

VỀ ẢNH HƯỞNG ĐÀN HỒI CỦA CỌC ĐẾN DAO ĐỘNG CỌC

NGUYỄN NGỌC QUỲNH

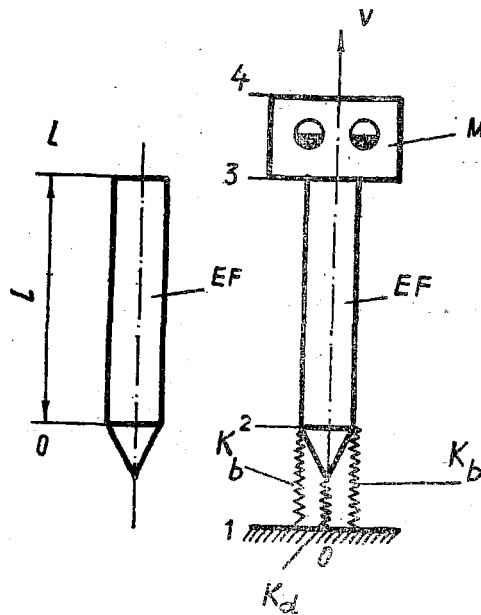
TRONG [1] tác giả đã trình bày một mô hình tính toán mới để khảo sát dao động cọc với giả thiết cọc là vật thể cứng không chịu biến dạng trong các quá trình dao động. Trong thực tế, giả thiết này chỉ cho phép chấp nhận trong một số trường hợp: cọc hép dùng để nhồi cọc cát, cọc thép hoặc cọc bê tông có chiều dài ngắn v.v... Còn trong nhiều trường hợp phải tính đến tính đàn hồi của cọc như cọc gỗ, cọc bê tông có chiều dài lớn. Theo nghiên cứu của Barkan [2] cho thấy rằng nếu độ cứng của cọc lớn so với độ cứng của nền và chiều dài cọc nhỏ so với chiều dài bước sóng ruyền trong cọc thì tính đàn hồi của cọc ít ảnh hưởng đến dao động của nó, còn trong các trường hợp khác phải xét đến tính đàn hồi của cọc.

Trong bài báo này, chúng tôi dùng mô hình đã trình bày trong [1] để khảo sát ảnh hưởng đàn hồi của cọc đến dao động cọc. Các giả thiết được dùng sau đây:

— Xem biến dạng cọc là rất nhỏ nên có thể dùng công thức lực ma sát giữa nền và cọc của Baranov V.A. [3].

— Coi nền dưới đáy cọc là nền bán không gian đàn hồi có tính đến quán tính của nền.

Mô hình được thiết lập như sau: Toàn bộ máy đóng cọc có khối lượng ký hiệu là M , cọc có chiều dài l và độ cứng EF . Độ cứng của nền dưới đáy cọc ký hiệu K_d . Lực ma sát giữa nền và mặt bên của cọc được tính theo công thức (9) trong [1], từ đó suy ra độ cứng của nền đối với mặt xung quanh cọc được ký hiệu K_b . Độ cứng K_a không phụ thuộc độ sâu của cọc (xem hình 1), trong lúc đó độ cứng K_b là hàm của độ dài cọc.



Hình 1

§ 1. LẬP HỆ THỨC CHUYỂN TIẾP CỦA CỌC CÓ KÈ ĐẾN MA SÁT TRONG CỦA VẬT LIỆU CỌC

Phương trình vi phân truyền sóng dọc đàn hồi trong cọc có kể đến lực cản đàn hồi của vật liệu:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha_c \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

trong đó $a = \sqrt{\frac{Eg}{\gamma}}$ - vận tốc truyền sóng trong cọc,

γ - trọng khối của cọc, α_c - hệ số cản của vật liệu cọc,

u - chuyển dịch đàn hồi của cọc.

