

DAO ĐỘNG CỦA VẬT RẮN TRONG MÔ HÌNH ĐÀN-NHỚT HÚC - MACXOEN

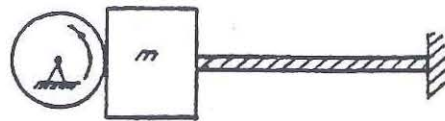
NGUYỄN VĂN ĐẠO

CHÚNG ta đã biết khá đầy đủ các tính chất của dao động của vật rắn khi gắn nó vào thanh làm từ vật liệu Húc. Mô hình cơ học của loại thanh này khi trọng lượng của nó không đáng kể là một lò xo (tuyến tính hoặc phi tuyến). Ngày nay người ta sử dụng nhiều loại vật liệu tổng hợp không tuân theo định luật Húc. Có những vật liệu làm việc theo mô hình Mắcxoen gồm bộ cản mắc nối tiếp với một lò xo phụ. Trong bài này chúng tôi sử dụng lý thuyết tổng quát xây dựng họ nghiệm tuần hoàn hai thông số trong hệ cấp ba [1,2,3] để nghiên cứu dao động của vật rắn khi gắn nó vào thanh làm từ vật liệu đàn-nhớt Húc-Mắcxoen (hình 1). Như sẽ thấy về sau, ở đây có nhiều thay đổi về biên độ dao động và miền ổn định của dao động của vật rắn so với mô hình đàn hồi Húc quen biết.

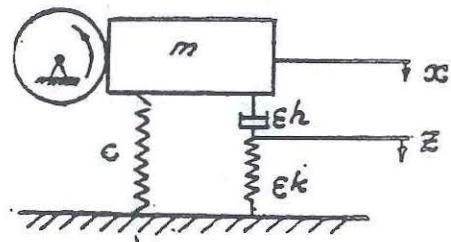
PHẦN I - DAO ĐỘNG TỰ KÍCH THÍCH

§ 1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA CHUYỂN ĐỘNG

Xét dao động của vật (coi là vật điểm) được gắn vào một thanh làm từ vật liệu đàn-nhớt Húc-Mắcxoen (hình 1.a). Mô hình cơ học của hệ bao gồm vật khối lượng m đặt trên lò xo chính có độ cứng c và một bộ cản mắc nối tiếp với một lò xo phụ (hình 1.b). Ở đây ta xét trường hợp khi hệ số cản h và độ cứng k của lò xo phụ là nhỏ. Lực kích thích dao động của vật m là « ma sát âm » $F(x, \dot{x})$ gây ra bởi rô to khi quay tiếp xúc với vật m .



h. 1a



Hình 1,b

Gọi x, z tương ứng là những độ rời khỏi vị trí cân bằng của vật m và của điểm cuối lò xo phụ. Ta có phương trình vi phân của chuyển động của vật m như sau :

$$m\ddot{x} + cx + \epsilon\beta x^3 + \epsilon h(\dot{x} - \dot{z}) = \epsilon F(x, \dot{x}),$$

$$\epsilon h(\dot{z} - \dot{x}) + \epsilon kz = 0, \quad (1.1)$$

trong đó ϵ là tham số bé, số hạng $\epsilon\beta x^3$ đặc trưng cho tính chất phi tuyến của lò xo chính. Phương trình thứ nhất mô tả chuyển động của vật m , còn phương trình thứ hai—sự dịch chuyển của điểm đầu lò xo phụ.

Khử z giữa hai phương trình (1.1) ta được :

$$\ddot{x} + \xi\ddot{x} + \Omega^2\dot{x} + \xi\Omega^2x = \epsilon R(x, \dot{x}, \ddot{x}), \quad (1.2)$$

ở đây kí hiệu

$$\xi = \frac{k}{h}, \quad \Omega^2 = \frac{c}{m},$$

$$R(x, \dot{x}, \ddot{x}) = \frac{1}{m} [\dot{F}(x, \dot{x}) + \xi F(x, \dot{x}) - 3\beta x^2\dot{x} - k\dot{x} - \xi\beta x^3], \quad (1.3)$$

Dấu chấm trên các chữ chỉ đạo hàm tuyệt đối theo thời gian.

