[Tạp chí CƠ HỌC 1981 số 1 (trang 13 – 19)

HIỆN TƯỢNG ỔN ĐỊNH QUAN LIÊN TRONG HỆ Á TUYẾN TỰ CHẤN VÀ THÔNG SỐ HAI BẬC TỰ DO

NGUYỄN VĂN ĐÌNH

Lý thuyết các hệ dao động á tuyến đã phân biệt và khảo sát ba loại kích động điển hình: kích động tự chấn, thông số và cưỡng bức. Khác với kích động cưỡng bức, chỉ phụ thuộc thời gian, kích động tự chấn và thông số còn phụ thuộc vào trạng thái cơ hệ và triệt tiêu khi cơ hệ cân bằng. Chính đặc điểm này dẫn đến một hiện tượng đáng chú ý mà chúng tôi gọi là hiện tượng ổn định quan liên. Thực chất của hiện tượng đó như sau.

Hệ á tuyến nhiều bậc tự do quy về, ở tọa độ pháp, hệ nhiều chấn tử á tuyến có liên kết yếu. Nếu là những chấn tử cộng hưởng với nhau, chúng ảnh hưởng đến nhau mạnh mẽ. Kích động cưỡng bức, nhất định gây ra dao động tương ứng, tồn tại hoặc riêng biệt, hoặc đồng thời với các thành phần dao động khác, còn kích động tự chấn và thông số thì trong những điều kiện nhất định không gây được dao động tương ứng ở các chấn tử khác. Tuy nhiên, thông qua các liên kết yếu, chúng ảnh hưởng đến tính ổn định (không ảnh hưởng đến biên độ) của những chế độ dao động thực sự xẩy ra trong hệ, ở các chấn tử khác (không cộng hưởng với chúng). Về mặt vật lý, có thể quan niệm như đó là ảnh hưởng của các «xu thế» tự chấn hay thông số (gọi là xu thế vì dao động tương ứng không xẩy ra). Kết quả tính toán cho phép giải thích cách khác: chế độ dao động thực sự xẩy ra trong hệ đã tạo ra những số hạng bổ sung (lực cản hoặc độ lệch tần) làm thay đổi trạng thái của các chấn tử tự chấn hoặc thông số. Nếu các chấn tử này ở trạng thái cân bằng ổn định thì xu thế tự chấn hay thông số không gây ra dao động và chế độ dao động xẩy ra ở các chấn tử khác có thể ổn định.

Như thế, ngoài các điều kiện ổn định của bản thân chế độ khảo sát, còn có các điều kiện ổn định thể hiện ảnh hưởng của các kích động tự chấn hoặc thông số. Tương ứng ta gọi đó là các điều kiện ổn định «tự thân» và «quan liên».

Trước đây, người ta đã phát hiện và nghiên cứu một hiện tượng quan trọng là sự «kéo dài» của mỗi một trong hai chế độ dao động có thể xẩy ra trong hệ tự chấn hai bậc tự do ([1], trang 213 – 219). Theo quan điểm trình bày ở trên, đó là biểu hiện của hiện tượng ổn định quan liên. Tuy nhiên, hiện nay chưa có công trình nào quan tâm thích đáng để hệ thống hóa, tìm hiểu thực chất và các biểu hiện khác nhau của hiện tượng ổn định quan liên. Mặt khác, trong các công trình sâu sắc đã mang tính kinh điển, vấn đề này cũng chưa được chú ý: trong [1], phương pháp khảo sát ổn định không phân biệt các điều kiện ổn định «tự thân» và «quan liên»; trong [2], tuy đã nêu lên các điều kiện mà hệ suy biến cần thỏa mãn để có thể áp dụng phương pháp khai triển đơn tần (chương IV, trang 261) nhưng không ghi chú rằng hệ trung bình thu được chỉ cho phép thiết lập các điều kiện ổn định tự thân còn điều kiện ổn định quan liên đã bị bỏ rơi.

Dưới đây, để nhận biết được hiện tượng ổn định quan liên, sẽ tiến hành mô tả các chế độ dao động trong hệ tự chấn và thông số hai bậc tự do.

