

TÍNH GẦN ĐÚNG CHUYỀN VỊ THẲNG CỦA HỆ KHUNG NHIỀU TẦNG NHIỀU NHỊP THEO THUẬT TOÁN TRUYỀN NHảy nút mômen không cân bằng

VŨ NHƯ CẦU

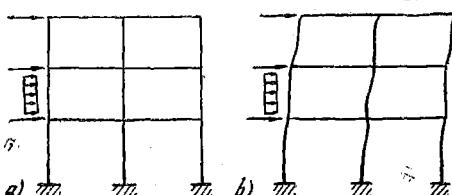
Trong bài này tác giả áp dụng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng [1] để tính gần đúng chuyển vị thẳng của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp do tải trọng gây ra (bài toán kiểm tra độ cứng) đồng thời nhằm mục đích tăng nhanh một cách đáng kể tốc độ hội tụ trong quá trình giải nội lực của hệ với nút có chuyển vị thẳng bằng phương pháp tính lặp.

Cho hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp với nút cứng có chuyển vị thẳng và các thanh có độ cứng không đổi như trên hình 1a.

Để tính hệ khung này, tác giả dùng giả thiết gần đúng: tất cả các nút trên cùng một sàn của hệ đều xoay những góc như nhau.

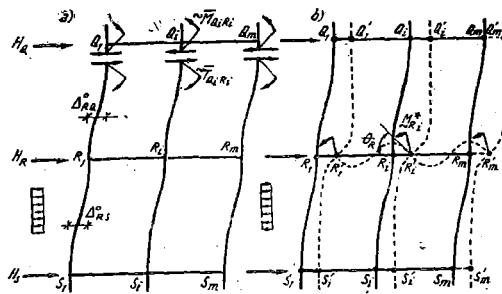
Với giả thiết đó, tại mỗi sàn của hệ khung chỉ có một ân là góc xoay và ở mỗi tầng chỉ có một ân là chuyển vị thẳng tương đối. Do đó, bài toán được đơn giản hóa vì ta có thể đưa hệ khung về sơ đồ khung đơn giản một nhịp nhiều tầng để áp dụng phương pháp [1].

Giả sử hệ khung chịu tác dụng của các tải trọng ngang bất kỳ như trên hình 1a. Để áp dụng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng, trước hết ta tạo ra trạng thái cân bằng ban đầu về lực cắt bằng cách cho các nút tự do chuyển vị thẳng mà không xoay dưới tác dụng của các tải trọng ngang (hình 1b). Ta sẽ xuất phát từ đó để tính chuyển vị thẳng tương đối gần đúng của các cột.



Hình 1

- a) Hệ khung chịu tác dụng của các tải trọng ngang bất kỳ,
- b) Trạng thái cân bằng ban đầu về lực cắt,



Hình 2

- a) Chuyển vị và nội lực sẵn sinh trong trạng thái biến dạng ban đầu,
- b) Sơ đồ biến dạng của các nút trên sàn Q

Ta tách ra từ hệ khung phần tử gồm các nút trên sàn R ($R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_m$) và hai tầng lân cận với sàn R gọi là tầng RQ và tầng RS (hình 2). Ở trạng thái biến dạng ban đầu, sản sinh các chuyển vị và nội lực biều thị trên hình 2a.

Gọi :

$\Delta_{RQ}^0 (\Delta_{RS}^0)$ – chuyển vị thẳng tương đối của các cột trong tầng RQ (tầng RS); $\bar{M}_{QiRi} (\bar{T}_{QiRi})$ – momen ngàm (lực cắt ngàm) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do chuyển vị và tải trọng cục bộ gây ra; $\bar{M}_{QiRi}^P (\bar{T}_{QiRi}^P)$ – momen (lực cắt) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do chuyển vị thẳng tương đối Δ_{RQ}^0 gây ra; $\bar{M}_{QiRi}^P (\bar{T}_{QiRi}^P)$ – momen (lực cắt) tại đầu Q_i của cột $R_i Q_i$ do tải trọng cục bộ tác dụng trực tiếp lên cột $R_i Q_i$ gây ra.

