

BỘ TẮT CHẤN TRONG HỆ THỐNG SỐ VÀ CƯỜNG BỨC

NGUYỄN VĂN ĐÌNH

Bộ tắt chấn động lực đã được đề xuất và nghiên cứu áp dụng để dập tắt dao động trong hệ tự chấn [1, 2, 3, 4]; những nguyên tắc hoạt động của nó được làm sáng tỏ trong [5]. Dưới đây, khảo sát hoạt động của bộ tắt chấn trong các hệ thống số và cường bức.

§ 1. BỘ TẮT CHẤN TRONG HỆ THỐNG SỐ

Cho hệ gồm khối lượng $m_1 = 1$ treo ở đầu lò so có độ cứng $C_1 = 1$ và chịu lực cản nhớt với hệ số h_1 . Giả thiết lò so chịu kích động gây ra độ cứng bổ sung nhỏ điều hòa $2f \sin 2\Omega t$ ($2f$ - biên độ; 2Ω - tần số); ngoài ra lò so có tính phi tuyến yếu - đề cụ thể - loại cứng thể hiện bởi số hạng βx^3 (β - hệ số dương; x - độ dời của khối lượng m_1). Phương trình vi phân dao động là:

$$\ddot{x} + x = \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 - 2fx \sin 2\Omega t \}. \quad (1.1)$$

Nếu không xảy ra cộng hưởng, hệ sẽ cân bằng ổn định; vì vậy, giả thiết xảy ra cộng hưởng $1 \approx \Omega$. Viết phương trình vi phân dao động dưới dạng

$$\ddot{x} + \Omega^2 x = \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 - 2fx \sin 2\Omega t + \eta x \}, \quad (1.2)$$

trong đó: $\varepsilon \eta = \Omega^2 - 1$ - độ lệch tần.

Hệ có thể cân bằng hay dao động nên tùy chế độ cần khảo sát, chúng ta đặt:

$$\begin{cases} x = a \sin \Omega t + b \cos \Omega t \\ x = \Omega (a \cos \Omega t - b \sin \Omega t) \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x = a \sin(\Omega t + \varphi) \\ x = a \Omega \cos(\Omega t + \varphi). \end{cases} \quad (1.3)$$

trong đó: a, b (hoặc a, φ) - các biến mới.

Hệ phương trình trung bình là:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\varepsilon}{2\Omega} \left\{ -(h_1 \Omega + f)a + \eta b - \frac{3}{4} \beta b(a^2 + b^2) \right\} \\ \dot{b} = \frac{-\varepsilon}{2\Omega} \left\{ \eta a + (h_1 \Omega - f)b - \frac{3}{4} \beta a(a^2 + b^2) \right\} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} \dot{a} = \frac{\varepsilon a}{2\Omega} \left\{ -h_1 \Omega - f \cos 2\varphi \right\} \\ \dot{\varphi} = \frac{-\varepsilon}{2\Omega} \left\{ \eta - f \sin 2\varphi - \frac{3}{4} \beta a^2 \right\} \end{cases} \quad (1.4)$$

Các chế độ dừng là:

1. Cân bằng: $a = b = 0$; ổn định nếu $\eta^2 > f^2 - h_1^2 \Omega^2$ (1.5)
2. Dao động điều hòa, tần số Ω , biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$A = \frac{3}{4} \beta a^2 = \eta \pm \sqrt{f^2 - h_1^2 \Omega^2}. \quad (1.6)$$

trong đó dấu + (-) tương ứng dao động ổn định (không ổn định).

Đặt vào hệ một bộ tắt chấn. Gọi bộ tắt chấn là không cộng hưởng nếu ở hệ mới, tình trạng cộng hưởng không xảy ra (giữa các tần số riêng của hệ mới và tần số kích động không tồn tại những hệ thức cộng hưởng). Hiên nhiên dao động không xảy ra. Vậy, ở hệ thông số, đổi tần (không phải tăng cần) là nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn không cộng hưởng

Khảo sát bộ tắt chấn cộng hưởng; đó là bộ tắt chấn có khối lượng μ nhỏ, có tần số riêng v lân cận $1/2$ tần số kích động: $v \approx \Omega$. Hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \Omega^2 x = \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 - 2fx \sin 2\Omega t + \eta x - \gamma(x-y) - \lambda(\dot{x} - \dot{y}) \} \\ \ddot{y} + \rho y + v^2 y = v^2 x + \rho x. \end{cases} \quad (1.7)$$

trong đó: γ - độ cứng lò xo và λ - hệ số cản trong bộ tắt chấn;

$$v = \sqrt{\gamma/\mu} - \text{tần số riêng};$$

$$\rho = \lambda/\mu - \text{hệ số có thể có trị số lớn.}$$

Cũng như trên, tùy chế độ cần khảo sát là cân bằng hay dao động, chúng ta đặt:

$$\begin{cases} x = a \sin \Omega t + b \cos \Omega t \\ \dot{x} = \Omega (a \cos \Omega t - b \sin \Omega t) \\ y = (aP - bQ) \sin \Omega t + (aQ + bP) \cos \Omega t \\ \dot{y} = \Omega [(aP - bQ) \cos \Omega t - (aQ + bP) \sin \Omega t] \end{cases}$$

$$\text{hoặc: } \begin{cases} x = a \sin(\Omega t + \varphi) \\ \dot{x} = a \Omega \cos(\Omega t + \varphi) \\ y = a \{ P \sin(\Omega t + \varphi) + Q \cos(\Omega t + \varphi) \} \\ \dot{y} = a \Omega \{ P \cos(\Omega t + \varphi) - Q \sin(\Omega t + \varphi) \}. \end{cases} \quad (1.8)$$

trong đó: a, b (hoặc a, φ) các biến mới,

P, Q - các hằng số xác định bởi hệ thức:

$$P = \frac{v^2(v^2 - \Omega^2) + \rho^2 \Omega^2}{(v^2 - \Omega^2)^2 + \rho^2 \Omega^2}; \quad Q = \frac{-\rho \Omega^3}{(v^2 - \Omega^2)^2 + \rho^2 \Omega^2}; \quad (1.9)$$

(đó là các hệ số hằng trong biểu thức nghiệm duy trì của phương trình thứ hai ở hệ (1.7) nếu xem $a =$ hằng, $\varphi =$ hằng).

Hệ phương trình trung bình là:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\varepsilon}{2\Omega} \left\{ -(h_1 \Omega + h_1^* \Omega + f) a + (\eta + \eta^*) b - \frac{3}{4} \beta (a^2 + b^2) \right\} \\ \dot{b} = \frac{-\varepsilon}{2\Omega} \left\{ (\eta + \eta^*) a + (h_1 \Omega + h_1^* \Omega - f) b - \frac{3}{4} \beta a (a^2 + b^2) \right\} \end{cases}$$

hoặc:

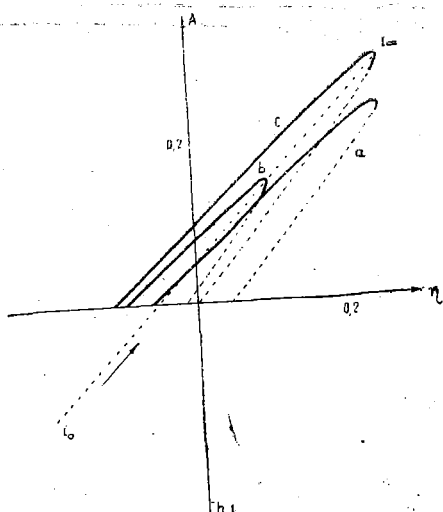
$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\varepsilon a}{2\Omega} \left\{ -(h_1 + h_1^*) \Omega - f \cos 2\varphi \right\} \\ \dot{\varphi} = \frac{-\varepsilon}{2\Omega} \left\{ (\eta + \eta^*) - f \sin 2\varphi - \frac{3}{4} \beta a^2 \right\} \end{cases} \quad (1.10)$$

So sánh (1.4) với (1.10) chúng ta thấy bộ tắt chấn cộng hưởng đã tạo ra lực cản và độ lệch tần bổ sung:

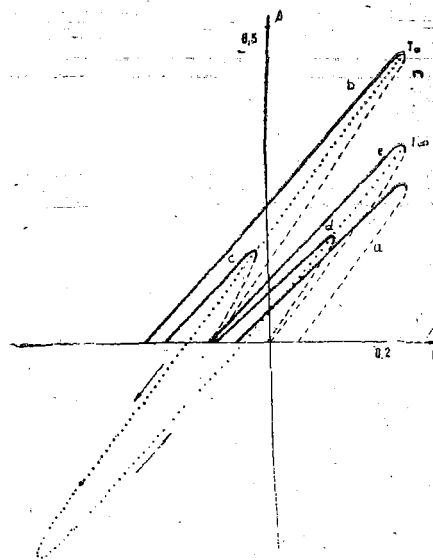
$$h_1^* = \frac{\mu \rho \Omega^4}{(v^2 - \Omega^2)^2 + \rho^2 \Omega^2}; \quad \eta^* = \mu \Omega^2 \left\{ 1 + \frac{\Omega^2 (v^2 - \Omega^2)}{(v^2 - \Omega^2)^2 + \rho^2 \Omega^2} \right\}. \quad (1.11)$$

Các chế độ dừng và tính ổn định của chúng vẫn như cũ.

