Tạp chí CƠ HỌC 1980 số 1 (trang 23 – 26)

BÀI TOÁN TỐI ƯU HÓA KẾT CẤU SIÊU TĨNH CHỊU TẢI TRỌNG DI ĐỘNG

ĐỖ SƠN

§1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong thực tế kỹ thuật thường gặp loại tác động thay đổi lặp đi lặp lại hoặc về cường độ, hoặc về vị trí điểm đặt. Khi kết cấu làm việc ngoài giới hạn đàn hồi thì sự tích lũy biến dạng dư do tác động trên có thể sẽ làm cho chúng bị phá hủy sớm hơn so với trường hợp khi tác động đó là cố định. Vì vậy, việc khảo sát bài toán tối ưu hóa trong trường hợp tác động này được nhiều người quan tâm. Chiras A. A. [1] đã phát biểu bài toán tối ưu hóa kết cấu trong trường hợp tải trọng thay đổi lặp đi lặp lại về cường độ dưới dạng quy hoạch tuyến tính. Cũng dưới dạng quy hoạch toán học trong [3] đã phát biểu bài toán ứng với trường hợp tải trọng di động theo nghĩa kiểm tra sự tác động không đồng thời tại một số điểm rời rạc trên đường đặt tải. Trong [2] tiến hành thiết kế dầm trọng lượng cực tiểu chịu tải trọng di động trên cơ sở phân tích họ các cơ cấu phá hủy và các phương án lực khả dĩ.

Cũng tương tự [1], dựa vào định lý Mêlăng, tác giả phát biểu bài toán tối ưu hóa kết cấu siêu tĩnh chịu tải trọng di động theo trạng thái thích ứng. Tải trọng chóm dẻo được kiểm tra theo tiêu chuẩn đàn hồi; giả thiết vật liệu là dàn–dẻo lý tưởng. Phương pháp và thuật toán được minh họa chi tiết trên một hệ dầm liên tục. Kết quả thu được nhờ chương trình giải trên máy tính điện tử IBM–360/50 của trung tâm tính toán thuộc Ủy ban kế hoạch Nhà nước.

§2. THIẾT LẬP BÀI TOÁN

Xét kết cấu thanh siêu tĩnh có hình dáng và liên kết cho trước. Giả thiết có một tải trọng vuông góc và di động theo phương của trục thanh. Khi tải trọng di động tại mỗi điểm bất kỳ của thanh sẽ chịu một ảnh hưởng lực thay đổi từ min đến max. Nếu cho $P > P_s$, (P_s–tải trọng làm cho thanh bắt đầu xuất hiện biến dạng dẻo) tác dụng lên một vị trí nào đó của kết cấu thì, sau khi tải trọng chuyền qua vị trí khác, tại điểm trên sẽ tồn tại biến dạng dư và, do đó, làm xuất hiện nội lực dư. Trong hệ thanh nếu không kể đến lực dọc và lực cắt được biểu diễn qua mô men uốn, thì nội lực dư cơ bản là mômen uốn dư. Gọi M_{ij} là mômen uốn đàn hồi tại điểm i với các giá trị cực đại và cực tiểu tương ứng của nó là M_i^+ và M_i^- khi cho j chạy từ 1, 2, ..., đến n; m_i là mô men dư tại điểm i và M_s^d là mô men giới hạn trên phần tử kết cấu s đồng nhất cả về vật liệu lẫn tiết diện, theo định lý Mêlăng điều kiện bền, hay cho phép, của điểm xét sẽ là:

$$|M_i^{\pm} + m_i| \leqslant M_s^d \tag{2.1}$$

Viết giải bài toán là nhằm xác định một tổ hợp nội lực $M_i^{\pm} + m_i$ có trị số tuyệt đối lớn nhất thỏa mãn điều kiện (2.1). Do các mô men là đại lượng tỷ lệ thuận với tải trọng tác dụng cho nên, tùy thuộc vào yêu cầu đặt ra của bài toán, hệ thức (2.1) có thể mô tả bài toán kiểm tra hay bài toán thiết kế.

Các giá trị mô men đàn hồi M_{ij} có thể được xác định theo các phương pháp của cơ học kết cấu và nói chung có thể được biểu diễn dưới dạng

$$M_{ij} = P_j \omega_{ij} \tag{2.2}$$

với $P_j = \text{const}$ tại điểm j và

$$\omega_{ij} = \alpha_{ik}(-\delta_{KK}^{-1}\Delta_{Kj}) + \lambda_{ij}, \tag{2.3}$$

trong đó α_{ik}, λ_{ij} là các giá trị nội lực tại điểm i của hệ cơ bản do ẩn lực đơn vị và tải trọng đơn vị di động trên điểm j gây ra; δ_{KK}^{-1} — ma trận nghịch đảo của các hệ số của hệ phương trình chính tắc k bậc siêu tĩnh; Δ_{Kj} — ma trận hệ số tự do của hệ phương trình chính tắc ứng với tải trọng đơn vị di động trên điểm j.

