

BỘ TẮT CHẤN TRONG HỆ TỰ CHẤN Á TUYẾN

NGUYỄN VĂN ĐÌNH

TRONG [1, 2] và tiếp đó trong [3, 4] đã đề xuất và nghiên cứu áp dụng bộ tắt chấn động lực để chống dao động (tự chấn) của dây dẫn điện xuất hiện vì tác dụng của lực khí động. Mô hình khảo sát là hệ một và hai khối lượng; phương pháp cân bằng điều hòa được sử dụng; các kết quả được kiểm tra trên mô hình tính tương tự. Hiện tượng đáng chú ý là chỉ cần một bộ tắt chấn có khối lượng nhỏ nhưng với lực cản chọn thích hợp, chúng ta có thể hoàn toàn dập tắt tự chấn. Tuy nhiên, để vấn đề được sáng tỏ hơn, cần phân tích để xác định nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn; đó là nội dung được trình bày dưới đây. Với mục tiêu đó, hệ khảo sát được giới hạn trong lớp á tuyến; tuy nhiên cũng là những hệ không xa những hệ đã được xét trong các tài liệu kể trên. Kết quả cho thấy cần phân biệt hai loại bộ tắt chấn — cộng hưởng và không cộng hưởng — hoạt động theo những nguyên tắc hoàn toàn khác biệt nhau và cũng không giống nguyên tắc hoạt động của bộ cản hay của bộ tắt chấn động trong hệ tuyến tính cưỡng bức.

§1 HỆ MỘT BẬC TỰ DO — BỘ TẮT CHẤN KHÔNG CỘNG HƯỞNG

Cho hệ trên hình (1a) gồm khối lượng $m_1 = 1$ giữ bởi lò xo có độ cứng $=1$ chịu cản nhớt với hệ số ϵh_1 và chịu lực kích động dạng đã chọn trong [1]:

$$\epsilon f(x, \dot{x}) = h\dot{x} - kx^3 \quad (1.1)$$

trong đó: x, \dot{x} — độ dời và vận tốc của khối lượng m_1 ,

h, k — các hệ số hàng dương,

ϵ — tham số bé.

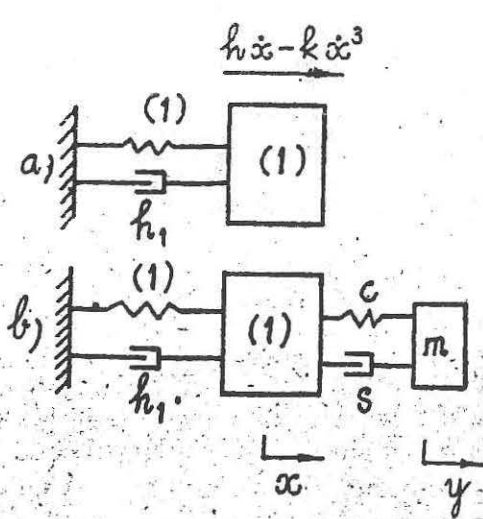
Phương trình vi phân dao động là:

$$\ddot{x} + x = \epsilon(h\dot{x} - kx^3) \quad (1.2)$$

biên độ và pha (a, ψ) xác định bởi các hệ thức:

$$x = a \sin \psi, \quad \dot{x} = a \cos \psi \quad (1.3)$$

Hệ phương trình trung bình (ở xấp xỉ thứ nhất) là:



Hình 1

$$\begin{cases} \ddot{a} = \frac{\epsilon a}{2} \left\{ (h - h_1) - \frac{3}{4} ka^2 \right\} \\ a(\dot{\psi}_1 - 1) = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

Từ đó suy ra các chế độ dừng và tính ổn định của chúng:

1. Cân bằng: $a = 0$; ổn định nếu:

$$h - h_1 < 0 \quad (1.5)$$

2. Dao động điều hòa, tần số 1, biên độ a xác định bởi hệ thức:

$$A = \frac{3}{4} ka^2 = h - h_1 \quad (1.6)$$

Ổn định nếu:

$$h - h_1 > 0 \quad (1.7)$$

Như thế, tùy theo lực cản (h_1) đủ mạnh hay còn yếu hơn lực kích động (h), lực tổng hợp ($h - h_1$) sẽ có tính cản hay kích động và hệ sẽ cân bằng hay dao động.