Bằng phương pháp tách biến đặt, $u = X(x)e^{i\omega t}$, phương trình (1.1) đưa về dạng:

$$X'' + r^{*2} \cdot X = 0, \quad (1.2)$$

$$r^* = \frac{\omega}{a} \sqrt{1 - i \frac{\alpha_c}{\omega}}$$

Nghiệm của phương trình (1.2) có dạng:

$$X = C \cos r^* x + D \sin r^* x, \quad (1.3)$$

C, D là các hằng số.

Biên độ lực dọc trong cọc:

$$N = EF \cdot X' \quad (1.4)$$

Từ (1.3) và (1.4) lập hệ thức dưới dạng ma trận:

$$\begin{Bmatrix} X \\ N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos r^* x & \sin r^* x \\ -EFr^* \sin r^* x & EFr^* \cos r^* x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C \\ D \end{Bmatrix} \quad (1.5)$$

Thay $x = l$ và $x = 0$ vào hệ thức (1.5) đồng thời khử ma trận cột $\begin{Bmatrix} C \\ D \end{Bmatrix}$, hệ thức chuyển tiếp từ 0 đến l có dạng

$$\begin{Bmatrix} X \\ N \end{Bmatrix}_l = \begin{bmatrix} \cos r^* l & \frac{\sin r^* l}{EFr^*} \\ -EFr^* \sin r^* l & \cos r^* l \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X \\ N \end{Bmatrix}_0 \quad (1.6)$$

Ma trận chuyển tiếp của cọc ký hiệu bởi [G]:

$$[G] = \begin{bmatrix} \cos r^* l & \frac{\sin r^* l}{EFr^*} \\ -EFr^* \sin r^* l & \cos r^* l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

§2. PHƯƠNG TRÌNH TẦN SỐ CỦA HỆ NỀN VÀ CỌC

Hệ thức chuyển tiếp dao động dọc của cọc và nền có thể viết dưới dạng:

$$\begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = [M] \cdot [G] \cdot [K] \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_1 \quad (2.1)$$

trong đó các ma trận

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 M & 1 \end{bmatrix}; [K] = \begin{bmatrix} 1 & 1/K_d + K_b \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

v - dịch chuyển của hệ.

Các độ cứng K_d, K_b có dạng [1].

Thay các ma trận [G], [M], [K] vào (2.1), sau khi thực hiện tính toán chúng ta nhận được:

$$\begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = \begin{bmatrix} \cos r^* l & \frac{\cos r^* l}{K_d + K_b} + \frac{\sin r^* l}{EFr^*} \\ -\omega^2 M \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l & \frac{-\omega^2 M \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l}{K_d + K_b} - \frac{\omega^2 M \sin r^* l}{EFr^* l} + \cos r^* l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_1 \quad (2.2)$$

Điều kiện biên $v_1 = 0, N_4 = 0$ (2.3)

Thay (2.2) vào các điều kiện biên (2.3) rút ra được phương trình tần số của hệ cọc và nền:

$$-\frac{\omega^2 M \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l}{K_b + K_d} - \frac{\omega^2 M \sin r^* l}{EFr^*} + \cos r^* l = 0 \quad (2.4)$$

Nghiệm của phương trình (2.4) có dạng phức. Giải phương trình siêu việt có nghiệm phức là một việc khó khăn. Đưa phương trình (2.4) về dạng:

$$\omega^2 = \frac{\cos r^* l}{M} \frac{1}{\frac{\cos r^* l}{K_d + K_b} + \frac{EFr^* \sin r^* l}{(K_d + K_b)\omega^2 M} + \frac{\sin r^* l}{EFr^*}} \quad (2.5)$$

Xét trường hợp đơn giản: coi khối lượng cọc tập trung vào với khối lượng máy, ký hiệu m_c , đồng thời bỏ qua ma sát trong của vật liệu ($\alpha_c = 0$) ta có:

$$\cos r^* l = 1; \quad \sin r^* l = 0$$

$$\lim_{r^* \rightarrow 0} \frac{\sin r^* l}{EFr^*} = \frac{l}{EF} \quad (2.6)$$

Thay các giá trị ở (2.6) vào (2.5), tần số riêng tìm được trong trường hợp này có dạng:

$$\omega^2 = \frac{1}{M + m_c} \cdot \frac{1}{\frac{1}{K_d + K_b} + \frac{l}{EF}} \quad (2.7)$$

