M_{Ri}^* \quad (9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

Trong đó, $a_{Ri} = I_{RiQi} + I_{RiSi} + 6(I_{RiRi-1} + I_{RiRi+1})$ (10)

Áp dụng tính chất của tỷ lệ thức, ta có:

$$\theta_R = - \frac{M_R^*}{a_R} \quad (11)$$

Trong đó,

$$M_R^* = \sum_{i=1}^m M_{Ri}^* \quad (12)$$

$$a_R = \sum_{i=1}^m (I_{RiQi} + I_{RiSi}) + 12 \sum_{i=1}^{m-1} I_{RiRi+1} \quad (13)$$

Dựa vào các công thức (7), (8), (11) ta xác định các giá trị mômen phân phối, hệ số phân phối, giá trị mômen truyền, hệ số truyền tại các nút.

Mômen phân phối:

- Cột $R_i Q_i$

$$M_{R_i Q_i}^f = 4I_{R_i Q_i} \theta_R - \frac{6I_{R_i Q_i}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^{(1)}$$

hay

$$M_{R_i Q_i}^f = \mu_{R_i Q_i} M_R^* \quad (14)$$

Trong đó,

$$\mu_{R_i Q_i} = - \frac{I_{R_i Q_i}}{a_R} \quad (15)$$

- Cột $R_i S_i$

Ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số Q trong các công thức (14), (15) bằng chỉ số S.

- Xà $R_i R_{i-1}$, $R_i R_{i+1}$

Đối với xà $R_i R_{i-1}$, ta có:

$$M_{R_i R_{i-1}}^f = 6I_{R_i R_{i-1}} \theta_R$$

hay

$$M_{R_i R_{i-1}}^f = \mu_{R_i R_{i-1}} M_R^* \quad (16)$$

Trong đó,

$$\mu_{R_i R_{i-1}} = - \frac{6I_{R_i R_{i-1}}}{a_R} \quad (17)$$

Đối với xà $R_i R_{i+1}$ ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số $i-1$ trong các công thức (16) (17) bằng chỉ số $i+1$.

Trong các công thức trên, μ - hệ số phân phối.

Mômen truyền:

- Từ đầu R_1 đến đầu Q_i

$$M_{R_1 Q_i}^t = C_{R_1 Q_i} M_{R_1 Q_i}^f \quad (18)$$

Trong đó,

$$C_{R_1 Q_i} = - 1 \quad (19)$$

- Từ đầu R_i đến đầu S_i

Ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số Q trong các công thức (18), (19) bằng chỉ số S.

Trong các công thức trên, C - hệ số truyền.

Từ các công thức (14), (15), (18), (19) ta tìm được giá trị mômen phân phối tập hợp, hệ số phân phối tập hợp giá trị mômen truyền tập hợp, hệ số truyền tập hợp của các cột.

- Tầng RQ.

$$M_{RQ}^f = \sum_{i=1}^m M_{R_i Q_i}^f = \mu_{RQ} M_R^* \quad (20)$$

Bảng 1 (đơn vị bằng t - m)

Nút	R ₁			R ₂				R ₃		
	R ₁ Q ₁	R ₁ R ₂	-R ₁ S ₁	R ₂ R ₁	R ₂ Q ₂	R ₂ R ₃	R ₂ S ₂	R ₂ R ₂	R ₃ Q ₃	R ₃ S ₂
M _g ^Δ	-11,98	-	-11,92	-	-11,98	-	-11,92	-	-9,59	-9,53
M ^Δ	-12,16	-	-12,01	-	-12,16	-	-12,01	-	-9,74	-9,60
M ⁽¹⁾	0,08	2,66	-2,74	2,56	-1,37	2,53	-3,72	2,61	-0,22	-2,38
M ⁽²⁾	0,05	2,68	-2,74	2,59	-1,41	2,55	-3,72	2,63	-0,26	-2,38

Q ₁		Q ₂			Q ₃	
Q ₁ Q ₂	Q ₂ R ₁	Q ₂ Q ₁	Q ₂ Q ₃	Q ₂ R ₂	Q ₃ Q ₂	Q ₃ R ₃
-	-11,98	-	-	-11,98	-	-9,59
-	-12,16	-	-	-12,16	-	-9,74
1,63	-1,63	1,55	1,52	-3,05	1,59	-1,59
1,66	-1,66	1,57	1,54	-3,10	1,62	-1,62

KẾT LUẬN

Ta có thể rút ra mấy kết luận sau đây :

1. Bảng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng, ta có thể tính nhanh chuyển vị thẳng gần đúng của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp (bài toán kiểm tra độ cứng trên phương ngang).