Như vậy là, khác với tự dao động trong mô hình đàn hồi Húc, ở đây tự dao động của vật m được mô tả bởi một phương trình vi phân thường, á tuyến tính cấp 3 (1.2). Phương trình này đã được tác giả nghiên cứu trong một bài báo trước (xem [3]).

§ 2. XẤP XỈ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH (1.2)

Phương pháp tiệm cận để tìm họ nghiệm riêng phụ thuộc hai thông số của phương trình (1.2) đã được trình bày chi tiết trong [3]. Ở đây chỉ nêu tóm tắt qui tắc thực hành để tìm nghiệm.

Đặt : $R_0 = R(a\cos\varphi, -a\Omega\sin\varphi, -a\Omega^2\cos\varphi)$, ta có trong xấp xỉ thứ nhất

$$x = a\cos(\Omega t + \psi), \quad (2.1)$$

với a và ψ được xác định từ hệ phương trình vi phân

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\epsilon}{\Omega(\xi^2 + \Omega^2)} [\xi \langle R_0 \sin\varphi \rangle + \Omega \langle R_0 \cos\varphi \rangle],$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\epsilon}{\Omega a(\xi^2 + \Omega^2)} [\Omega \langle R_0 \sin\varphi \rangle - \xi \langle R_0 \cos\varphi \rangle]. \quad (2.2)$$

Ở đây $\langle f \rangle$ là toán tử trung bình hóa hàm f theo thời gian.

Phương trình thứ nhất của (2.2) có dạng

$$\frac{da}{dt} = \epsilon\phi(a). \quad (2.3)$$

Nghiệm dừng $a=a_0$ của (2.3) là ổn định nếu $\Phi'(a_0) < 0$. Do vậy, nếu $a=0$ là mộ nghiệm của (2.3) và $\Phi'(0) > 0$ thì nghiệm a_0 vừa nói sẽ cho ta biên độ tự chấn của vật m trong xấp xỉ thứ nhất.

Phương trình thứ hai của (2.2) cho ta pha tự chấn bổ sung. Việc tính cá xấp xỉ cao hơn tuy phức tạp, song không có gì khó khăn về nguyên tắc (xem [3]).

Để minh họa chúng ta xét một trường hợp đơn giản khi $\beta=0$ và F có dạng

$$F(x, \dot{x}) = p \left(1 - \frac{r}{3} \dot{x}^2 \right) \dot{x}, \quad (2.4)$$

trong đó p, r là các hằng số dương. Phương trình vi phân của dao động (1.2) khi đó sẽ là:

$$\ddot{x} + \xi \dot{x} + \Omega^2 x + \xi \Omega^2 r = \frac{\varepsilon}{m} \left[p(1 - r\dot{x}^2) \ddot{x} + \xi p \left(1 - \frac{r}{3} \dot{x}^2 \right) \dot{x} - kx \right]. \quad (2.5)$$

Biểu thức R_0 bây giờ có dạng

$$R_0 = \frac{1}{m} \left[-pa\Omega^2 (1 - ra^2\Omega^2 \sin^2\varphi) \cos\varphi - \xi pa\Omega \left(1 - \frac{r}{3} a^2\Omega^2 \sin^2\varphi \right) \sin\varphi + ka\Omega \sin\varphi \right]$$

và do đó

$$\langle R_0 \sin\varphi \rangle = \frac{a\Omega}{2m} \left[k - \xi p \left(1 - \frac{r}{4} \Omega^2 a^2 \right) \right],$$

$$\langle R_0 \cos\varphi \rangle = \frac{a\Omega^2}{2m} p \left(\frac{r}{4} \Omega^2 a^2 - 1 \right).$$

Các phương trình xấp xỉ thứ nhất (2.2) sẽ như sau:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\varepsilon a}{2m(\xi^2 + \Omega^2)} \left[p(\xi^2 + \Omega^2) - \xi k - \frac{1}{4} p r \Omega^2 (\xi^2 + \Omega^2) a^2 \right],$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\Omega k}{2m(\xi^2 + \Omega^2)}. \quad (2.6)$$

Từ đây, bằng các lý luận quen thuộc có thể đi đến kết luận.

1. Nếu $\xi k > p(\xi^2 + \Omega^2)$, trạng thái cân bằng của vật m ($a=0$) sẽ ổn định và không xảy ra hiện tượng tự dao động. Điều này có thể thực hiện được chính hạn khi « ma sát âm » có giá trị đủ nhỏ.