§ 1. HỆ THUAN TỰ CHẤN

Xét hệ đã khảo sát ở [3] gồm hai khối lượng m_1, m_2 được giữ với nền cố định và được nối với nhau nhờ các lò so có độ cứng c_1, c_2, c_{12}; chịu ngoại và nội lực cản nhớt (tỷ lệ bậc nhất với vận tốc) với hệ số h_1, h_2, h_{12} và chịu lực kích động tự chấn đặt vào khối lượng thứ nhất dạng:

$$f(\dot{x}_1) = l\dot{x}_1 - k\dot{x}_1^3 \qquad (1.1)$$

Hệ phương trình vi phân dao động là:

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1+c_{12})x_1 - c_{12}x_2 = \varepsilon g_1 = \varepsilon\,[l\dot{x}_1 - k\dot{x}_1^3 - (h_1 + h_{12})\,\dot{x}_1 - h_{12}\,\dot{x}_2]$$

$$m_2\ddot{x}_2 - c_{12}x_1 + (c_2 + c_{12})\,x_2 = \varepsilon g_2 = \varepsilon\,[h_{12}\dot{x}_1 - (h_2 + h_{12})\,\dot{x}_2] \qquad (1.2)$$

trong đó: x_1, x_2 — độ dời của các khối lượng so với vị trí cân bằng; dấu «.» — ký hiệu đạo hàm theo thời gian; l, k — các hệ số dương trong biểu thức lực kích động; ε — tham số bé, biểu hiện giả thiết về mức yếu của lực kích động và các lực cản.

Ký hiệu p_i và $(1, d_i)$ $(i = 1,2;\ p_1 < p_2)$ — các tần số riêng và các hệ số phân phối tương ứng. Để chuyển về các tọa độ pháp, đặt:

$$x_1 = X_1 + X_2;\ x_2 = d_1X_1 + d_2X_2 \qquad (1.3)$$

Trên cơ sở các hệ thức trực giao, hệ trở thành:

$$\ddot{X}_1 + p_1^2 X_1 = \frac{\varepsilon}{M_1}\,(g_1 + d_1g_2)$$

$$\ddot{X}_2 + p_2^2 X_2 = \frac{\varepsilon}{M_2}\,(g_1 + d_2g_2) \qquad (1.4)$$

trong đó: $M_i = m_1 + m_2d_i^2$ $(i = 1, 2)$ và, để đơn giản, các hàm g_1, g_2 sau biến đổi vẫn giữ nguyên ký hiệu cũ.

Giả thiết không xảy ra (nội) cộng hưởng. Hệ như chịu hai kích động tự chấn đặt trên từng tọa độ pháp. Ngoài chế độ cân bằng (hai kích động đều không gây dao động) và chế độ dao động hỗn hợp hai tần số p_1, p_2 của đồng thời hai tọa độ pháp (hai kích động đều gây dao động), trong hệ còn có thể xảy ra hai chế độ dao động của riêng từng tọa độ pháp (một kích động tự chấn gây ra dao động; kích động thứ hai không gây dao động). Hãy khảo sát hai chế độ dao động sau.

a) Dao động điều hòa tần số p_1 của riêng X_1

Đặt:

$$X_1 = a_1\sin(p_1t + \varphi_1) \quad ; \quad X_2 = a_2\sin p_2t + b_2\cos p_2t$$

$$\dot{X}_1 = a_1p_1\cos(p_1t + \varphi_1) \quad ; \quad \dot{X}_2 = p_2\,(a_2\cos p_2t - b_2\sin p_2t) \qquad (1.5)$$

trong đó: a_1, φ_1, a_2, b_2 — các biến mới.

Lập hệ phương trình trung bình; từ đó suy ra nghiệm dừng tương ứng chế độ khảo sát là: $a_2 = b_2 = 0$, φ_1 = hằng; biên độ a_1 xác định từ hệ thức:

$$A_1 = \frac{3}{4}\,kp_1^2\,a_1^2 = l - H_1 \qquad (1.6)$$

Để khảo sát ổn định, lập hệ biến phân và từ đó, lập được phương trình đặc trưng. Đó là phương trình tích:

$$D(\lambda) = \lambda\left(\lambda + \frac{\varepsilon}{M_1}A_1\right)\left\{\lambda - \frac{\varepsilon}{2M_2}\,(l - H_2 - 2A_1)\right\}^2 = 0 \qquad (1.7)$$