Các giá trị cực đại và cực tiểu của mômen đàn hồi được xác định từ (2.2) như sau

$$M_i^{+} = \begin{cases} \max\limits_j M_{ij}, & \text{nếu} \quad M_{ij} > 0 \\ 0, & \text{nếu} \quad M_{ij} \leqslant 0 \end{cases}$$
$$M_i^{-} = \begin{cases} 0, & \text{nếu} \quad M_{ij} \geqslant 0 \\ \min\limits_j M_{ij}, & \text{nếu} \quad M_{ij} < 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

Tải trọng làm cho ở các thớ ngoài của kết cấu bắt đầu xuất hiện biến dạng dẻo là

$$P_s = \frac{\widetilde{M}_s^d}{\omega_{ij}} \tag{2.5}$$

trong đó $\widetilde{M}_s^d$ là giá trị mô men giới hạn phụ thuộc vào hình dạng của tiết diện. Giá trị nhỏ nhất tính được từ (2.5) sẽ là đại lượng để đánh giá sự chuyển trạng thái làm việc của kết cấu.

Giả thiết $P > P_s$, tức là kết cấu đã chuyển qua trạng thái dẻo. Do thay đổi vị trí, tải trọng P sẽ làm xuất hiện mô men dư m_i. Theo định nghĩa mô men dư m_i này phải thỏa mãn điều kiện tĩnh khả dĩ, tức là thỏa mãn hệ phương trình cân bằng dạng

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{\alpha}_{ij}\, m_i = 0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n; \tag{2.6}$$

$\widetilde{\alpha}_{ij}$ là hệ số xuất hiện khi rời rạc hóa phương trình vi phân cân bằng theo sai phân hữu hạn.

Việc xác định các giá trị mô men dư m_i có thể dựa vào nguyên lý cực tiểu tốc độ hao tán năng lượng biến dạng dẻo và mô hình toán học của nó đã được phát biểu trong [1]. ~~Trường hợp, khi cho trước tỷ lệ~~ giữa các đại lượng đặc trưng cho cường độ chịu lực μ_i cũng như tỷ lệ giữa các mô men quán tính ν_i, tức là

$$M_s^d = \mu_i \,.\, M^d, \qquad J_i = \nu_i \,.\, J$$

và $\sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i \dot{\theta}_i = 1$. $\dot{\theta}_i$ — tốc độ góc xoay tại điểm i, mô hình bài toán có dạng

$$\text{(a)} \begin{cases} \text{Hãy tìm} \quad \min M^d \quad \text{với} \quad M^d \geqslant 0 \\ \text{thỏa mãn điều kiện cho phép (2.1)} \\ \text{và điều kiện tĩnh khả dĩ (2.6)} \end{cases} \tag{2.7}$$

Do các điều kiện (2.7), (2.1) và (2.6) của bài toán (a) đều là tuyến tính nên (a) là ài toán quy hoạch tuyến tính. Giải bài toán (a) sẽ nhận được các mô men dư m_i và giá ·ị mô men giới hạn M^d. Việc giải bài toán (a) có thể tiến hành một cách dễ dàng nhờ hương trình mẫu trên máy tính điện tử. Tuy nhiên, để sử dụng được chương trình mẫu, ·ong bài toán (a) còn cần ràng buộc thêm đối với biến m_i, tức là phải đặt

$$m_i = m_i' - m_i'' , \quad \text{với} \quad m_i' \geqslant 0 \quad \text{và} \quad m_i'' \geqslant 0$$

Nhờ cách đổi biến trên kết hợp với việc triển khai điều kiện cho phép (2.1) của ài toán ta có thể đưa (a) về dạng

Tìm min M^d trong các điều kiện

$$\text{(b)} \begin{cases} M^d - m_i' + m_i'' \geqslant M_i^+ > 0 \\ M^d + m_i' - m_i'' \geqslant - M_i^- > 0 \\ \tilde{\alpha}_{ij} (m_i' - m_i'') = 0 \\ M^d \geqslant 0 \,;\; m_i' \geqslant 0 \,;\; m_i'' \geqslant 0 \end{cases}$$

Giải bài toán (b) ta sẽ thu được giá trị mô men giới hạn M^d và các giá trị n_i' và m_i''. Kết quả tính toán có thể kiểm tra nhờ công thức (2.1).