Công thức (2.7) biểu diễn sự liên hệ của tần số ω với độ cứng EF và chiều dài l của cọc. Do ảnh hưởng độ cứng của cọc còn phụ thuộc giá trị tỷ số $\frac{l}{EF}$ so với tỷ số $\frac{1}{K_d + K_b}$.

Rõ ràng trong trường hợp chiều dài cọc lớn, độ cứng của cọc không lớn thì ảnh hưởng đàn hồi của cọc là rất đáng kể đối với tần số ω .

§ 3. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC

Lực gây rung dề hạ cọc có dạng điều hòa $P = P_0 \sin \Omega t$ do máy gây rung tạo ra. Hệ thức chuyển tiếp của cọc khi chịu lực tác dụng cưỡng bức:

$$\begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_1 + \begin{Bmatrix} 0 \\ P \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

trong đó

$$\begin{aligned} L_{11} &= \cos r^* l, & L_{12} &= \frac{\cos r^* l}{K_d + K_b} + \frac{\sin r^* l}{EFr^*} \\ L_{21} &= -\Omega^2 M \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l \\ L_{22} &= -\frac{\Omega^2 M \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l}{K_d + K_b} - \frac{\Omega^2 M \sin r^* l}{EFr^*} + \cos r^* l. \end{aligned}$$

Thay (3.1) vào các điều kiện (2.3) tìm được:

$$v_4 = -\frac{L_{12}}{L_{22}} \cdot P_0 \sin \Omega t$$

hoặc

$$v_4 = \frac{[EFr^* \cos r^* l + (K_d + K_b) \sin r^* l] P_0 \sin \Omega t}{(EFr^*)^2 \sin r^* l - EFr^* (K_d + K_b) \cos r^* l + \Omega^2 M [(K_d + K_b) \sin r^* l + EFr^* \cos r^* l]} \quad (3.2)$$

Nếu coi khối lượng cọc tập trung vào khối lượng của máy, dao động cưỡng bức của cọc trong trường hợp này có dạng đơn giản sau:

$$v_4 = \frac{P_0 \sin \Omega t}{\Omega^2 (M + m_c) - \frac{1}{\frac{1}{K_d + K_b} + \frac{l}{EF}}} \quad (3.3)$$

Rõ ràng trong trường hợp này ảnh hưởng đàn hồi của cọc biểu thị bởi tỷ số $\frac{l}{EF}$. Nếu khối lượng cọc có dạng phân bố, nhưng giả thiết tốc độ truyền sóng a khá lớn để cho r đủ nhỏ và thỏa mãn $r^* l \ll 1$ do đó $\cos r^* l = 1$ và $\sin r^* l = r^* l$. Dao động cưỡng bức của cọc trong trường hợp này có dạng:

$$v_4 = \frac{P_0 \sin \Omega t}{\Omega^2 M - \frac{1}{\frac{1}{K_d + K_b} + \frac{l}{EF}} + \frac{(EF r^*)^2 l}{(K_d + K_b) l + EF}} \quad (3.4)$$

§ 4. TRƯỜNG HỢP MÁY ĐÓNG CỌC ĐẶT TRÊN CÁC Lò XO

(xem hình 2)

a) dao động tự do

k — độ cứng của các lò xo đặt dưới máy gây rung. Ma trận độ cứng của hệ lò xo này được ký hiệu $[k]$:

$$[k] = \begin{bmatrix} 1 & 1/k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Hệ thức chuyển tiếp khi hệ dao động thẳng đứng có dạng:

$$\begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = [M] \cdot [k] \cdot [G] [K] \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_0$$