Chọn $h_1 = 0,1$; $f^2 = 0,0125$; $\mu = 0,05$. Trên hình (1) vẽ đồ thị «biên độ» A khi chưa đặt bộ tắt chấn (a) và khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng đúng $v^2 = \Omega^2$ với $\rho = 8$ (b), $\rho = \infty$ (c); trên hình (2) khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng $v^2 = 1,4\Omega^2$ với $\rho = 0$ (b); $\rho = 0,04$ (c); $\rho = 10$ (d); $\rho = \infty$ (e). Các đoạn đậm liền nét, (đứt nét) tương ứng chế độ ổn định (không ổn định).



Hình 1



Hình 2

Để nhận rõ hiệu quả tắt chấn, chúng ta vẽ quỹ tích I_0I_∞ (nét chấm) của đỉnh (tiếp tuyến thẳng đứng) các đồ thị biên độ khi ρ tăng dần từ 0 đến ∞ (theo chiều mũi tên). Khi $v^2 = \Omega^2$, đồ thị biên độ nằm rất thấp ở góc phần tư thứ ba sẽ trượt dần lên cao tới vị trí (c); khi $v^2 = 1,4\Omega^2$; đồ thị biên độ từ vị trí (b) trượt xuống góc phần tư thứ ba rồi sau đó trượt lên cao tới vị trí (e). Dễ dàng nhận thấy, ở hệ thống số, bộ tắt chấn cộng hưởng hoạt động theo hai nguyên tắc như ở hệ tự chấn đã trình bày ở [5]:

— Độ lệch tần giữa tần số riêng của bộ tắt chấn và của hệ gốc (nghĩa là lân cận $1/2$ tần số kích động) càng nhỏ càng tốt;

— Lực cản trong bộ tắt chấn có trị số nằm trong vùng thích hợp.

Chú ý rằng bộ tắt chấn đồng thời cân bằng với hệ gốc và khi đó trong hệ sẽ không có hiện tượng tiêu tán năng lượng.

§ 2. BỘ TẮT CHẤN TRONG HỆ CƯỜNG BỨC

Bây giờ giả thiết khối lượng m_1 chịu lực kích động cưỡng bức điều hòa $f \sin t$ (f — biên độ; 1 — tần số kích động). Ký hiệu ω — tần số riêng.

a) Trường hợp không cộng hưởng. — Giả thiết $\omega \neq 1; 3; \frac{1}{3}$. Như đã biết trong

lý thuyết giảm chấn của hệ tuyến tính chịu kích động cưỡng bức điều hòa, dao động của hệ gốc bị dập tắt khi đặt bộ tắt chấn (không cộng hưởng) không cản và có tần số riêng bằng đúng tần số kích động. Bộ tắt chấn cộng hưởng không có hiệu quả đáng kể.

b) Trường hợp cộng hưởng chính: $\omega \approx 1$. Viết phương trình vi phân dao động dưới dạng:

$$\ddot{x} + x = \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 + f \sin t + \eta x \}, \quad (2.1)$$

trong đó: $\varepsilon \eta = 1 - \omega^2$ — độ lệch tần.

Hệ có dao động điều hòa tần số 1, biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$\{(A - \eta)^2 + h_1^2\} A = F, \quad (2.2)$$

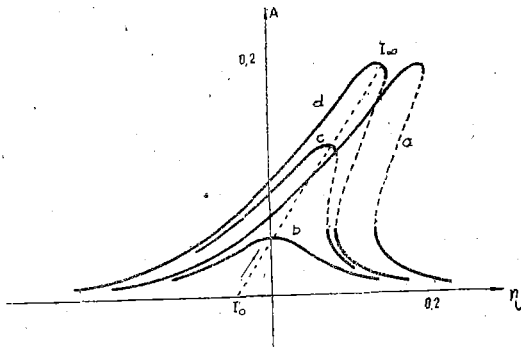
trong đó:

$$A = \frac{3}{4} \beta a^2; \quad F = \frac{3}{4} \beta f^2.$$

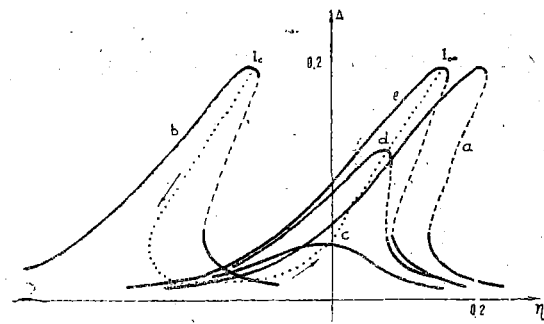
Tương ứng những giá trị η mà (2.2) cho ba biên độ A, chế độ dao động có biên độ trung bình là không ổn định.

Bộ tắt chấn không cộng hưởng cũng hoạt động theo nguyên tắc đổi tần như ở hệ thông số: hệ thay đổi tần số, thoát khỏi cộng hưởng và dao động cộng hưởng (ở xấp xỉ thứ nhất) bị dập tắt.