Đặt bộ tắt chấn gồm khối lượng m nối với hệ gốc m_1 nhờ lò xo có độ cứng c và chịu cản nhớt tương đối với hệ số s . Hệ mới có hai bậc tự do và mô tả bởi hệ phương trình vi phân dao động:

$$\begin{cases} \ddot{x} + (1+c)x - cy = \epsilon g_1 = \epsilon \{ h\dot{x} - kx^3 - h_1\dot{x} - s(\dot{x} - \dot{y}) \} \\ m\ddot{y} - cx + cy = \epsilon g_2 = \epsilon \{ s\dot{x} - s\dot{y} \} \end{cases} \quad (1.8)$$

trong đó: y, \dot{y} - độ dời và vận tốc của khối lượng

Ký hiệu ω_i ($i = 1, 2$; $\omega_1 < \omega_2$) và $(1, d_i)$ ($i = 1, 2$) - các tần số riêng và các hệ số phân phối tương ứng. Gọi bộ tắt chấn là không cộng hưởng nếu ở hệ mới tình trạng cộng hưởng không xảy ra. Đối với hệ đang khảo sát, đó là điều kiện $\omega_2 \neq \omega_1$; $\omega_2 \neq 3\omega_1$

Đề chuyển về tọa độ pháp, dùng phép biến đổi:

$$x = X_1 + X_2; \quad y = d_1 X_1 + d_2 X_2 \quad (1.9)$$

Hệ phương trình (1.8) trở thành:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \frac{\epsilon}{M_1} \{ \bar{g}_1 + d_1 \bar{g}_2 \} \\ \ddot{X}_2 + \omega_2^2 X_2 = \frac{\epsilon}{M_2} \{ \bar{g}_1 + d_2 \bar{g}_2 \} \end{cases} \quad (1.10)$$

trong đó: $M_i = 1 + md_i^2$ ($i = 1, 2$)

\bar{g} - hàm g sau khi biến đổi.

Biến đổi tiếp về các biến biên độ và pha (a, ψ_1, b, ψ_2):

$$\begin{cases} X_1 = a \sin \psi_1, & X_2 = b \sin \psi_2 \\ \dot{X}_1 = a \omega_1 \cos \psi_1, & \dot{X}_2 = b \omega_2 \cos \psi_2 \end{cases} \quad (1.11)$$

Hệ phương trình trung bình là:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\epsilon a}{2M_1} \left\{ (h - h_1 - h'_1) - \frac{3}{4} k \omega_1^2 a^2 - 2 \frac{3}{4} k \omega_2^2 b^2 \right\} \\ a(\dot{\psi}_1 - \omega_1) = 0 \\ \dot{b} = \frac{\epsilon b}{2M_2} \left\{ (h - h_1 - h'_2) - 2 \frac{3}{4} k \omega_1^2 a^2 - \frac{3}{4} k \omega_2^2 b^2 \right\} \\ b(\dot{\psi}_2 - \omega_2) = 0 \end{cases} \quad (1.12)$$

trong đó:

$$h'_i = s(1 - d_i)^2 \quad (i = 1, 2) \quad (1.13)$$

Các chế độ dừng là:

1. Cân bằng: $a = b = 0$; ổn định nếu $H_1 = h - h_1 - h'_1 < 0$ ($i = 1, 2$) (1.14)

2. Dao động điều hòa của riêng tọa độ X_1 , tần số ω_1 , biên độ a :

$$A_1 = \frac{3}{4} k \omega_1^2 a^2 = H_1 \quad (1.15)$$

ổn định nếu: $A_1 > \frac{1}{2} (h - h_1 - h'_2) = \frac{1}{2} B_2$ (1.16)