Với các định nghĩa trên đây, ta có:

$$\bar{T}_{RiQi} = \bar{T}_{QiRi} = \frac{12 I_{RiQi}}{h_{RQ}^2} \Delta_{RQ}^0 \quad (1)$$

$$\bar{T}_{RiSi} = \bar{T}_{SiRi} = \frac{12 I_{RiSi}}{h_{RS}^2} \Delta_{RS}^0 \quad (2)$$

Trong đó, I_{RiQi} (I_{RiSi}) – độ cứng đơn vị của cột $R_i Q_i$ (cột $R_i S_i$); h_{RQ} (h_{RS}) – chiều cao của tầng RQ, (tầng RS).

$$\bar{M}_{QiRi} = \bar{M}_{QiRi}^P + \bar{M}_{QiRi}^P \quad (3)$$

Đối với tầng RS, ta có thể suy ra các kết quả tương tự.

Momen ngàm do chuyển vị gây ra tính từ điều kiện cân bằng về lực cắt. Cắt qua các đỉnh cột của tầng RQ và xét sự cân bằng của phần khung tách ra ở phía trên, ta có (hình 2a):

$$\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{QiRi} - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{QiRi}^P = 0 \quad (a)$$

Trong đó:

$$\sum_Q^n H_Q - \text{tổng các tải trọng ngang tác dụng lên phần khung đang xét kề từ sàn Q trở lên.}$$

Thay giá trị của \bar{T}_{QiRi} từ công thức (1) vào phương trình (a), ta được:

$$\Delta_{RQ}^0 = \frac{h_{RQ}^2}{12 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}} \left(\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{QiRi}^P \right) \quad (4)$$

Thay công thức (4) vào công thức:

$$\bar{M}_{QiRi} = \bar{M}_{RiQi} = - \frac{6 I_{RiQi}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^0$$

ta được:

$$\bar{M}_{QiRi} = \bar{M}_{RiQi} = \alpha_{RiQi} \left(\sum_Q^n H_Q - \sum_{i=1}^m \bar{T}_{QiRi}^P \right) h_{RQ} \quad (5)$$

Trong đó,

$$\alpha_{RiQi} = - \frac{I_{RiQi}}{2 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}} \quad (6)$$

Đối với tầng RS, ta có thể suy ra các kết quả tương tự.

Bây giờ ta xuất phát từ trạng thái biến dạng ban đầu (hình 1b, 2a) để thành lập các phương trình cân bằng.

1. Phương trình cân bằng nút.

Giả sử mỗi nút R_i của sàn R đều chịu tác dụng của một mômen không cân bằng nào đó M_{Ri}^* . Dưới tác dụng của các lực H_R và M_{Ri}^* , toàn bộ các nút trên sàn R đều xoay một góc bằng θ_R còn các nút trên các sàn lân cận (sàn Q và sàn S) thì chỉ chuyển vị thẳng mà không xoay (hình 2b). Đồng thời, đối với các cột của tầng RQ (tầng RS), sàn sinh chuyển vị thẳng tương đương đối phụ gia bằng $\Delta_{RQ}^{(1)} (\Delta_{RS}^{(1)})$. Ta có:

$$[4(I_{RiQi} + I_{RiSi}) + 6(I_{RiRi-1} + I_{RiRi+1})] \theta_R - \frac{6I_{RiQi}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^{(1)} - \frac{6I_{RiSi}}{h_{RS}} \Delta_{RS}^{(1)} + M_{Ri}^* = 0 \quad (b)$$

2. Phương trình cân bằng tầng:

- Tầng RQ

$$-\frac{6 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}}{h_{RQ}} \theta_R + \frac{12 \sum_{i=1}^m I_{RiQi}}{h_{RQ}^2} \Delta_{RQ}^{(1)} = 0 \quad (c)$$

$$\text{Từ phương trình (c) ta rút ra } \Delta_{RQ}^{(1)} = \frac{h_{RQ}}{2} \theta_R \quad (7)$$