Đặt bộ tắt chấn cộng hưởng. Kết quả khảo sát cho biết trong hệ cũng xuất hiện lực cản và độ lệch tần bổ sung (1.11) khi cho $\Omega = 1$. Chọn $h_1 = \mu = 0,05$; $F = 0,0005$. Trên hình 3 vẽ đồ thị biên độ khi chưa đặt bộ tắt chấn (a) và sau khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng đúng $v^2 = 1$ với $\rho = 1$ (b) $\rho = 4$ (c) $\rho = \infty$ (d); trên hình 4 khi $v^2 = 1,2$ với $\rho = 0$ (b) $\rho = 1$ (c) $\rho = 4$ (d) $\rho = \infty$ (e). Qua đó nhận ra các nguyên tắc hoạt động đã biết của bộ tắt chấn cộng hưởng. Điều khác biệt ở đây là quỹ tích $I_0 I_\infty$ nằm trên trục hoành, do đó, dao động cộng hưởng cưỡng bức không bị dập tắt hoàn toàn và vì vậy trong hệ xảy ra hiện tượng tiêu tán năng lượng.



Hình 3



Hình 4

c) Trường hợp cộng hưởng bội ba: $\omega \approx 3$. Để đơn giản xem tần số kích động là $1/3$ và viết hệ phương trình vi phân dao động dưới dạng:

$$\ddot{x} + x = f \sin \frac{1}{3} t + \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 + \eta x \}, \quad (2.3)$$

trong đó: $\varepsilon \eta = 1 - \omega^2$

Dao động của hệ gồm hai thành phần: $x = x_0 + x'$

- Thành phần cưỡng bức: $x_0 = a_0 \sin \frac{1}{3} t$; $a_0 = 9f/8$ (2.4)

- Thành phần cộng hưởng mô tả bởi phương trình vi phân:

$$\ddot{x}' + x' = \varepsilon \{ -h_1 (x_0 + x') - \beta (x_0 + x')^3 + \eta (x_0 + x') \}. \quad (2.5)$$

Thành phần này là dao động điều hòa tần số 1 (lần cận tần số riêng) với biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$\{(A + 2A_0 - \eta)^2 + h_1^2\} A = \frac{1}{9} A_0^3, \quad (2.6)$$

trong đó:

$$A = \frac{3}{4} \beta a^2; \quad A_0 = \frac{3}{4} \beta a_0^2$$

và có điều kiện ổn định tương tự như ở trường hợp cộng hưởng chính. Đặt bộ tắt chấn không cộng hưởng; hệ đổi tần thoát khỏi cộng hưởng nên thành phần dao động cộng hưởng bị dập tắt. Thành phần cưỡng bức (không cộng hưởng) sẽ bị dập tắt với bộ tắt chấn không cản và có tần số riêng bằng đúng $1/3$ (tần số kích động). Vậy ở hệ cưỡng bức cộng hưởng bội ba, bộ tắt chấn cộng hưởng phối hợp các nguyên tắc hoạt động của nó trong hệ tuyến tính cưỡng bức và nguyên tắc đổi tần.

Với bộ tắt chấn cộng hưởng (tần số lân cận f), hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{cases} \ddot{x} + x = f \sin \frac{1}{3} t + \varepsilon \{ -h_1 \dot{x} - \beta x^3 + \eta x - \gamma (x - y) - \lambda (\dot{x} - \dot{y}) \} \\ \ddot{y} + \rho \dot{y} + v^2 y = v^2 x + \rho x \end{cases} \quad (2.7)$$

Cũng như ở hệ gốc, dao động gồm hai thành phần cưỡng bức (không cộng hưởng) và cộng hưởng. Thành phần cưỡng bức của hệ gốc vẫn như cũ; tuy nhiên bây giờ chính bộ tắt chấn cũng có dao động cưỡng bức. Thành phần cộng hưởng của hệ gốc vẫn được xác định bởi (2.6) nhưng lực cản và độ lệch tần được bổ sung lượng (1.11). Các đồ thị biên độ dao động cộng hưởng có cùng dạng như ở trường hợp cộng hưởng chính. Vậy ở hệ cưỡng bức cộng hưởng bội ba, bộ tắt chấn cộng hưởng không có ảnh hưởng đến thành phần dao động cưỡng bức (không cộng hưởng) còn đối với thành phần dao động cộng hưởng; nó hoạt động theo những nguyên tắc đã biết. Chú ý rằng hiện tượng tiêu tán năng lượng xảy ra.