3. Dao động điều hòa của riêng tọa độ X_2 , tần số ω_2 , biên độ b :

$$B_2 = \frac{3}{4} k \omega_2^2 b^2 = H_2 \quad (1.17)$$

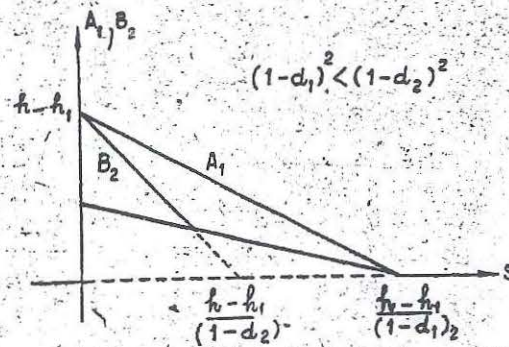
ổn định nếu:

$$B_2 > \frac{1}{2} (h - h_1 - h'_1) = \frac{1}{2} A_1 \quad (1.18)$$

4. Dao động đồng thời của cả hai tọa độ X_1, X_2 với tần số ω_1, ω_2 ; tuy nhiên không ổn định.

Như thế khi đặt bộ tắt chấn không cộng hưởng, ở hệ mới, có thể xuất hiện một trong hai chế độ dao động điều hòa với tần số bằng tần số riêng; tuy nhiên các lực cản bổ sung h'_i tăng theo hàm

bậc nhất của hệ số cản s sẽ làm suy giảm rồi dập tắt các dao động nói trên và chế độ cân bằng từ không ổn định trở thành ổn định. Hình 2 minh họa quy luật biến đổi «biên độ» A_1, B_2 theo hệ số s .



Hình 2 (**)

— : ổn định

- - - : không ổn định

(**) Các hoành độ ở hình trên xin đọc: $\frac{h - h_1}{(1 - d_2)^2}, \frac{h - h_1}{(1 - d_1)^2}$

Có thể phát biểu: lạng cân là nguyên tác hoạt động của bộ tắt chấn không cộng hưởng trong hệ tự chấn.

Cần chú ý rằng nguyên tác vừa phát biểu khác hẳn các nguyên tác hoạt động của các bộ cân hay của bộ tắt chấn động lực trong hệ tuyến tính cưỡng bức

- ở đây hệ gốc và bộ tắt chấn có thể và đồng thời cân bằng,
- chế độ cân bằng được thiết lập nhờ lực cản (không nhờ sự thay đổi tần số hay chọn tần số cộng hưởng),
- khi hệ cân bằng, trong hệ không xảy ra tiêu tán năng lượng (lực cản chỉ giữ vai trò làm ổn định).

§ 2. HỆ MỘT BẬC TỰ DO — BỘ TẮT CHẤN CỘNG HƯỞNG

Xét trường hợp hai tần số riêng của hệ mới có trị số lân cận $\omega_1 \approx \omega_2$; tương ứng gọi bộ tắt chấn là cộng hưởng. Trường hợp này có những đặc điểm cho phép viết hệ phương trình vi phân dao động (1.8) dưới dạng thích hợp. Thực vậy, phương trình tần số là:

$$\Delta(\omega^2) = \begin{vmatrix} 1+c-\omega^2 & -c \\ -c & c-m\omega^2 \end{vmatrix} = m\omega^4 - [c + m(1+c)]\omega^2 + c = 0 \quad (2.1)$$

Giải ra sẽ được các tần số riêng:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + (1+m) \frac{c}{m} \pm \sqrt{z} \right\} \quad (2.2)$$

$$z = (1+m)^2 \left(\frac{c}{m} \right)^2 - 2(1-m) \left(\frac{c}{m} \right) + 1 \quad (2.3)$$

Nếu $\omega_1 \approx \omega_2$ thì $z \approx 0$. Xem m là thông số, $\left(\frac{c}{m} \right)$ là biến; hàm z có cực tiểu:

$$z = z_{\min} = \left\{ 1 - \left(\frac{1-m}{1+m} \right)^2 \right\} \quad \text{khi} \quad \frac{c}{m} = \frac{1-m}{1+m} \quad (2.4)$$

Loại bỏ trường hợp $m \gg 1$, để có $z_{\min} \approx 0$, chúng ta phải có: $m \ll 1$

Khi đó:

$$\omega_1^2 \approx \omega_2^2 \approx v^2 = \frac{c}{m} \approx 1 \quad (v - \text{tần số riêng của bộ tắt chấn})$$

Thí dụ: $m = 0,01$; $v^2 \approx 0,98$; $z_{\min} \approx 0,02$; $\omega_1^2 \approx 0,91$; $\omega_2^2 \approx 1,05$

$m = 0,05$; $v^2 \approx 0,9$; $z_{\min} \approx 0,19$; $\omega_1^2 \approx 0,76$; $\omega_2^2 \approx 1,19$