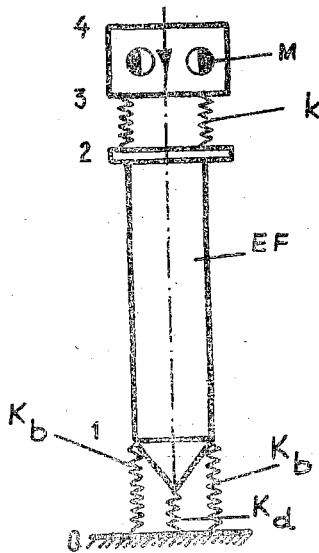
$$\text{hoặc} \quad \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_0 \quad (4.2)$$

trong đó: $R_{11} = G_{11} + G_{21}/k$

$$R_{12} = \frac{1}{K_d + K_b} \left(G_{11} + \frac{G_{21}}{k} \right) + G_{12} + G_{22}/k$$

$$R_{21} = -\omega^2 M G_{11} + G_{21} \left(1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right)$$

$$R_{22} = \frac{1}{K_d + K_b} \left[-\omega^2 M G_{11} + G_{21} \left(1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right) \right] - \omega^2 M G_{12} + G_{22} \left(1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right)$$



Hình 2

Thay (4.2) vào các điều kiện biên: $v_0 = 0$; $N_4 = 0$ ta tìm được phương trình tần số:

$$\frac{1}{K_d + K_b} \left[-\omega^2 M G_{11} + G_{21} \left(1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right) \right] - \omega^2 M G_{12} + G_{22} \left(1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right) = 0 \quad (4.3)$$

hoặc có thể viết (4.3) dưới dạng:

$$\omega^2 = \frac{(K_d + K_b) G_{22} + G_{21}}{M \left[G_{11} + (K_d + K_b) G_{12} + \frac{K_d + K_b}{k} \cdot G_{22} + \frac{G_{21}}{k} \right]} \quad (4.4)$$

hay

$$\omega^2 = \frac{(K_d + K_b) \cos r^* l - EFr^* \sin r^* l}{M \left[\cos r^* l + \frac{K_d + K_b}{EFr^*} \sin r^* l + \frac{K_d + K_b}{k} \cos r^* l - \frac{EFr^*}{l} \sin r^* l \right]} \quad (4.4)$$

Trường hợp đặc biệt: Giả thiết bỏ qua khối lượng cọc tức là thỏa mãn điều kiện (2.6), lúc đó tần số riêng của hệ xác định được:

$$\omega^2 = \frac{K_d + K_b}{M \left[1 + \frac{K_d + K_b}{EF} \cdot l + \frac{K_d + K_b}{k} \right]} \quad (4.5)$$

Như vậy trong trường hợp tính toán đòi hỏi chính xác cao, chúng ta phải giải phương trình siêu việt (4.3), trong lúc đó công thức (4.5) có thể dùng để xác định giá trị gần đúng của tần số riêng.

b) Dao động cưỡng bức

Hệ thức chuyển tiếp của hệ cọc khi chịu lực tác dụng cưỡng bức điều hòa:

$$\begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_4 = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ N \end{Bmatrix}_0 + \begin{Bmatrix} 0 \\ P \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Thay (4.6) vào các điều kiện biên $v_0 = 0$; $N_4 = 0$ rút ra được hệ thức:

$$v_4 = \frac{\left\{ -\frac{1}{K_d + K_b} \left(G_{11} + \frac{G_{21}}{k} \right) - G_{12} - \frac{G_{22}}{k} \right\} P_0 \sin \Omega t}{\frac{1}{K_d + K_b} \left[-\Omega^2 M G_{11} + G_{21} \left(1 - \frac{\Omega^2 M}{k} \right) \right] - \Omega^2 M G_{12} + G_{22} \left(1 - \frac{\Omega^2 M}{k} \right)} \quad (4.7)$$