2. Nếu $\xi k < p(\xi^2 + \Omega^2)$ thì vật m sẽ thực hiện tự dao động với biên độ xấp xỉ bằng

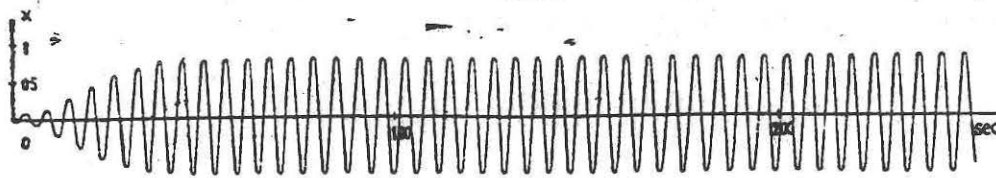
$$a_0 = 2 \sqrt{\frac{p(\xi^2 + \Omega^2) - \xi k}{pr\Omega^2(\xi^2 + \Omega^2)}} = 2 \sqrt{\frac{1}{r\Omega^2} - \frac{\xi k}{pr\Omega^2(\xi^2 + \Omega^2)}} \quad (2.7)$$

Nhận xét. Nếu thanh mang vật m làm từ vật liệu đàn hồi Húc thì phương trình dao động của m có dạng

$$m\ddot{x} + cx = \varepsilon p \left(1 - \frac{r}{3} \dot{x}^2 \right) \dot{x}. \quad (2.8)$$

Với các điều kiện đã nêu trên, trạng thái cân bằng của vật m sẽ luôn luôn không ổn định (dù cho « ma sát âm » có giá trị nhỏ). Vật m sẽ thực hiện tự dao động với biên độ A_0 lớn hơn a_0 :

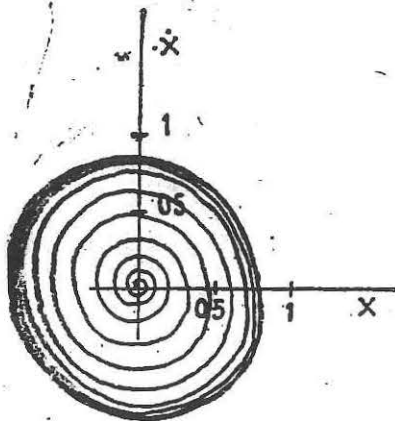
$$A_0 = \frac{2}{\Omega \sqrt{\gamma}} \quad (2g)$$



Hình 2a

So sánh với kết quả thực nghiệm:

Hệ phương trình xuất phát (1.1) (2.4) đã được mô hình hóa trên máy tính tương tự MEDA 41-TC với các thông số sau đây: $\epsilon h/m = 0.1$, $\epsilon \beta/m = 0.1$, $r = 3$, $\xi = \Omega = 1$. Dễ thấy rằng trong trường hợp này công thức lý thuyết (2.7) cho ta giá trị của biên độ dừng: $a_0 \approx 0.81$, còn nếu đo trực tiếp trên biểu đồ dao động (hình 2) ta được $\max |x| = 0.78$. Như vậy những kết quả lý thuyết phù hợp về mặt định tính cũng như định lượng với các kết quả thực nghiệm. Hình 2a cho dao động của tọa độ x theo thời gian; còn hình 2b - quỹ đạo pha của dao động.



Hình 2b

Phần II - DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC

§ 3. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Giả sử ngoại lực tác dụng lên vật m là hàm điều hòa $P_0 \sin \gamma t$. Khi đó ta có thể viết phương trình dao động cường bức của vật m như sau:

$$m \ddot{x} + cx + \epsilon h (\dot{x} - \dot{z}) + \epsilon \beta x^3 = P_0 \sin \gamma t, \quad \downarrow \dot{z} \text{ (und)} \quad (3.1)$$

$$\epsilon h (\dot{z} - \dot{x}) + \epsilon k z = 0$$

Khử z giữa hai phương trình này sẽ được:

$$\ddot{x} + \xi \ddot{x} + \Omega^2 \dot{x} + \xi \Omega^2 x = \frac{P_0}{m} (\gamma \cos \gamma t + \xi \sin \gamma t) - \frac{\epsilon}{m} [(k + 3\beta x^2) \dot{x} + \xi \beta x^3] \quad (3.2)$$