Vì vậy chúng ta định nghĩa cụ thể hơn: bộ tắt chấn là cộng hưởng khi nó có khối lượng đủ nhỏ và có tần số riêng lân cận tần số riêng của hệ gốc:

$$m \sim \varepsilon; \quad v \sim 1$$

Hệ phương trình vi phân dao động (1.8) sẽ có dạng:

$$\begin{cases} \ddot{x} + x = \epsilon \{ h\dot{x} - kx^3 - h_1\dot{x} - c(x-y) - s(\dot{x}-\dot{y}) \} \\ \ddot{y} + \rho\dot{y} + v^2y = v^2x + \rho\dot{x} \end{cases} \quad (2.5)$$

Trong đó: $\rho = \frac{s}{m}$ - hệ số có thể có trị số lớn.

Theo phương pháp trung bình, đặt:

$$\begin{cases} x = a \sin \psi; & y = a(P \sin \psi + Q \cos \psi) \\ \dot{x} = a \cos \psi; & \dot{y} = a(Q \cos \psi - P \sin \psi) \end{cases} \quad (2.6)$$

Trong đó: a, ψ - các biến mới,

P, Q - các hệ số hằng trong biểu thức nghiệm duy trì của phương trình thứ hai trong hệ (2.5) nếu xem a là hằng và $\dot{\psi} = 1$

$$P = \frac{v^2(v^2 - 1) + \rho^2}{(v^2 - 1)^2 + \rho^2}; \quad Q = \frac{-\rho}{(v^2 - 1) + \rho^2} \quad (2.7)$$

Phương trình trung bình là:

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\epsilon a}{2} \left\{ (h - h_1 - h_1^*) - \frac{3}{4} k a^2 \right\} \\ a(\dot{\psi} - 1) = -\frac{\epsilon a}{2} \eta^* \end{cases} \quad (2.8)$$

Trong đó:

$$h_1^* = \frac{m\rho}{(v^2 - 1)^2 + \rho^2}; \quad \eta^* = m \left\{ 1 + \frac{v^2 - 1}{(v^2 - 1)^2 + \rho^2} \right\} \quad (2.9)$$

Thay (2.8) với (1.4), chúng ta thấy bộ tắt chấn cộng hưởng có tác dụng tạo ra cân và độ lệch tần bổ sung $h_1^*, \frac{1}{2} \eta^*$. Do đó, các chế độ dừng vẫn như ở trước:

1. Cân bằng: $a = 0$; ổn định nếu: $H = h - h_1 - h_1^* < 0$ (2.10)

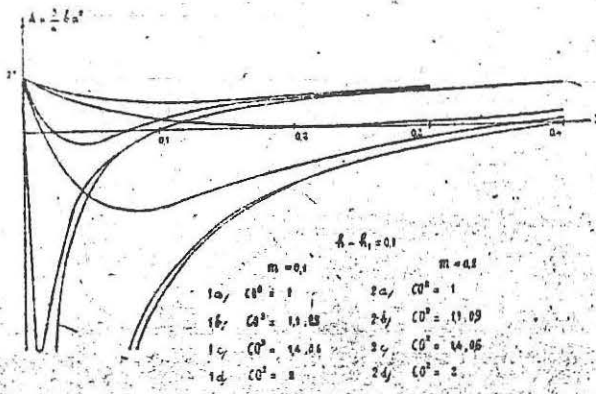
2. Dao động điều hòa, tần số $1 - \frac{1}{2} \eta^*$, biên độ a :

$$A = \frac{3}{4} k a^2 = H \quad (2.11)$$

Điều kiện nếu: $H > 0$ (2.12)

Chứng tỏ rằng lực cản và độ lệch tần bổ sung phụ thuộc một cách phức tạp hệ số cản ρ (tức s); vì vậy, hoạt động của bộ tắt chấn cộng hưởng có những đặc điểm riêng. Trên hình 3 vẽ đồ thị « biên độ » A theo s khi $h_1 = 0,1$; $m = 0,1$; $\omega^2 = 1(1a)$; $|\omega^2 - 1| = 0,1(1b)$; $|\omega^2 - 1| = 0,4(1c)$; $|\omega^2 - 1| = 0,1(2a)$; $|\omega^2 - 1| = 0,1(2b)$; $|\omega^2 - 1| = 0,4(2c)$; $\omega^2 = 2(2d)$.