Hệ thức liên hệ dịch chuyển của máy v_4 và đầu cọc v_2 :

$$v_2 = \frac{1}{1 + \frac{\Omega^2 M}{k - \Omega^2 M}} v_4 \quad (4.8)$$

Thay v_4 từ (4.7) vào (4.8) ta có:

$$v_2 = \frac{k - \Omega^2 M}{k} \cdot \frac{\left\{ -\frac{1}{K_d + K_b} \left(G_{11} + \frac{G_{21}}{k} \right) - G_{12} - \frac{G_{22}}{k} \right\} P_0 \sin \Omega t}{\frac{1}{K_d + K_b} \left[-\Omega^2 M G_{11} + G_{21} \left(1 - \frac{\Omega^2 M}{k} \right) \right] - \Omega^2 M G_{12} + G_{22} \left(1 - \frac{\Omega^2 M}{k} \right)} \quad (4.9)$$

Xét trường hợp đơn giản bằng cách bỏ qua trọng lượng cọc, do đó

$$G_{11} = \cos r^* l = 1; \quad G_{12} = \frac{\sin r^* l}{EFr^*} \rightarrow \frac{l}{EF}$$

$$G_{21} = -EFr^* \sin r^* l = 0; \quad G_{22} = \cos r^* l = 1$$

Vi vậy v_2 còn có dạng đơn giản hơn:

$$v_2 = \frac{k - \Omega^2 M}{k} \cdot \frac{P_0 \sin \Omega t}{\Omega^2 M - \frac{1}{\frac{1}{K_d + K_b} + \frac{l}{EF} + \frac{1}{k}}} \quad (4.10)$$

KẾT LUẬN

Trên đây chúng tôi đã trình bày một phương pháp tính toán dao động cọc khi tính đến tính chất đàn hồi của cọc, các công thức giải tích về biên độ cũng như phương trình tần số cho phép áp dụng trong từng trường hợp cụ thể một cách dễ dàng trong tính toán kỹ thuật.

Địa chỉ:
Viện cơ học - Viện KHVN

Nhận ngày 30-8-1979

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Ngọc Quỳnh. T. s. Khoa học kỹ thuật. Viện khoa học Việt nam, N° 4 (142)/1978
2. Barkan D.D. Méthodes de vibration dans la construction. Dunod, Paris, 1963.
3. БАРАНОВ. В.А. Вопросы динамики и прочности 14. Рига 1967.

RÉSUMÉ

INFLUENCE DE L'ÉLASTICITÉ DU PIEU A LA VIBRATION DU SYSTEME DU PIEU

En appliquant la force de frottement latérale dynamique entre le sol et le pieu étudié par Baranov [3], on considère l'influence de l'élasticité du pieu enfoncé en vibration.

(Tiếp trang 26)

BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA KẾT CẤU SIÊU TĨNH CHỊU TẢI TRỌNG DI ĐỘNG

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ЧИРАС А. А. Расчет упруго — пластических систем Методом линейного программирования. Изд-во «Mintic», Вильнюс, 1969.
2. ЛАБЛИН. Д. О., САВЕ М. А. Проектирование Балок Минимального Веса при подвижных нагрузках. Механика (перевод,) И² 3, 1971.
3. Nguyễn Văn Phó. Giải bài toán kiểm tra và thiết kế tối ưu các hệ đàn hồi—dẻo. Tóm tắt luận án phó tiến sĩ, Hà nội, 1979.
4. Đỗ Sơn. Về bài toán tối ưu hóa kết cấu công trình. Tuyển tập nghiên cứu Cơ học. Viện khoa học Việt nam, Hà nội, 1978.

SUMMARY

PROBLEM OF OPTIMISATION OF STATICALLY INDETERMINATE STRUCTURES FOR MOVING LOADS

In this Paper formulated a Problem of Optimisation of statically indeterminate Structures for moving loads in the shake-down State by a linear programming using the simplex Method. The Algorithm and numerical Results have been illustrated by the Computation of a statically indeterminate Beam.