Vì là hệ Ôtônôm, nghiệm $\lambda = 0$ không gây mất ổn định, các điều kiện ổn định bao gồm:

$$A_1 = l - H_1 > 0 \text{ (trùng điều kiện tồn tại)} \tag{1.8}$$

$$l - H_2 - 2A_1 < 0 \text{ hay } A_1 > \frac{1}{2}(l - H_2) \tag{1.9}$$

b) Dao động điều hòa tần số P_2 của riêng X_2

— Khảo sát tương tự, kết quả cho hệ thức xác định biên độ a_2 là:

$$A_2 = \frac{3}{4} kp_2^2 a_2^2 = l - H_2 \tag{1.10}$$

và các điều kiện ổn định bao gồm:

$$A_2 = l - H_2 > 0 \text{ (trùng điều kiện tồn tại)} \tag{1.11}$$

$$l - H_1 - 2A_2 < 0 \text{ hay } A_2 > \frac{1}{2}(l - H_1) \tag{1.12}$$

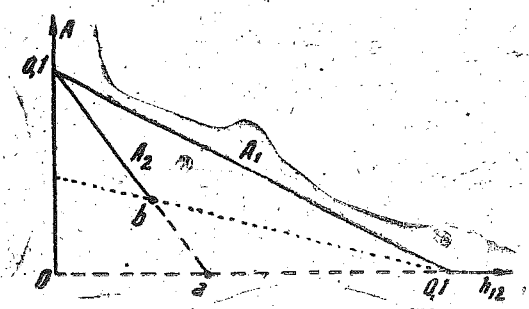
Trong các công thức trên: $H_i = h_i + h_2 d_i^2 + h_{12}(1-d_i)^2 \quad (i = 1,2)$.

Có thể giải thích ý nghĩa các điều kiện ổn định như sau: Hai điều kiện (1.8) (1.11) vốn đã có trong hệ tương ứng một bậc tự do. Đó là những điều kiện ổn định tự thân của mỗi chế độ và có ý nghĩa là lực kích động l phải mạnh hơn lực cản H_1 (H_2).

Xét điều kiện (1.9). Chú ý rằng, điều kiện ổn định của trạng thái cân bằng của riêng X_2 là: $l - H_2 < 0$. Ở (1.9) có thêm số hạng $2A_1$. Vậy, có thể quan niệm rằng chế độ dao động của riêng X_1 đã đặt trên X_2 lực cản bổ sung $2A_1$; nếu lực cản tổng hợp $H_2 + 2A_1$ mạnh hơn lực kích động l, xu thế dao động của X_2 mất, chế độ dao động của riêng X_1 có thể ổn định. Vậy, (1.9) chính là điều kiện ổn định quan liên thể hiện ảnh hưởng của xu thế tự chấn tần số p_2.

Điều kiện ổn định (1.12) được giải thích tương tự.

Chọn $m_1 = m_2 = 1$; $c_1 = 3$; $c_2 = 0$; $c_{12} = 2$; khi đó: $p_1^2 = 1$; $p_2^2 = 6$; $d_1 = 2$; $d_2 = -\frac{1}{2}$; $M_1 = 5$; $M_2 = \frac{5}{4}$. Chọn: $l - h_1 = 0{,}1$; $h_2 = 0$. Trên hình 1, vẽ đồ thị «biên độ» A_1, A_2 theo hệ số cản h_{12}. Các đoạn liền (đứt) nét tương ứng chế độ ổn định (không ổn định); đường chấm biểu diễn biên giới của điều kiện ổn định quan liên (1.12). Chúng ta thấy, chế độ dao động tần số p_2 — do điều kiện ổn định quan liên — bị mất ổn định khi h_{12} đủ lớn (đoạn ab).