Chúng ta thấy hiệu quả của bộ tắt chấn chỉ mạnh (dĩ nhiên khi khối lượng m đủ nhỏ) khi:



Hình 3

— độ lệch giữa tần số riêng của bộ tắt chấn và của hệ gốc đủ nhỏ.

— hệ số cản ρ (tức s) có trị số thích hợp (khi $v^2 = 1$ hệ số cản ρ càng nhỏ càng tốt nhưng khi $\rho \rightarrow 0$ phương pháp tính không còn giá trị). Nếu độ lệch tần càng lớn, hiệu quả tắt chấn sẽ giảm; nếu hệ số cản quá nhỏ hoặc quá lớn, dao động sẽ tăng dần đến mức ban đầu (khi chưa đặt bộ tắt chấn).

Có thể phát biểu gọn: bộ tắt chấn cộng hưởng hoạt động theo hai nguyên tắc: chọn tần số cộng hưởng và chọn lực cản thích hợp.

Sơ với bộ cản và bộ tắt chấn động lực trong hệ tuyến tính cưỡng bức bộ tắt chấn cộng hưởng trong hệ tự chấn á tuyến cũng có những sự khác biệt như đã nói ở §1.

Chú ý 1: Nếu $\omega_2 \approx 3\omega_1$, chúng ta cũng có cộng hưởng; tuy nhiên kết quả khảo sát cho thấy nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn trong trường hợp này vẫn như trường hợp bộ tắt chấn không cộng hưởng.

Chú ý 2: Những nét đặc trưng của những nguyên tắc hoạt động của các bộ tắt chấn vẫn được bảo toàn khi các điều kiện có ít nhiều thay đổi khi sử dụng bộ tắt chấn con lắc, khi dùng ngoại lực cản v.v...

§3. HỆ HAI BẬC TỰ DO — BỘ TẮT CHẤN CỘNG HƯỞNG ĐƠN

Có thể mở rộng kết quả khảo sát cho hệ nhiều bậc tự do — thí dụ cho hệ hai bậc tự do — Xét hệ trên hình 4a mô tả bởi hệ phương trình vi phân dao động:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c')x_1 - c'x_2 = \varepsilon \{ h\dot{x}_1 - kx_1^3 - (h_1 + h')x_1 + h'\dot{x}_2 \} \\ m_2 \ddot{x}_2 - c'x_1 + (c_2 + c')x_2 = \varepsilon \{ h'\dot{x}_1 - (h_2 + h')\dot{x}_2 \} \end{cases} \quad (3.1)$$

trong đó các ký hiệu có ý nghĩa ghi trên hình vẽ.

Giả thiết không xảy ra nội cộng hưởng, chúng ta có một hệ — về cơ bản không khác hệ ở §1 sau khi đặt bộ tắt chấn không cộng hưởng. Vì vậy có thể suy ra các chế độ dừng:

$$1) \text{ Cân bằng ổn định nếu: } h - H_i < 0 \quad (i = 1, 2) \quad (3.2)$$

$$\text{trong đó: } H_i = h_i + b_2 d_i^2 + h'(1 - d_i)^2 \quad (i = 1, 2) \quad (3.3)$$

2) Dao động điều hòa của riêng tọa độ pháp X_1 , tần số (riêng) ω_1 , biên

độ a:
$$A = \frac{3}{4} k\omega_1^2 a^2 = h - H_1 \quad (3.4)$$

n định nếu:
$$A > \frac{1}{2} (h - H_2) = \frac{1}{2} B \quad (3.5)$$

3) Dao động điều hòa của riêng tọa độ pháp X_2 , tần số (riêng) ω_2 ,

biên độ b:
$$B = \frac{3}{4} k\omega_2^2 b^2 = h - H_2 \quad (3.6)$$

n định nếu:
$$B > \frac{1}{2} (h - H_1) = \frac{1}{2} A \quad (3.7)$$

4) Dao động đồng thời của hai tọa độ pháp X_1, X_2 nhưng không ổn định.