2. Theo cách tính này, số ẩn được giảm bớt một cách đáng kể. Chẳng hạn khi hệ khung có trên dưới 10 tầng, số ẩn chỉ vào khoảng từ 2 đến 3.

3. Vì điều kiện cân bằng tầng luôn luôn được thỏa mãn nên dưới tác dụng của tải trọng, các giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng của các cột khá xấp xỉ với các giá trị mômen tương ứng do chuyển vị thẳng thực tế gây ra (xem các số liệu so sánh trong bảng 1). Điều này cũng phù hợp với kết luận của một số tác giả khác [4, 5].

4. Các giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng của các cột tính theo phương pháp của tác giả có thể xem là những giá trị nội lực xuất phát rất tốt để làm tăng nhanh một cách đáng kể tốc độ hội tụ trong quá trình giải nội lực của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp với nút có chuyển vị thẳng bằng phương pháp tính lặp. Điều này càng thể hiện rõ khi độ cứng của cột lớn hơn độ cứng của xà. Các kết quả so sánh trong bảng 1 cho thấy : sau một vòng tính, ta được những giá trị nội lực gần đúng M⁽¹⁾ có thể chấp nhận được trong thực tế ; sau hai vòng tính ta được những giá trị nội lực chính xác M⁽²⁾.

Địa chỉ

Trường Đại học vừa học vừa làm

Nhận ngày 28/7/1979

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **VŨ NHU CẦU** Phương pháp truyền nhảy nút mômen không cân bằng áp dụng cho hệ khung phẳng liên tục. Tạp chí Cơ học số 3-4, 1979.
2. **CLYDE D.H.** The problem of Sway in Moment Distribution. Engineering June 8-1956.
3. **CHARON P.** Simplifications et améliorations à la méthode de Cross. Paris 1966.
4. **СИГАЛОВ Э. Е.** Горизонтальные колебания многоэтажных рам. Практический метод расчета. Автореферат канд. диссертации, М. 1951.
5. **СИГАЛОВ Э. Е.** Практический метод расчета рам на колебания. Труды Московского института инженеров городского строительства Мосгорисполкома сб. 7, Госстройиздат 1957.

RÉSUMÉ

LE CALCUL APPROXIMATIF DES DÉPLACEMENTS LATÉRAUX DES PORTIQUES ÉTAGÉS À PLUSIEURS TRAVÉES PAR LA MÉTHODE DE TRANSMISSION D'UN NOEUD À L'AUTRE NON CONSÉCUTIF DES MOMENTS NON ÉQUILIBRÉS

On trouve dans cet article une méthode de calcul approximatif rapide des déplacements latéraux dus aux charges quelconques des portiques étagés à plusieurs travées. On obtient également par la méthode exposée des valeurs de départ très bonnes pour les moments par lesquelles la convergence devient très rapide dans la méthode des approximations successives appliquée au calcul des portiques étagés à plusieurs travées susceptibles de subir des déplacements latéraux.

THÔNG BÁO

Tạp chí CÁC THÀNH TỰU CƠ HỌC

ADVANCES IN MECHANICS

Cơ quan của các Viện Cơ học các nước X.H.C.N. giới thiệu các vấn đề thời sự nhất của cơ học và các lĩnh vực gần cơ học đồng thời thông báo các sự kiện quan trọng nhất trong sinh hoạt khoa học nhằm phục vụ các cán bộ nghiên cứu, các kỹ sư và cán bộ giảng dạy thuộc tất cả các chuyên ngành cơ học.

Tạp chí xuất bản định kỳ tại Vacsava, thủ đô nước Cộng hòa Nhân dân Ba lan, một năm bốn số. Độc giả có thể đặt mua tạp chí tại các cơ quan phát hành báo chí trong nước theo danh mục tạp chí Ba lan.