Ta xét trường hợp cộng hưởng chính, khi giữa tần số riêng và tần số ngoại lực γ có hệ thức

$$\Omega^2 = \gamma^2 + \epsilon \sigma \quad (3.3)$$

và khi P_0 nhỏ: $P_0 = \varepsilon P$. Phương trình (3.2) khi đó có dạng

$$\ddot{x} + \xi \dot{x} + \gamma^2 x + \xi \gamma^2 x = \frac{\varepsilon P}{m} (\gamma \cos \gamma t + \xi \sin \gamma t) + \varepsilon R(x, \dot{x}), \quad (3.4)$$

trong đó:

$$R(x, \dot{x}) = -\frac{1}{m} [m\sigma \dot{x} + m\xi\sigma x + (k + 3\beta x^2) \dot{x} + \xi\beta x^3]. \quad (3.5)$$

Ở đây ta sẽ nghiên cứu dao động không chỉ ở tần số cộng hưởng, mà cả ở vùng lân cận tần số này ($\sigma \neq 0$).

§ 4. XÂY DỰNG HỌ NGHIỆM RIÊNG PHỤ THUỘC HAI THÔNG SỐ

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân (3.4) phụ thuộc vào ba thông số tùy ý. Trong số các nghiệm của (3.4) ta chú ý đến họ nghiệm tuần hoàn chu kỳ $\frac{2\pi}{\gamma}$ phụ thuộc hai thông số:

$$x = a \cos(\gamma t + \psi) + \varepsilon u_1(a, \psi, \gamma t) + \varepsilon^2 u_2(a, \psi, \gamma t) + \dots \quad (4.1)$$

trong đó $u_1(a, \psi, \gamma t)$ là các hàm tuần hoàn chu kỳ 2π theo các đối số ψ và γt , còn a và ψ là các hàm số được xác định từ hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a, \psi) + \varepsilon^2 A_2(a, \psi) + \dots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \varepsilon B_1(a, \psi) + \varepsilon^2 B_2(a, \psi) + \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

Để tìm các biểu thức $u_1(a, \psi, \gamma t)$, $A_1(a, \psi)$, $B_1(a, \psi)$ trước hết ta thay (4.1), (4.2) vào (3.4).

Sau khi sắp xếp lại theo các lũy thừa của ε ta được

$$\begin{aligned} \varepsilon [2\gamma(a\gamma B_1 - \xi A_1) \sin \varphi - 2\gamma(\gamma A_1 + a\xi B_1) \cos \varphi + \frac{\partial^3 u_1}{\partial t^3} + \xi \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \\ + \gamma^2 \frac{\partial u_1}{\partial t} + \xi \gamma^2 u_1] + \varepsilon^2 \dots = \frac{\varepsilon P}{m} (\gamma \cos \gamma t + \xi \sin \gamma t) + \\ + \varepsilon R(a \cos \varphi, -a\gamma \sin \varphi) + \varepsilon^2 \dots \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\varphi = \gamma t + \psi.$$

So sánh các hệ số của ε trong (4.3) ta có

$$\begin{aligned} 2\gamma(a\gamma B_1 - \xi A_1) \sin \varphi - 2\gamma(\gamma A_1 + a\xi B_1) \cos \varphi + \frac{\partial^3 u_1}{\partial t^3} + \xi \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \gamma^2 \frac{\partial u_1}{\partial t} + \\ + \varepsilon \gamma^2 u_1 = \frac{P}{m} (\gamma \cos \gamma t + \xi \sin \gamma t) + R(a \cos \varphi, -a\gamma \sin \varphi). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Bây giờ ta khai triển hàm R thành chuỗi Fourier:

$$R(a \cos \varphi, -a\gamma \sin \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (r_{1n} \cos n\varphi + r_{2n} \sin n\varphi). \quad (4.5)$$

Hàm u_1 cũng được tìm dưới dạng chuỗi:

$$u_1 = \sum_j (u_{1j} \cos j\varphi + v_{1j} \sin j\varphi). \quad (4.6)$$

với điều kiện u , không chứa các số hạng có mẫu số triệt tiêu. Như sẽ thấy dưới đây, điều kiện này tương đương với $j \neq 1$.