§3. BỘ TẮT CHẤN TRONG CÁC HỆ HỖN HỢP

Những nguyên tắc hoạt động của các bộ tắt chấn cũng thể hiện trong các hệ hỗn hợp. Trước hết xét hệ tự chấn thông số xây dựng từ hệ tự chấn ở [5] nhưng có thêm kích động độ cứng lò xo. Viết hệ phương trình vi phân dao động dưới dạng:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon \{ h \dot{x} - k x^3 - h_1 \dot{x} - 2fx \sin 2t \}, \quad (3.1)$$

trong đó: ω - tần số riêng; $2f$, 2 - biên độ và tần số kích động. Nếu không có cộng hưởng, về cơ bản, hệ là thuần tự chấn nên các bộ tắt chấn hoạt động theo những nguyên tắc đã trình bày ở [5].

Xét trường hợp cộng hưởng $\omega \approx 1$, phương trình vi phân dao động là:

$$\ddot{x} + x = \varepsilon \{ h \dot{x} - k x^3 - h_1 \dot{x} - 2fx \sin 2t + \eta x \}, \quad (3.2)$$

trong đó: $\varepsilon \eta = 1 - \omega^2$.

Tiến hành khảo sát như đối với hệ thông số, kết quả cho biết hệ có thể:

1. Cân bằng, ổn định nếu:

$$h - h_1 < 0; \quad \eta^2 > f^2 - (h - h_1)^2. \quad (3.3)$$

2. Dao động điều hòa, tần số 1, biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$[A - (h - h_1)]^2 + \eta^2 = f^2 \quad (3.4)$$

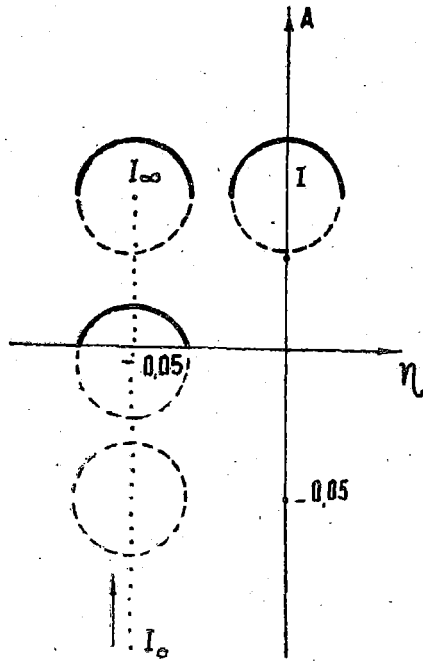
Ổn định, nếu:

$$A = \frac{3}{4} k a^2 > h - h_1 \quad (3.5)$$

Trong mặt phẳng (η, A) đồ thị biên độ A là đường tròn bán kính $|f|$ tâm $(\eta=0; A=h-h_1)$. Khi tăng cản, đường tròn hạ thấp; đoạn ổn định nửa là trên đường tròn sẽ chỉ còn là cung tròn rồi mất hẳn. Chú ý rằng khi $h-h_1 > 0$, dù độ lệch tần η lớn chế độ cân bằng vẫn không ổn định.

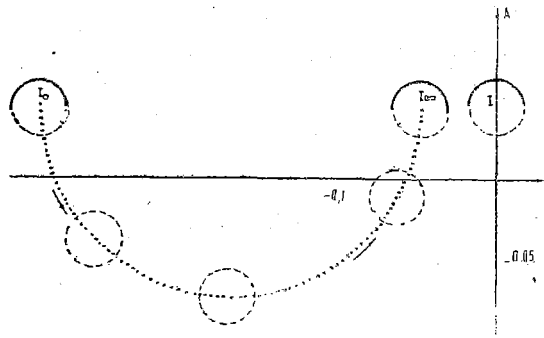
Bộ tắt chấn không cộng hưởng làm hệ đổi tần, thoát khỏi cộng hưởng thông số. Khi ấy, về cơ bản hệ trở thành thuần tự chấn hai bậc tự do nên để dập tắt các dao động (tự chấn) có thể xảy ra cần tăng cản. Vậy ở hệ tự chấn - thông số hệ tắt-chấn không cộng hưởng phối hợp nguyên tắc đổi tần ở hệ thông số và nguyên tắc tăng cản ở hệ tự chấn.

Với bộ tắt chấn cộng hưởng, các chế độ dừng vẫn như cũ nhưng có lực cản và độ lệch tần bổ sung (1.11). Chọn $h-h_1 = \mu = 0,05$; $f^2 = 0,0004$. Trên hình 5 vẽ các đường



Hình 5

tròn biên độ khi chưa đặt bộ tắt chấn (a) và khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng đúng $v^2 = 1$ với ρ tăng dần (b, c) đến ∞ (d). Trên hình 6 khi $v^2 = 1,2$ với $\rho = 0$ (b), tăng dần (c, d, e) đến ∞ (f): Đường $I_0 I_\infty$ là quỹ tích tâm đường tròn biên độ. Dễ dàng nhận thấy ở đây, bộ tắt chấn cộng hưởng hoạt động theo nguyên tắc chung cho hệ tự chấn và thông số.