Hình 1

§ 2. HỆ CHỊU HAI KÍCH ĐỘNG THÔNG SỐ

Vẫn khảo sát hệ hai khối lượng như ở § 1 nhưng thay kích động tự chấn bởi kích động tạo ra cho lò so giữ khối lượng m_1 (với nền) hai độ cứng bổ sung nhỏ $2f_1\sin 2U_1t$ và $2f_2\sin 2U_2t$ ($2f_1$, $2f_2$ — các biên độ; $2U_1$, $2U_2$ — các tần số kích động) tương ứng cộng hưởng với hai tần số riêng: $U_1 \approx p_1$; $U_2 \approx p_2$. Lại giả thiết lò so đó là phi tuyến yếu — để cụ thể — loại cứng đặc trưng bởi số hạng kx_1^3 ($k > 0$). Hệ phương trình vi phân dao động có dạng:

$$
\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_{12})x_1 - c_{12}x_2 = \varepsilon g_1' = \varepsilon\{ &-(h_1 + h_{12})\dot{x}_1 \\
&+ h_{12}\dot{x}_2 - kx_1^3 - 2f_1x_1\sin 2U_1t - 2f_2x_1\sin 2U_2t\} \\
m_2\ddot{x}_2 - c_{12}x_1 + (c_2 + c_{12})x_2 = \varepsilon g_2' = \varepsilon\{ &h_{12}\dot{x}_1 - (h_2 + h_{12})\dot{x}_2\}
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Có thể xem hệ khảo sát là mô hình hệ thực tế trong đó hai khối lượng thay cho hai thanh và thanh đầu chịu lực kích động dọc có hai thành phần điều hòa.

Chuyển về tọa độ pháp. hệ trở thành :

$$
\begin{aligned}
\ddot{X}_1 + U_1^2 X_1 &= \frac{\varepsilon}{M_1}\{g_1' + d_1g_2' + Z_1X_1\} \\
\ddot{X}_2 + U_2^2 X_2 &= \frac{\varepsilon}{M_2}\{g_1' + d_2g_2' + Z_2X_2\}
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

trong đó: $\frac{\varepsilon}{M_i} Z_i = U_i^2 - p_i^2$ $(i = 1,2)$ — các độ lệch tần.

Chúng ta thấy, mỗi tọa độ pháp chịu một kích động thông số cộng hưởng. Cũng như ở §1, ngoài chế độ cân bằng (cả hai kích động không gây dao động) và chế độ dao động hỗn hợp với hai tần số U_1, U_2 của đồng thời hai tọa độ pháp (cả hai kích động đều gây dao động), trong hệ có thể xảy ra hai chế độ dao động của riêng từng tọa độ pháp (một kích động thông số gây dao động, kích động thứ hai không gây dao động). Hãy khảo sát hai chế độ dao động sau.

a) Dao động điều hòa tần số U_1 của riêng X_1 — Thực hiện phép biến đổi (1.5) với $p_1 = U_1$, $p_2 = U_2$; rồi tiến hành khảo sát như đã biết. Kết quả cho hệ thức xác định biên độ a_1 (ở tọa độ pháp):

$$
W_1 = (A_1 - Z_1)^2 + H_1^2U_1^2 - f_1^2 = 0 \tag{2.3}
$$

và các điều kiện ổn định:

$$
2(A_1 - Z_1) = \frac{\partial W_1}{\partial A_1} > 0 \tag{2.4}
$$

$$
f_2^2 - \{H_2^2U_2^2 + (Z_2 - 2A_1)^2\} < 0 \tag{2.5}
$$

b) Dao động điều hòa tần số U_2 của riêng X_2 — Khảo sát tương tự, kết quả cho hệ thức xác định biên độ a_2 (ở tọa độ pháp):

$$
W_2 = (A_2 - Z_2)^2 + H_2^2U_2^2 - f_2^2 = 0 \tag{2.6}
$$

và các điều kiện ổn định:

$$
2(A_2 - Z_2) = \frac{\partial W_2}{\partial A_2} > 0 \tag{2.7}
$$

$$
f_1^2 - \{H_1^2U_1^2 + (Z_1 - 2A_2)^2\} < 0 \tag{2.8}
$$

Cũng như ở §1, dễ dàng tìm ra ý nghĩa các điều kiện ổn định. Trước hết, các điều kiện (2.4) (2.7) là các điều kiện ổn định tự thân quen biết của dao động cộng hưởng thông số (nhánh dưới của đồ thị biên — tần mất ổn định).