Thay (4.5), (4.6) vào (4.4) rồi so sánh các hệ số của $\sin \varphi$, $\cos \varphi$ ta được:

$$\begin{aligned} -2\gamma (\gamma A_1 + a \xi B_1) &= \frac{P}{m} (\gamma \cos \psi - \xi \sin \psi) + r_{11}, \\ 2\gamma (a\gamma B_1 - \xi A_1) &= \frac{P}{m} (\gamma \sin \psi + \xi \cos \psi) + r_{21}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

So sánh các hệ số của những hàm điều hòa khác trong (4.4) sẽ có:

$$\begin{aligned} \gamma^2 (1 - j^2) (\xi u_{1j} + j\gamma v_{1j}) &= r_{1j}, \quad j \neq 1 \\ \gamma^2 (1 - j^2) (\xi v_{1j} - j\gamma u_{1j}) &= r_{2j}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Các phương trình (4.7), (4.8) cho ta:

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{\gamma r_{11} + \xi r_{21}}{2\gamma (\gamma^2 + \xi^2)} - \frac{P}{2\gamma m} \cos \psi, \\ B_1 &= \frac{-\xi r_{11} + \gamma r_{21}}{2\gamma a (\gamma^2 + \xi^2)} + \frac{P}{2a\gamma a} \sin \psi, \\ v_{1j} &= \frac{j\gamma r_{1j} + \xi r_{2j}}{\gamma^2 (1 - j^2) (\xi^2 + j^2 \gamma^2)}, \\ u_{1j} &= \frac{\xi r_{1j} - j\gamma r_{2j}}{\gamma^2 (1 - j^2) (\xi^2 + j^2 \gamma^2)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Việc tính các xấp xỉ tiếp theo không có gì khó khăn về nguyên tắc. Như vậy, trong xấp xỉ thứ nhất ta có:

$$x = a \cos (\gamma t + \psi), \quad (4.10)$$

với a và ψ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\varepsilon \left\{ \frac{\gamma r_{11} + \xi r_{21}}{2\gamma (\gamma^2 + \xi^2)} + \frac{P}{2\gamma m} \cos \psi \right\}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\varepsilon}{a} \left\{ \frac{-\xi r_{11} + \gamma r_{21}}{2\gamma (\gamma^2 + \xi^2)} + \frac{P}{2\gamma m} \sin \psi \right\}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Xấp xỉ thứ nhất được hoàn thiện sẽ là:

$$x = a \cos (\gamma t + \psi) + \frac{\varepsilon}{\gamma^2} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{\infty} \frac{(\xi r_{1j} - j\gamma r_{2j}) \cos j\varphi + (j\gamma r_{1j} + \xi r_{2j}) \sin j\varphi}{(1 - j^2) (\xi^2 + j^2 \gamma^2)} \quad (4.12)$$

trong đó a và ψ được xác định từ (4.11).

Dao động dừng có biên độ a_0 và pha ψ_0 không đổi thỏa mãn hệ thức:

$$-\frac{P}{m} \cos \psi_0 = \frac{\gamma r_{11} + \xi r_{21}}{\xi^2 + \gamma^2}, \quad -\frac{P}{m} \sin \psi_0 = \frac{-\xi r_{11} + \gamma r_{21}}{\xi^2 + \gamma^2}, \quad (4.13)$$

Khử pha giữa hai phương trình này ta sẽ được hệ thức liên hệ giữa biên độ a_0 và tần số γ của ngoại lực:

$$r_{11}^2 + r_{21}^2 - \frac{(\xi^2 + \gamma^2)}{m^2} P^2 = 0. \quad (4.14)$$

Từ các biểu thức (3.5), (4.5) suy ra

$$r_{11} = -\frac{1}{m} \left(m \xi \sigma a + \frac{3}{4} \xi \beta a^3 \right), \quad (4.15)$$

$$r_{21} = \frac{1}{m} \left(m \gamma \sigma a + \frac{3}{4} \gamma \beta a^3 + k \gamma a \right),$$

$$r_{13} = -\frac{\xi}{4m} \beta a^3, \quad r_{23} = \frac{3}{4m} \beta \gamma a^3,$$

$$r_{1j} = r_{2j} = 0, \quad j \neq 1, 3$$

Do vậy, trong xấp xỉ thứ nhất ta có thể viết (4.14) dưới dạng

$$\eta^2 = 1 + \frac{\epsilon}{m\Omega^2} \left[\frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \xi^2} k + \beta \Lambda \pm \frac{1}{\Omega^2 + \xi^2} \sqrt{\frac{P^*}{\Lambda} - \Omega^2 \xi^2 k^2} \right], \quad (4.16)$$