Hình 6

Xét hệ tự chấn - cưỡng bức. Trường hợp không cộng hưởng, phương trình vi phân dao động là:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f \sin t + \varepsilon \{ h \dot{x} - kx^3 - h_1 \dot{x} \}. \quad (3.6)$$

Dao động của hệ gồm hai thành phần: $x = x_0 + x'$.

- Thành phần cưỡng bức; $x_0 = a_0 \sin t$; $a_0 = \frac{f}{\omega^2 - 1}$ (3.7)

- Thành phần tự chấn x' :

1. Hoặc cân bằng (ở xấp xỉ thứ nhất), ổn định nếu:

$$h - h_1 - 2A_0 < 0, \quad \left(A_0 = \frac{3}{4} k a_0^2 \right). \quad (3.8)$$

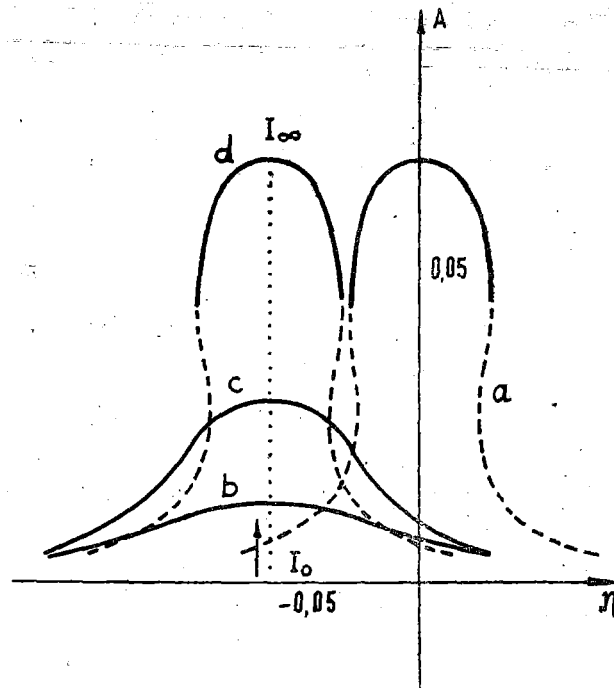
2. Hoặc dao động điều hòa tần số 1 biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$A = \frac{3}{4} k \omega^2 a^2 = h - h_1 - 2A_0 \quad (3.9)$$

ổn định nếu:

$$h - h_1 - 2A_0 > 0 \quad (3.10)$$

Bộ tắt chấn không cộng hưởng với tần số riêng bằng đúng tần số kích động sẽ dập tắt thành phần cưỡng bức; sau đó nhờ tăng cản có thể dập tắt thành phần tự chấn. Như thế, ở đây, bộ tắt chấn không cộng hưởng phối hợp các nguyên tắc của nó trong hệ tuyến tính cưỡng bức và trong hệ tự chấn.



Hình 7

Bộ tắt chấn cộng hưởng (tần số lân cận ω) không có ảnh hưởng đến thành phần cưỡng bức; nó chỉ có hiệu quả đối với thành phần tự chấn như đã biết.

Trường hợp cộng hưởng chính $\omega \approx 1$, phương trình vi phân dao động là:

$$\ddot{x} + x = \varepsilon \{ h\dot{x} - kx^3 - h_1x + f \sin t + \eta x \}, \quad (3.11)$$

trong đó:

$$\varepsilon \eta = 1 - \omega^2.$$

Hệ có dao động điều hòa tần số 1 biên độ a xác định bởi hệ thức:

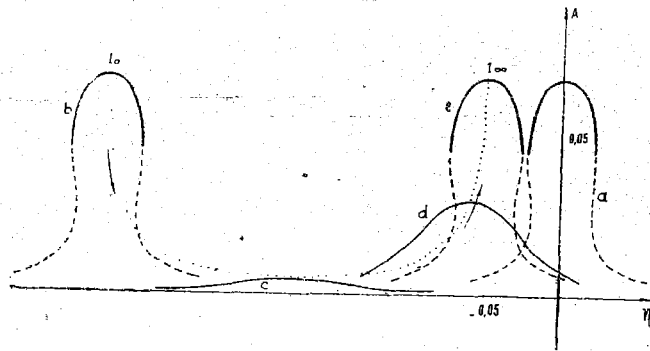
$$\{ [A - (h - h_1)]^2 + \eta^2 \} A = F = \frac{3}{4} k f^2 \quad (3.12)$$

Định nghĩa:

$$A = \frac{3}{4} k a^2 > \frac{1}{2} (h - h_1); \quad \frac{\left[A - \frac{2}{3} (h - h_1) \right]^2}{\left[(h - h_1)/3 \right]^2} + \frac{\eta^2}{\left[(h - h_1)/\sqrt{3} \right]^2} > 1. \quad (3.13)$$