Đặt bộ tắt chấn — để xác định vào khối lượng m_1 (h. 4b). Hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c' + c)x_1 - c'x_2 - cy &= \varepsilon \{ h\dot{x}_1 - kx_1^3 - (h_1 + h')x_1 - h'x_2 - sx_1 + sy \} \\ m_2 \ddot{x}_2 - c'x_1 + (c_2 + c')x_2 &= \varepsilon \{ h'x_1 - (h_2 + h')x_2 \} \\ m\ddot{y} - cx_1 + cy &= \varepsilon (sx_1 - sy) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Trong đó: m, s, c có ý nghĩa đã biết.

Gọi bộ tắt chấn là không cộng hưởng nếu ở hệ mới tình trạng cộng hưởng không xảy ra. Tiến hành khảo sát như ở §1 chúng ta đi tới cùng một kết luận: bộ tắt chấn không cộng hưởng hoạt động theo nguyên tắc tăng cản.

Xét bộ tắt chấn cộng hưởng; đó là bộ tắt chấn có khối lượng nhỏ m và tần số riêng v lân cận một tần số riêng ω_i ($i = 1, 2$) nào đó của hệ gốc. Hệ phương trình vi phân dao động là:

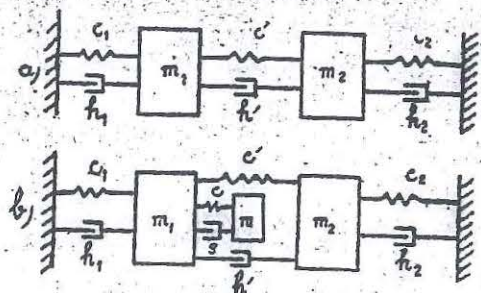
$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c')x_1 - c'x_2 = \varepsilon g_1 = \varepsilon \{ h\dot{x}_1 - kx_1^3 - (h_1 + h')x_1 + h'x_2 - sx_1 + sy - cx_1 + cy \} \\ m_2 \ddot{x}_2 - c'x_1 + (c_2 + c')x_2 = \varepsilon g_2 = \varepsilon \{ h'x_1 - (h_2 + h')x_2 \} \\ \ddot{y} + \rho\dot{y} + v^2y = v^2x_1 + \rho x_1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Vi ở tọa độ pháp:

$$\begin{aligned} k_1 + \omega_1^2 X_1 &= \frac{\varepsilon}{M_1} (\bar{g}_1 + d_1 \bar{g}_2) \\ k_2 + \omega_2^2 X_2 &= \frac{\varepsilon}{M_2} (\bar{g}_1 + d_2 \bar{g}_2) \\ + \rho\dot{y} + v^2y &= v^2(X_1 + X_2) + \rho(\dot{X}_1 + \dot{X}_2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Trong đó: $M_i = m_1 + m_2 d_i^2$ ($i = 1, 2$);

— hàm g sau khi biến đổi.



Hình 4

Theo phương pháp trung bình đặt :

$$\begin{cases} X_1 = a \sin \psi_1; & \dot{X}_1 = a \omega_1 \cos \psi_1; & X_2 = b \sin \Psi_2; & \dot{X}_2 = b \omega_2 \cos \Psi_2 \\ y = a(P_1 \sin \psi_1 + Q_1 \cos \psi_1) + b(P_2 \sin \psi_2 + Q_2 \cos \psi_2). \\ y = a \omega_1 (P_1 \cos \psi_1 - Q_1 \sin \psi_1) + b \omega_2 (P_2 \cos \psi_2 + Q_2 \sin \psi_2). \end{cases} \quad (3.11)$$

trong đó: a, ψ_1, b, ψ_2 — các biến mới,

P_i, Q_i ($i = 1, 2$) — các hệ số hằng trong biểu thức nghiệm duy trì của phương trình thứ ba trong hệ (3.10) khi xem a, b là hằng, $\dot{\psi}_1 = \omega_1, \dot{\psi}_2 = \omega_2$.

$$P_i = \frac{v^2(v^2 - \omega_i^2) + \rho^2 \omega_i^2}{(v^2 - \omega_i^2)^2 + \rho^2 \omega_i^2}; \quad Q_i = \frac{-\rho \omega_i^3}{(v^2 - \omega_i^2)^2 + \rho^2 \omega_i^2} \quad (i = 1, 2) \quad (3.12)$$