§ 3. THUẬT TOÁN VÀ MINH HỌA

Xét một dầm siêu tĩnh đơn giản, một đầu ngàm và một đầu gối khớp. Chia dầm hành n đoạn rời rạc, trường hợp đơn giản nhất các đoạn đều bằng nhau và bằng $l_i = l/n$. Gọi i, j = 1, 2, ..., n + 1 là các điểm nút chia của dầm. Bài toán đặt ra có thể iến hành giải theo các bước sau đây

a) Dựa vào công thức (2.3) xác định ma trận ảnh hưởng của mô men tại các điểm khi lực đơn vị lần lượt đặt tại các điểm j. Trong trường hợp dầm siêu tĩnh đơn giản ıày công thức (2.3) có thể được biến đổi thành dạng

$$\omega_{ij} = -\frac{1}{2} \beta_i \left(\frac{j}{n}\right)^2 \left(3 - \frac{j}{n}\right) + \gamma_{ij} \tag{3.1}$$

rong đó β_i là các thành phần của ma trận cột

$$\beta = \frac{l}{n} \{n+1, \; n, \; n-1, \; \ldots, \; 2, \; 1\}^T$$

γ_{ij} – là các thành phần của ma trận vuông

$$\gamma = \frac{l}{n} \begin{bmatrix} 1\;2\;3 \;\ldots\ldots\ldots\ldots & n & n+1 \\ \;\;1\;2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots & n-1 & n \\ \;\;\;\;1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots & n-2 & n-1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ & 1 & 2 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

Khi $n = 8$ công thức (3.1) cho các kết quả sau đây

$$\omega = l\begin{bmatrix} 0.0 & 0.1025 & 0.1641 & 0.1904 & 0.1875 & 0.1611 & 0.1172 & 0.0615 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0197 & 0.0498 & 0.0885 & 0.1016 & 0.0941 & 0.0713 & 0.0382 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0168 & -0.0645 & -0.0134 & 0.0156 & 0.0271 & 0.0251 & 0.0149 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0140 & -0.0537 & -0.1154 & -0.0703 & -0.0399 & -0.0205 & -0.0084 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0112 & -0.0430 & -0.0923 & -0.1563 & -0.1069 & -0.0664 & -0.0317 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0084 & -0.0322 & -0.0692 & -0.1172 & -0.1740 & -0.1123 & -0.0551 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0056 & -0.0215 & -0.0461 & -0.0781 & -0.1160 & -0.1582 & -0.0784 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0028 & -0.0107 & -0.0231 & -0.0391 & -0.0580 & -0.0791 & -0.1017 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

b) Dựa vào thuật phân tích (2.4) với giả thiết $P_j = 1$ $M_{ij} = \omega_{ij}$ ta có thể lựa chọn được véctơ $\max\limits_j M_{ij}$ và véctơ $\min\limits_j M_{ij}$. Ở đây các véctơ này có giá trị như sau

$$M^+ = \{0.1904 \quad 0.1016 \quad 0.0271 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.0 \quad 0.0\}^T$$

$$M^- = \{0.0 \quad -0.0197 \quad -0.0645 \quad -0.1154 \quad -0.1563 \quad -0.1740 \quad -0.1582 \quad -0.1017 \quad 0.0\}^T$$

c) Gửi các kết quả thu được cùng với các số liệu khác của bài toán (b) theo chỉ dẫn của chương trình tối ưu hóa bằng phương pháp đơn hình trên máy tính điện tử IBM-360/50 của trung tâm tính toán thuộc Ủy ban kế hoạch Nhà nước, ta thu được véctơ m_j và mô men giới hạn M^d đối với dầm siêu tĩnh.

Chương trình giải còn cho nhiều kết quả có ý nghĩa thực tiễn khác. Song, nhằm đánh giá và so sánh kết quả ở đây chỉ đưa vào giá trị mô men giới hạn, tức là $M^d = 0.1784$ (đơn vị mô men). Để so sánh, bài toán trên còn được giải theo trạng thái giới hạn, tức là không theo trạng thái thích ứng như cách đặt bài toán trong bài báo. Kết quả, mô men giới hạn trong trường hợp này $M^d = 0.1666$ (đơn vị mô men).

Như vậy, khi $P = 1$, $l = 1$ và lấy giá trị $\max\limits_i M_i$ làm chuẩn ta có bảng so sánh hiệu quả sau đây:

Bảng 1

Số thứ tự	Trạng thái làm việc	Giá trị mômen	Hiệu quả giảm %
1	Đàn hồi	0,1904	0.0
2	Thích ứng	0,1784	6,300
3	Giới hạn	0,1666	12,500

§ 4. KẾT LUẬN

Đối với trường hợp tải trọng di động cần phải đặt và giải bài toán theo trạng thái thích ứng, có kể đến ảnh hưởng của biến dạng dư của vật liệu. Trạng thái thích ứng cho kết quả nằm giữa kết quả tính toán theo trạng thái đàn hồi và kết quả tính toán theo trạng thái giới hạn.

Về mặt nguyên tắc phương pháp và thuật toán nêu trong bài báo có thể mở rộng cho tất cả các hệ kết cấu phức tạp khác.

Tác giả chân thành cám ơn đồng chí Đỗ Hòa Bình và một số đồng chí khác của Trung tâm tính toán thuộc Ủy ban kế hoạch Nhà nước đã giúp đỡ làm chương trình và trong một thời gian ngắn giải được một loạt bài toán theo cách đặt ở trên.

(Xem tiếp trang 32)

Địa chỉ
Viện Cơ học — Viện KHVN

Nhận ngày 10-12-1979