Bộ tắt chấn không cộng hưởng phối hợp các nguyên tắc đổi tần và tăng cản. Bộ tắt chấn cộng hưởng tạo ra lực cản và độ lệch tần bổ xung. Chọn $h - h_1 = \mu = 0,05$; $F = 0,000028$, trên hình 7 vẽ đồ thị biên độ A khi chưa đặt bộ tắt chấn (a) và khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng đúng $\nu^2 = 1$ với $\rho = 0,6$ (b) $\rho = 1$ (c) $\rho = \infty$ (d); trên hình 8 khi $\nu^2 = 1,2$

với $\rho=0$ (b) $\rho=0,2$ (c) $\rho=1$ (d) $\rho=\infty$ (e). Chúng ta lại thấy các nguyên tắc hoạt động đã biết của bộ tắt chấn cộng hưởng. Chú ý rằng vì có tính cường bức, dao động không hoàn toàn bị dập tắt và do đó trong hệ có tiêu tán năng lượng.



Hình 8

§ 4. BỘ TẮT CHẤN TRONG HỆ TỰ CHẤN — THÔNG SỐ HAI BẬC TỰ DO

Đối với hệ hai bậc tự do, chúng ta xét một thí dụ: hệ tự chấn — thông số xây dựng từ hệ tự chấn tương ứng ở [5] trong đó lò xo giữ khối lượng m_i chịu kích động. Giả thiết kích động có tần số 2 và xảy ra cộng hưởng $\omega_1 \approx 1$. Hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (C_1 + C_{12}) \dot{x}_1 - C_{12} \dot{x}_2 = \epsilon (g_1 + g_1') = \epsilon \{ h x_1 - k x_1^3 - \\ - (h_1 + h_{12}) \dot{x}_1 + h_{12} \dot{x}_2 - 2f x_1 \sin 2t \} + \epsilon \{ -(\delta_1 + \delta_{12}) x_1 + \delta_{12} x_2 \} \\ m_2 \ddot{x}_2 - C_{12} \dot{x}_1 + (C_{12} + C_2) \dot{x}_2 = \epsilon (g_2 + g_2') = \epsilon \{ h_{12} \dot{x}_1 - \\ - (h_{12} + h_2) \dot{x}_2 \} + \epsilon \{ \delta_{12} x_1 - (\delta_{12} + \delta_2) x_2 \}, \end{cases} \quad (4.1)$$

trong đó: $2f$ — biên độ kích động;

C_1, C_{12}, C_2 — các trị số độ cứng tương ứng khi hệ có tần số riêng đúng bằng 1 và ω_2 ;

$(\delta_1, \delta_{12}, \delta_2)$ các độ cứng dư.

Ký hiệu (d_i, d_i') ($i = 1, 2$) — các hệ số phân phối tương ứng với tần số riêng $\omega_1 = 1, \omega_2$. Đặt:

$$x_1 = X_1 + X_2, \quad x_2 = d_1 X_1 + d_2 X_2. \quad (4.2)$$

Hệ phương trình vi phân ở tọa độ pháp có dạng:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 + X_2 = \frac{\epsilon}{M_1} \{ \bar{g}_1 + d_1 \bar{g}_2 + \eta_{11} X_1 + \eta_{12} X_2 \} \\ \ddot{X}_2 + \omega_2^2 X_2 = \frac{\epsilon}{M_2} \{ \bar{g}_1 + d_2 \bar{g}_2 + \eta_{21} X_1 + \eta_{22} X_2 \} \end{cases} \quad (4.3)$$

trong đó:

$$-\eta_{11} = \delta_1 + \delta_2 d_1^2 + \delta_{12} (1 - d_1)^2;$$

$$-\eta_{12} = -\eta_{21} = \delta_1 + \delta_2 d_1 d_2 + \delta_{12} (1 - d_1) (1 - d_2);$$

$$-\eta_{22} = \delta_1 + \delta_2 d_2^2 + \delta_{12} (1 - d_2)^2;$$

\bar{g} — hàm g sau biến đổi.

(4.4)

Để đơn giản, chúng ta điều chỉnh các độ cứng dư sao cho $\eta_{22} = \eta_{12} = \eta_{21} = 0$.
khi ấy riêng tần số ω_1 biến thiên với độ lệch tần $\eta = \eta_{11}$. Hệ (4.3) trở thành:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 + X_1 = \frac{\epsilon}{M_1} \{ \bar{g}_1 + d_1 \bar{g}_2 + \eta X_1 \} \\ \ddot{X}_2 + \omega_2^2 X_2 = \frac{\epsilon}{M_2} \{ \bar{g}_1 + d_2 \bar{g}_2 \} \end{cases} \quad (4.5)$$

Kết quả khảo sát cho biết các chế độ dừng của hệ là:

1. Cân bằng, ổn định nếu:

$$h - H_i < 0 \quad (i = 1, 2); \quad \eta^2 > f^2 - (h - H_1)^2. \quad (4.6)$$

2. Dao động điều hòa của riêng X_1 tần số 1 biên độ a:

$$[A - (h - H_1)]^2 + \eta^2 = f^2 \quad (4.7)$$

ổn định nếu:

$$A = \frac{3}{4} k a^2 > h - H_1; \quad A > \frac{1}{2} (h - H_2) = \frac{1}{2} B. \quad (4.8)$$

3. Dao động điều hòa của riêng X_2 tần số ω_2 biên độ b:

$$B = \frac{3}{4} k \omega_2^2 b^2 = h - H_2 \quad (4.9)$$

ổn định nếu:

$$B > \frac{1}{2} (h - H_1); \quad \left[B - \frac{1}{2} (h - H_1) \right]^2 + \frac{\eta^2}{f^2} > 1. \quad (4.10)$$

4. Dao động đồng thời của X_1, X_2 nhưng không ổn định.

Trong các công thức trên:

$$H_i = h_1 + h_2 d_i^2 + h_{12} (1 - d_i)^2, \quad (i = 1, 2). \quad (4.11)$$

Bộ tắt chấn không cộng hưởng phối hợp nguyên tắc đối tần để loại dao động cộng hưởng thông số của X_1 với nguyên tắc tăng cản để loại dao động tự chấn của X_2 .

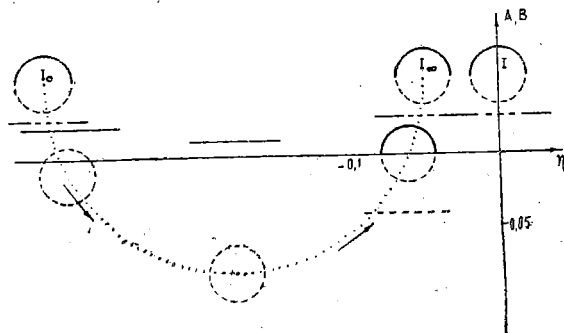
Bộ tắt chấn cộng hưởng với tần số 1 tạo ra lực cản và độ lệch tần bổ sung:

$$H_1^* = \frac{\mu \rho}{(v^2 - 1)^2 + \rho^2};$$

$$H_2^* = \frac{\mu \rho \omega_2^4}{(v^2 - \omega_2^2)^2 + \rho^2 \omega_2^2};$$

$$\eta^* = \mu \left\{ 1 + \frac{v^2 - 1}{(v^2 - 1)^2 + \rho^2} \right\}. \quad (4.12)$$

Chọn $m_1 = m_2 = 1$; $C_1 = 3$; $C_2 = 0$; $C_{12} = 2$; $h = 0,2$; $h_1 = 0,13$; $h_2 = 0$; $h_{12} = 0,02$; $f^2 = 0,0004$ thì $\omega_1^2 = 1$; $\omega_2^2 = 6$. Trên hình 9 vẽ đường tròn biên độ A khi chưa đặt bộ tắt chấn (a) và khi đặt bộ tắt chấn cộng hưởng $v^2 = 1,2$ với $\rho = 0$ (b) tăng dần (c, d, e)



Hình 9

đến ∞ (f); đoạn thẳng nhỏ nằm ngang chỉ mức biên độ B. Chúng ta vẫn thấy nguyên tắc hoạt động đã biết của bộ tắt chấn cộng hưởng. Điều cần chú ý thêm là bộ tắt chấn cộng hưởng với tần số thấp ω_1 cũng có ảnh hưởng đáng kể đến dao động tự chấn với tần số cao ω_2 và giữa hai chế độ dao động có ảnh hưởng qua lại về mặt ổn định.

Địa chỉ:

Đại học Bách khoa

Nhận ngày 28/7/1979

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. MANSOUR W.M. Quenching of limit cycles of a Vanderpol oscillator. Journal of sound and vibration, V.25. N^o 3, 1972.
2. CLENDENING W.R., DUBEY R.N. Analysis of control methods for galloping systems. КОНСТРУИРВАННИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ N^o 3, 1973.
3. TONDL A. Quenching of self excited vibrations: equilibrium aspects. Journal of sound and vibration, V.42, N^o 2, 1975.
4. TONDL A. Quenching of self excited vibrations: one and two frequency vibrations. Journal of Sound and Vibration, V.42, N^o2, 1975.
5. NGUYỄN VĂN ĐÌNH. Bộ tắt chấn động lực trong hệ tự chấn Tạp chí Cơ học số 3-4-1979.

SUMMARY

THE ABSORBER IN PARAMETRIC AND FORCED SYSTEMS

In this paper, we consider the action of the absorber in the parametric and forced systems. If we connect the non-resonant absorber to examined system the frequency will be changed and the resonant oscillation disappears; the resonant absorber is governed by the well-known principle in self-excited system [5].