Kết quả khảo sát cho biết các chế độ dừng vẫn như ở hệ gốc nghĩa là vẫn xác định bởi các công thức (3.2) — (3.7) nhưng có các lực cản bổ sung (ngoài ra còn có tần số bổ sung):

$$H_1^* = \frac{m \rho \omega_i^4}{(v^2 - \omega_i^2)^2 + \rho^2 \omega_i^2} \quad (i = 1, 2) \quad (3.13)$$

Từ đó dễ dàng suy ra là ở hệ tự chấn hai bậc tự do bộ tắt chấn cộng hưởng vẫn hoạt động theo nguyên tắc chọn tần số cộng hưởng và chọn lực cản thích hợp. Mỗi bộ tắt chấn phát huy mạnh hiệu quả đối với dao động có tần số tương ứng. Tuy nhiên, bộ tắt chấn cộng hưởng với tần số thấp ω_1 cũng có hiệu quả đáng kể đến dao động tần số cao ω_2 . Vì vậy trong những điều kiện nhất định, một bộ tắt chấn cộng hưởng với tần số thấp có khả năng dập tắt các chế độ dao động trong hệ.

§4. HỆ HAI BẬC TỰ DO — BỘ TẮT CHẤN CỘNG HƯỞNG KÉP

Phân tích sâu hơn, chúng ta thấy bộ tắt chấn cộng hưởng với tần số thấp cũng chỉ có hiệu quả hạn chế đối với dao động tần số cao. Thực vậy có thể viết về phải phương trình thứ nhất hệ (3.9) dưới dạng:

$$\varepsilon g_1 = \varepsilon \{ h \dot{x}_1 - k x_1^3 - (h_1 + h') \dot{x}_1 + h_2 \ddot{x}_2 - m \ddot{y} \} \quad (4.1)$$

vì có dao động tần số cao ω_2 , số hạng $m \ddot{y}$ chứa thành phần có độ lớn ở mức $m \omega_2^2 y$. Nếu ω_2 lớn và thành phần dao động tần số cao không nhỏ thì hệ chỉ là á tuyến khi m rất nhỏ và như thế hiệu quả tắt chấn sẽ kém. Do đó về nguyên tắc cần sử dụng hai bộ tắt chấn cộng hưởng với hai tần số riêng.

Thay cho hai bộ tắt chấn, có thể đặt một bộ tắt chấn hai bậc tự do với khối lượng nhỏ m, n và có hai tần số riêng v_1, v_2 lân cận hai tần số riêng

của hệ gốc. Gọi đó là bộ tắt chấn cộng hưởng kép. Văn giả thiết đặt bộ tắt chấn vào khối lượng m_1 , hệ phương trình vi phân dao động là:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c')x_1 - c'x_2 = \varepsilon g_1 = \varepsilon \left\{ \begin{aligned} & h \dot{x}_1 - k x_1^3 - (h_1 + h')\dot{x}_1 + h' \dot{x}_2 - \gamma_1(x_1 - y_1) \\ & - s_1(\dot{x}_1 - \dot{y}_1) - \gamma_2(x_1 - y_2) - s_2(\dot{x}_1 - \dot{y}_2) \end{aligned} \right\} \\ m_2 \ddot{x}_2 - c'x_1 + (c' + c_2)x_2 = \varepsilon g_2 = \varepsilon \{ h' \dot{x}_1 - (h' + h_2) \dot{x}_2 \} \\ m \ddot{y}_1 + (\gamma_1 + \gamma')y_1 - \gamma' y_2 + (s_1 + s')\dot{y}_1 - s' \dot{y}_2 = \gamma_1 x_1 + s_1 \dot{x}_1 = q_1 \\ n \ddot{y}_2 - \gamma' y_1 + (\gamma' + \gamma_2)y_2 - s' \dot{y}_1 + (s' + s_2)\dot{y}_2 = \gamma_2 x_1 + s_2 \dot{x}_1 = q_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

trong đó: $\gamma', \gamma_1, \gamma_2$ — độ cứng các lò xo nối các khối lượng m, n với nhau và với khối lượng m_1 ;

s', s_1, s_2 — các hệ số cản tương đối giữa các khối lượng m, n với nhau và với khối lượng m_1 .