Trong đó

$$\eta = \frac{\gamma}{\Omega}, \quad \Lambda = \frac{3}{4} a_0^2, \quad P^* = \frac{3}{4} (\Omega^2 + \xi^2)^2 P^2.$$

Hình vẽ 3 được dựng theo công thức (4.16) cho trường hợp $\frac{\epsilon}{m} = 0.01$, $\Omega = \xi = k = 1$, $P^* = 0.5$, $\beta = 10$. Nếu $\beta < 0$ thì đường cộng hưởng sẽ ngả về bên trái. Về mặt định tính thì đường cộng hưởng tương tự như trong hệ cấp hai đối với bài toán Duy phin có kể đến lực cản nhớt ngoại. Bây giờ biểu thức (4.6) có dạng

$$u_1 = \frac{1}{32m\gamma^2} \beta a^3 \cos 3(\gamma t + \psi) \quad (4.17)$$

Còn nghiệm (4.12) sẽ là:

$$x = a \cos(\gamma t + \psi) + \frac{\epsilon}{32m\gamma^2} \beta a^3 \cos 3(\gamma t + \psi) \quad (4.18)$$

§5. SỰ ỔN ĐỊNH CỦA NGHIỆM DỪNG

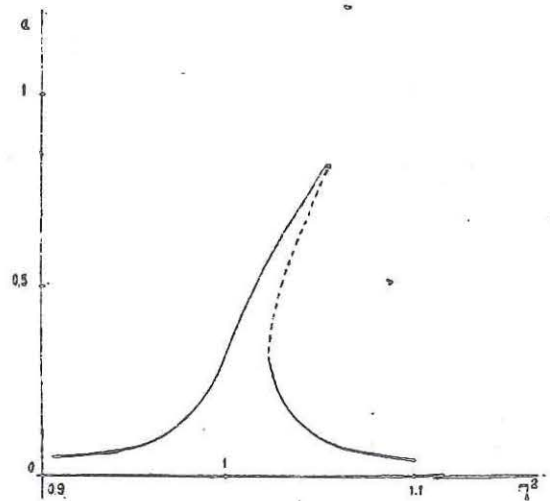
Gọi δa , $\delta \psi$ là các nhiễu, ta đặt trong (4.11):

$$a = a_0 + \delta a, \quad \psi = \psi_0 + \delta \psi.$$

Ở đây a_0 , ψ_0 là nghiệm của hệ phương trình (4.13). Để dàng thử lại các phương trình biến phân sau đây:

$$\frac{d\delta a}{d\tau} = -[\gamma r'_{11}(a_0) + \xi r'_{21}(a_0)] \delta a + P_1 \sin \psi_0 \delta \psi \quad (5.1)$$

$$a_0 \frac{d\delta \psi}{d\tau} = [-\xi r'_{11}(a_0) + \gamma r'_{21}(a_0)] \delta a + P_1 \cos \psi_0 \delta \tau.$$



Hình 3

trong đó

$$r'_{11}(a_0) = \frac{dr_{11}(a_0)}{da_0}, \quad \tau = \frac{\epsilon l}{2\gamma(\xi^2 + \tau^2)}, \quad P_1 = \frac{1}{m}(\xi^2 + \tau^2)P. \quad (5.2)$$

Phương trình đặc trưng của hệ (5.1) có dạng

$$a_0 \lambda^2 + \frac{\partial}{\partial a_0} [a_0 (\gamma r_{11} + \xi r_{21})] \lambda + \frac{\partial W}{\partial a_0} = 0, \quad (5.3)$$

$$W = r_{11}^2 + r_{21}^2 - \frac{1}{m^2} (\xi^2 + \tau^2) P^2. \quad (5.4)$$

Do vậy điều kiện ổn định của nghiệm dừng sẽ là:

$$1) \quad \frac{\partial}{\partial a_0} [a_0 (\gamma r_{11} + \xi r_{21})] > 0 \quad (5.5)$$

$$2) \quad \frac{\partial W}{\partial a_0} > 0.$$

Trong trường hợp cụ thể của bài toán nêu trong §4 điều kiện ổn định thứ nhất được thỏa mãn vì:

$$a_0 (\gamma r_{11} + \xi r_{21}) = \frac{\xi}{m} k \gamma a_0^2, \quad \xi > 0, k > 0, \gamma > 0.$$

Điều kiện thứ hai cho thấy biên của miền ổn định là những điểm của đường cộng hưởng tại đó tiếp tuyến song song với trục a_0 .