- Tầng RS

Ta có kết quả tương tự:

$$\Delta_{RS}^{(1)} = \frac{h_{RS}}{2} \theta_R \quad (8)$$

Thay giá trị của $\Delta_{RQ}^{(1)}$ và $\Delta_{RS}^{(1)}$ từ các công thức (7), (8) vào phương trình (b), ta tìm được góc xoay tại nút R_i :

$$\theta_{Ri} = \theta_R = -\frac{1}{a_{Ri}} M_{Ri}^* \quad (9)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

$$\text{Trong đó, } a_{Ri} = I_{RiQi} + I_{RiSi} + 6(I_{RiRi-1} + I_{RiRi+1}) \quad (10)$$

Áp dụng tính chất của tỷ lệ thức, ta có:

$$\theta_R = -\frac{M_R^*}{a_R} \quad (11)$$

Trong đó,

$$M_R^* = \sum_{i=1}^m M_{Ri}^* \quad (12)$$

$$a_R = \sum_{i=1}^m (I_{RiQi} + I_{RiSi}) + 12 \sum_{i=1}^{m-1} I_{RiRi+1} \quad (13)$$

Dựa vào các công thức (7), (8), (11) ta xác định các giá trị mômen phân phối, hệ số phân phối, giá trị mômen truyền, hệ số truyền tại các nút.

Mômen phân phối:

- Cột $R_i Q_i$

$$M_{R_i Q_i}^f = 4I_{R_i Q_i} \theta_R - \frac{6I_{R_i Q_i}}{h_{RQ}} \Delta_{RQ}^{(1)}$$

hay

$$M_{R_i Q_i}^f = \mu_{R_i Q_i} M_R^* \quad (14)$$

Trong đó,

$$\mu_{R_i Q_i} = - \frac{I_{R_i Q_i}}{a_R} \quad (15)$$

- Cột $R_i S_i$

Ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số Q trong các công thức (14), (15) bằng chỉ số S .

- Xà $R_i R_{i-1}$, $R_i R_{i+1}$

Đối với xà $R_i R_{i-1}$, ta có :

$$M_{R_i R_{i-1}}^f = 6I_{R_i R_{i-1}} \theta_R$$

hay

$$M_{R_i R_{i-1}}^f = \mu_{R_i R_{i-1}} M_R^* \quad (16)$$

Trong đó,

$$\mu_{R_i R_{i-1}} = - \frac{6I_{R_i R_{i-1}}}{a_R} \quad (17)$$

Đối với xà $R_i R_{i+1}$ ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số $i-1$ trong các công thức (16), (17) bằng chỉ số $i+1$.

Trong các công thức trên, μ – hệ số phân phối.

Mômen truyền:

- Từ đầu R_i đến đầu Q_i

$$M_{R_i Q_i}^t = C_{R_i Q_i} M_{R_i Q_i}^f \quad (18)$$

Trong đó,

$$C_{R_i Q_i} = -1 \quad (19)$$

- Từ đầu R_i đến đầu S_i

Ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số Q trong các công thức (18), (19) bằng chỉ số S .

Trong các công thức trên, C – hệ số truyền.

Từ các công thức (14), (15), (18), (19) ta tìm được giá trị mômen phân phối tập hợp, hệ số phân phối tập hợp giá trị mômen truyền tập hợp, hệ số truyền tập hợp của các cột.

- Tầng RQ .

$$M_{RQ}^f = \sum_{i=1}^m M_{R_i Q_i}^f = \mu_{RQ} M_R^* \quad (20)$$

Trong đó,

$$\mu_{RQ} = - \frac{\sum_{i=1}^m I_{Ri} Q_i}{a_R} \quad (21)$$

$$M_{QR}^t = \sum_{i=1}^m M_{QiR_i}^t = C_{QR} f M_{RQ} \quad (22)$$

Trong đó,

$$C_{QR} = -1 \quad (23)$$

- Tầng RS

Ta có các kết quả tương tự bằng cách thay chỉ số Q trong các công thức (20), (21), (22), (23) bằng chỉ số S.