Chuyển về tọa độ pháp, chúng ta được:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \frac{\varepsilon}{M_1} (\bar{g}_1 + d_1 \bar{g}_2); & \ddot{X}_2 + \omega_2^2 X_2 = \frac{\varepsilon}{M_2} (\bar{g}_1 + d_2 \bar{g}_2) \\ \ddot{Y}_1 + \nu_1^2 Y_1 + \rho_{11} \dot{Y}_1 + \rho_{12} \dot{Y}_2 = \frac{1}{\pi_1} (\bar{q}_1 + \delta_1 \bar{q}_2) \\ \ddot{Y}_2 + \nu_2^2 Y_2 + \rho_{21} \dot{Y}_1 + \rho_{22} \dot{Y}_2 = \frac{1}{\pi_2} (\bar{q}_1 + \delta_2 \bar{q}_2) \end{cases} \quad (4.3)$$

Trong đó: $(1, \delta_i)$ ($i = 1, 2$) — các hệ số phân phối tương ứng các tần số ν_i

$$\begin{cases} \pi_i = m + n \delta_i^2 \quad (i = 1, 2) \\ \rho_{11} = \frac{1}{\pi_1} [s_1 + s_2 \delta_1^2 + s' (1 - \delta_1)^2] \\ \rho_{22} = \frac{1}{\pi_2} [s_1 + s_2 \delta_2^2 + s' (1 - \delta_2)^2] \\ \pi_1 \rho_{12} = \rho_{21} \pi_2 = s_1 + s_2 \delta_1 \delta_2 + s' (1 - \delta_1) (1 - \delta_2) \end{cases} \quad (4.4)$$

Để đơn giản nhưng minh họa được nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn cộng hưởng kép, ở hệ gốc chúng ta chọn $c_2 = h_2 = 0$ và chọn bộ tắt chấn có cùng cấu trúc và có các khối lượng và độ cứng tương ứng tỷ lệ với hệ gốc nghĩa là:

$$m = \sigma m_1; n = \sigma m_2; \gamma_1 = \gamma c_1; \gamma_2 = \sigma c_2; \gamma' = \sigma c' \quad (\sigma - \text{hệ số tỷ lệ})$$

Khi ấy xảy ra cộng hưởng dùng:

$$\nu_1^2 = \omega_1^2; \nu_2^2 = \omega_2^2; d_1 = \delta_1; d_2 = \delta_2; \pi_1 = \sigma M_1; \pi_2 = \sigma M_2$$

Xét một số trường hợp:

a) $s_1 \neq 0; s_2 = s' = 0$ (chỉ có cản giữa m_1 và m); lực cản bổ sung là:

$$H_i^* = \frac{\sigma^2 c_1^2}{s_1 \omega_1^2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)}, \quad (i = 1, 2). \quad (4.5)$$

b) $s' \neq 0$; $s_1 = s_2 = 0$ (chỉ có cản giữa m và n); lực cản bổ sung là:

$$H_i^* = \frac{-\sigma^4 c_1^2 M_1^2}{s'^2(1-d_1)^5(1-d_2)\omega_i^4(\omega_2^2-\omega_1^2)^2}, \quad (i = 1,2). \quad (4.6)$$

Các hệ số cản s_1 , s' nằm ở mẫu số chứng tỏ rằng khi chúng đủ nhỏ, các dao động tần số cao và thấp đều bị dập tắt; đó là nét đặc trưng của các bộ tắt chấn cộng hưởng.

Địa chỉ

Đại học Bách khoa

Nhận ngày 15-6-1979

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Mansour W. M. Quenching of limit cycles of a Van-der-Pol oscillator, Journal of Sound and Vibration, V. 25, N°3, 1972.
2. Clendening W. R. Dubey R. N. An Analysis of Control methods for galloping systems, Конструирование и технология машиностроения, N°3, 1973.
3. Tondl A. Quenching of self excited vibrations: equilibrium aspects, Journal of Sound and Vibration, V. 42, N°2, 1975.
4. Tondl A. Quenching of self excited vibrations: one and two frequency vibrations, Journal of Sound and Vibration, V. 42, N°2, 1975.

SUMMARY

THE TUNED-ABSORBER IN SELF-EXCITED SYSTEM

In this paper the self-excited system with tuned absorber is examined. Two kinds of absorbers have been considered: the non-resonant absorber and the resonant one. For the first kind, the self-excitation can be fully suppressed by increasing the damping coefficient; While for the second one, that may be only by making a rational choice of this coefficient. In the case of system with several degrees of freedom, the resonant absorber with several degrees of freedom can be used.