(xem [4]. Trên hình 3 đoạn vẽ đứt nét tương ứng với chuyển động dừng không ổn định).

§6. KẾT LUẬN

Từ các kết quả trên đây có thể rút ra những kết luận chính như sau:

1. Tự dao động của vật rắn trong mô hình đàn—nhớt Huc—Macxoen được mô tả bởi một phương trình vi phân cấp ba dạng (1.2). Dùng phương pháp trình bày trong [1,3] có thể viết nghiệm của (1.2) dưới dạng (2.1), (2.2).

2. Với dạng « ma sát âm » quen thuộc (2.4) tự dao của vật rắn chỉ xảy ra khi $\xi k < p$ ($\xi^2 + \Omega^2$) (điều này được thỏa mãn, chẳng hạn khi p đủ lớn). Như vậy, nếu dùng thanh làm từ vật liệu đàn—nhớt Huc—Macxoen để mang vật nặng thì hiện tượng tự chấn khó xảy ra hơn và nếu có xảy ra thì biên độ (2.7) của nó cũng nhỏ thua biên độ tương ứng (2.9) khi thanh được chế tạo từ vật liệu đàn hồi Húc. Kết luận này là một gợi ý cho việc tìm biện pháp khử hoặc hạn chế tự dao động cơ học.

3. Dưới tác dụng của lực cưỡng bức điều hòa hình sin, phương trình chuyển động của vật rắn bảy giờ được đưa về dạng cấp 3 (3.2). Nghiệm trong xấp xỉ thứ nhất được viết dưới dạng thuận tiện cho tính toán (4.10), (4.11) (4.12). Biên độ dao động dừng được xác định bởi các công thức (4.14) (4.16). Các điều kiện ổn định của nghiệm dừng được viết dưới dạng (5.5).

4. Trong hệ cơ học cụ thể khảo sát ở đây, điều kiện ổn định của dao động cưỡng bức không đặt ràng buộc gì về tính chất phi tuyến của lò xo chính (hệ số β). Đường cộng hưởng (h. 3) có dáng tương tự như trong bài toán Duy-phin có kể đến lực cản nhớt ngoại ở hệ cấp hai [5]. Do vậy vật liệu đàn—nhớt Huc—Maxcoen hạn chế sự tăng của độ cực đại của biên độ dao động.

Tác giả chân thành cảm ơn đồng chí Nguyễn Xuân Hùng đã giúp mô hình hóa bài toán trên máy tính tương tự.

Địa chỉ
Viện Cơ học, Viện KHV.V

Ngày nhận 15/5/1978

TÀI LIỆU ĐÃ DẪN

1. Nguyễn Văn Đạo. Non-linear Oscillation of third order Systems. Proceedings of VIII international conference on non-linear Oscillations. Prague 1979.
2. Nguyễn Văn Đạo. Dao động cưỡng bức trong hệ phi tuyến cấp ba có tự kích thích. Tuyến tập công trình nghiên cứu của phòng cơ học Viện khoa học Việt Nam 1978.
3. Nguyễn Văn Đạo. Tự dao động trong hệ á tuyến cấp ba. Tạp chí khoa học kĩ thuật, số 1, 1979. Viện khoa học Việt Nam xuất bản.
4. Nguyễn Văn Đạo. Những phương pháp cơ bản của lý thuyết dao-động phi tuyến. Nhà xuất bản Đại học - Hà Nội 1969.
5. Bogoliubov N. N. Mitropolxki Yu. A. Aximptotitrexki metodu vo teori nielinâynuc colebani M. 1963.

SUMMARY

VIBRATIONS OF RIGID BODIES IN THE VISCO - ELASTIC HOOK-MAXWELL MODEL

In this paper the self-excited and forced vibrations of rigid bodies fastened to visco-elastic beam are considered. Two parameters solutions of motion equations of third order are found in the asymptotic series and their stability is investigated. It was shown that in comparison with Hook material the Hook - Maxwell material of beam limits the growth of amplitudes of both self-excited and forced vibrations. The theoretical results agree well with experimental ones.