Từ các công thức (16), (17) ta tìm được giá trị mômen phân phối tập hợp và hệ số phân phối tập hợp của các xà.

$$M_R^f = \sum_{i=1}^{m-1} \left(M_{RiR_{i+1}}^f + M_{R_{i+1}R_i}^f \right) = \mu_R M_R^* \quad (24)$$

Trong đó,

$$\mu_R = - \frac{12 \sum_{i=1}^{m-1} I_{RiR_{i+1}}}{{a_R}} \quad (25)$$

Vì quá trình tìm giá trị tổng mômen không cân bằng tích lũy tại các sàn là một

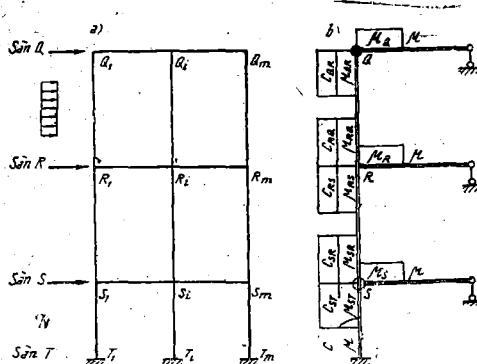
quá trình phân phối và truyền đi truyền lại mômen từ sàn này đến sàn khác nên trên cơ sở các công thức (20) – (25), ta có thể đưa toàn bộ hệ khung về sơ đồ khung một nhịp nhiều tầng với các hệ số phân phối tập hợp và hệ số truyền tập hợp biểu thị trên hình 3.

Do sự phân tích trên đây, ta có thể áp dụng phương pháp [1] để tính chuyển vị thẳng gần đúng của hệ khung.

Ánh số trong hệ phương trình mômen không cân bằng ở đây là giá trị mômen không cân bằng M_R^* tại các nút chính.

Mỗi nút chính tương đương với mỗi sàn tương ứng (thí dụ trên hình 3b, nút chính S tương đương với sàn S). Ta dùng công thức (3) để tính giá trị mômen không cân bằng ban đầu. M_{Ri} tại mỗi nút R_i trên sàn R, sau đó tính giá trị tổng mômen không cân bằng ban đầu tại sàn R:

$$M_R^{*(0)} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{M_{Ri}} \quad (26)$$



Hình 3. a) Khung thực tế

b) Sơ đồ tính:

μ – hệ số phân phối tập hợp,
C – hệ số truyền tập hợp

O – nút chính,

o – nút phụ.

Giá trị mômen không cân bằng $M_R^{*(o)}$ sẽ được chọn làm giá trị gần đúng ban đầu của các nghiệm ở chu trình tính toán đầu tiên trong quá trình tính lặp đơn giản.

Sàn Q	Q_1	Q_2	Q_3	Q_m
Sàn R	R_1	R_2	R_3	R_m
Sàn S	S_1	S_2	S_3	S_m

Hình 4

Sau khi xác định được giá trị tổng mômen không cân bằng tích lũy tại các mút (tức tại các sàn) M_R^{*TL} , ta tính giá trị chuyển vị thẳng tương đối, gần đúng của các cột trong các tầng do tải trọng gây ra. Theo sự phân tích trên đây, ta có (hình 4):

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{RQ} &= \Delta_{RQ}^o + \Delta_{RQ}^{(1)} \\ \Delta_{RS} &= \Delta_{RS}^o + \Delta_{RS}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Trên cơ sở các công thức (7), (8) ta có:

$$\Delta_{RQ}^{(1)} = \frac{1}{2} h_{RQ} (\theta_R + \theta_Q) \quad (28)$$

$$\Delta_{RS}^{(1)} = \frac{1}{2} h_{RS} (\theta_R + \theta_S) \quad (29)$$

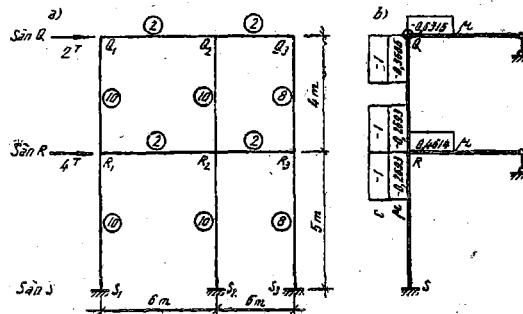
Trong đó: Δ_{RQ}^o (Δ_{RS}^o) tính theo công thức (4); góc xoay θ tính theo công thức (II).

Căn cứ vào các giá trị chuyển vị thẳng tương đối gần đúng của các cột trong công thức (27) ta dễ dàng tính được chuyển vị thẳng gần đúng của các sàn do tải trọng gây ra (bài toán kiểm tra độ cứng trên phương ngang). Đồng thời, có thể tính được giá trị mômen tương ứng của các cột để tiến hành tính nội lực cho hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp với nút có chuyển vị thẳng bằng phương pháp tính lặp.

Thí dụ đối với hệ khung trên hình 5a, ta đưa toàn bộ hệ khung về sơ đồ tính với các hệ số phân phối tập hợp và hệ số truyền tập hợp như trên hình 5b.

Kết quả tính giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng M_{lg}^Δ của các cột (tính theo thuật toán của tác giả) và kết quả tính giá trị mômen do chuyển vị thẳng thực tế M^Δ của chúng (tính theo phương pháp chính xác) ghi trong bảng 1.

Đồng thời, tác giả cũng đã xuất phát từ các giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng nói trên để tiến hành tính nội lực của hệ khung đã cho. Quá trình tính nội lực bao gồm hai giai đoạn: giai đoạn phân phối mômen do chuyển vị thẳng gần đúng cho các cột và giai đoạn phân phối mômen do chuyển vị xoay cho các nút. Hai giai đoạn này được tiến hành lần lượt và xen kẽ cho đến khi nào các điều kiện cân bằng nút và các điều kiện cân bằng tầng đều được thỏa mãn. Kết quả tính giá trị mômen cuối cùng tại các đầu thanh sau một vòng tính $M^{(1)}$ và sau hai vòng tính $M^{(2)}$ ghi trong bảng 1.



Hình 5 – Độ cứng đơn vị biểu thị trong các vòng tròn nhỏ; O – nút chính

Bảng 1 (đơn vị bằng t - m)

Nút	R ₁			R ₂				R ₃		
	R ₁ Q ₁	R ₁ R ₂	R ₁ S ₁	R ₂ R ₁	R ₂ Q ₂	R ₂ R ₃	R ₂ S ₂	R ₂ R ₂	R ₃ Q ₃	R ₃ S ₂
Thanh										
Δ	-11,98	-	-11,92	-	-11,98	-	-11,92	-	-9,59	-9,53
M Δ	-12,16	-	-12,01	-	-12,16	-	-12,01	-	-9,74	-9,60
M $(^1)$	0,08	2,66	-2,74	2,56	-1,37	2,53	-3,72	2,61	-0,22	-2,38
M $(^2)$	0,05	2,68	-2,74	2,59	-1,41	2,55	-3,72	2,63	-0,26	-2,38

Q ₁		Q ₂			Q ₃	
Q ₁ Q ₂	Q ₂ R ₁	Q ₂ Q ₁	Q ₂ Q ₃	Q ₂ R ₂	Q ₃ Q ₂	Q ₃ R ₃
-	-11,98	-	-	-11,98	-	-9,59
-	-12,16	-	-	-12,16	-	-9,74
1,63	-1,63	1,55	1,52	-3,05	1,59	-1,59
1,66	-1,66	1,57	1,54	-3,10	1,62	-1,62

KẾT LUẬN

Ta có thể rút ra mấy kết luận sau đây:

1. Bằng thuật toán truyền nhảy nút mômen không cân bằng, ta có thể tính nhanh chuyển vị thẳng gần đúng của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp (bài toán kiểm tra độ cứng trên phương ngang).
2. Theo cách tính này, số lần được giảm bớt một cách đáng kể. Chẳng hạn khi hệ khung có trên dưới 10 tầng, số lần chỉ vào khoảng từ 2 đến 3.
3. Vì điều kiện cân bằng tầng luôn luôn được thỏa mãn nên dưới tác dụng của tải trọng, các giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng của các cột khá xấp xỉ với các giá trị mômen tương ứng do chuyển vị thẳng thực tế gây ra (xem các số liệu so sánh trong bảng 1). Điều này cũng phù hợp với kết luận của một số tác giả khác [4, 5].
4. Các giá trị mômen do chuyển vị thẳng gần đúng của các cột tính theo phương pháp của tác giả có thể xem là những giá trị nội lực xuất phát rất tốt để làm tăng nhanh một cách đáng kể tốc độ hội tụ trong quá trình giải nội lực của hệ khung nhiều tầng nhiều nhịp với nút có chuyển vị thẳng bằng phương pháp tính lặp. Điều này càng thể hiện rõ khi độ cứng của cột lớn hơn độ cứng của xà. Các kết quả so sánh trong bảng 1 cho thấy: sau một vòng tính, ta được những giá trị nội lực gần đúng M $(^1)$ có thể chấp nhận được trong thực tế; sau hai vòng tính ta được những giá trị nội lực chính xác M $(^2)$.

Địa chỉ
Trường Đại học vừa học vừa làm

Nhận ngày 28/7/1979

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. VŨ NHƯ CẦU Phương pháp truyền nhảy nút momen không cân bằng áp dụng cho hệ khung phẳng liên tục. Tạp chí Cơ học số 3-4, 1979.
2. CLYDE D.H. The problem of Sway in Moment Distribution. Engineering June 8-1956.
3. CHARON P. Simplifications et améliorations à la méthode de Cross. Paris 1966.
4. СИГАЛОВ Э. Е. Горизонтальные колебания многоэтажных рам. Практический метод расчета. Автореферат канд. диссертации, М. 1951.
5. СИГАЛОВ Э. Е. Практический метод расчета рам на колебания. Труды Московского института инженеров городского строительства Мосгорисполкома сб. 7, Госстройиздат 1957.

RÉSUMÉ

LE CALCUL APPROXIMATIF DES DÉPLACEMENTS LATÉRAUX DES PORTIQUES ÉTAGÉS À PLUSIEURS TRAVÉES PAR LA MÉTHODE DE TRANSMISSION D'UN NOEUD À L'AUTRE NON CONSÉCUTIF DES MOMENTS NON ÉQUILIBRÉS

On trouve dans cet article une méthode de calcul approximatif rapide des déplacements latéraux dus aux charges quelconques des portiques étagés à plusieurs travées. On obtient également par la méthode exposée des valeurs de départ très bonnes pour les moments par lesquelles la convergence devient très rapide dans la méthode des approximations successives appliquée au calcul des portiques étagés à plusieurs travées susceptibles de subir des déplacements latéraux.

THÔNG BÁO

Tạp chí CÁC THÀNH TỰU CƠ HỌC

ADVANCES IN MECHANICS

Cơ quan của các Viện Cơ học các nước X.H.C.N. giới thiệu các vấn đề thời sự nhất của cơ học và các lĩnh vực gần cơ học đồng thời thông báo các sự kiện quan trọng nhất trong sinh hoạt khoa học nhằm phục vụ các cán bộ nghiên cứu, các kỹ sư và cán bộ giảng dạy thuộc tất cả các chuyên ngành cơ học.

Tạp chí xuất bản định kỳ tại Vacsava, thủ đô nước Cộng hòa Nhân dân Ba Lan, một năm bốn số. Độc giả có thể đặt mua tạp chí tại các cơ quan phát hành báo chí trong nước theo danh mục tạp chí Ba Lan.