Xét điều kiện (2.5). Chú ý rằng, điều kiện ổn định của trạng thái cân bằng của riêng X_2 là : $f_2^2 - \{H_2^2U_2^2 + Z_2^2\} < 0$. Ở (2.5) thay cho Z_2 là $Z_2 - 2A_1$. Vậy, có thể quan niệm rằng, chế độ dao động của riêng X_1 đã tạo trên X_2 độ giảm tần bổ sung $2A_1$; nếu độ lệch tần tổng hợp $Z_2 - 2A_1$ thuộc vùng ổn định của trạng thái cân bằng của riêng X_2 thì kích động thông số đặt vào X_2 không gây ra dao động tương ứng và do đó, chế độ dao động của riêng X_1 có thể ổn định. Có thể biến đổi điều kiện (2.5) thành :

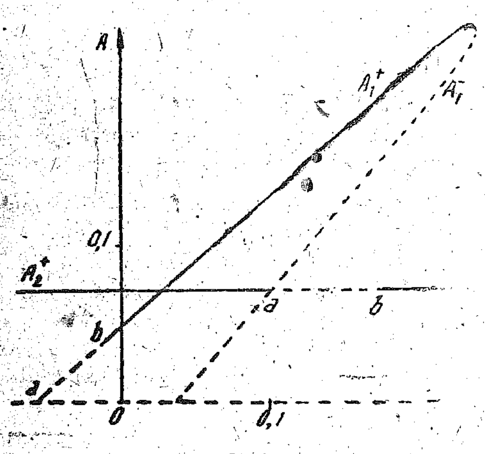
$$
(2A_1)^2 - 2Z_2(2A_1) + H_2^2U_2^2 + Z_2^2 - f_2^2 > 0 \tag{2.9}
$$

Vế trái là tam thức đối với $2A_1$. Nếu biệt thức $f_2^2 - H_2^2U_2^2 \leqslant 0$ điều kiện (2.9) nghĩa là điều kiện ổn định quan liên luôn luôn thỏa mãn; điều đó là hiển nhiên vì trong trường hợp này, dao động cộng hưởng thông số của X_2 không xảy ra. Trường hợp ngược lại, chúng ta phải có:

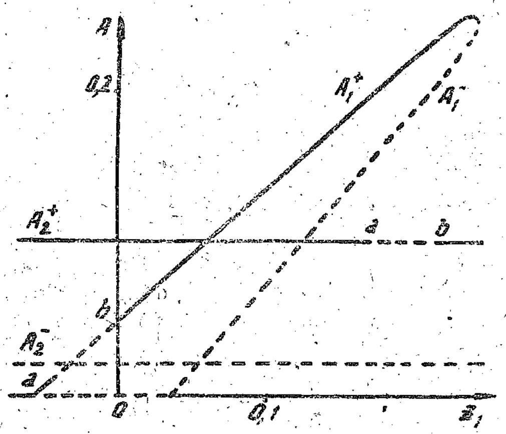
$$A_1 < \frac{1}{2} A_2^- \text{ hoặc } A_1 > \frac{1}{2} A_2^+ \tag{2.10}$$

trong đó A_2^-, A_2^+ là các biên độ của chế độ dao động tần số U_2 xác định theo (2.6).

Như thế, trên đồ thị biên – tần A_1, đoạn nằm giữa $\frac{1}{2} A_2^-$ và $\frac{1}{2} A_2^+$ là đoạn mất ổn định do điều kiện ổn định quan liên.



Hình 2



Hình 3

Cách giải thích ý nghĩa điều kiện ổn định quan liên (2.8) cũng tương tự.

Vẫn chọn trị số các khối lượng và các độ cứng như ở §1, chọn $h_1 = 0,18$; $h_2 = 0$; $h_{12} = 0,04$; $f_1^2 = 0,0508$; $f_2^2 = 0,4423$. Trên hình 2 vẽ đồ thị biên độ A_1 theo Z_1 khi $Z_2 = 0$; đường nằm ngang chỉ biên độ A_2^+ (trường hợp này $A_2^- < 0$); các đoạn liền và đứt nét vẫn có ý nghĩa như đã biết. Chúng ta thấy: – chế độ cân bằng hoàn toàn mất ổn định; – ở đồ thị A_1, ngoài nhánh dưới (điều kiện ổn định tự thân), còn xuất hiện đoạn mất ổn định ở nhánh trên (điều kiện ổn định quan liên); – trên đồ thị A_2^+ cũng xuất hiện vùng mất ổn định $\frac{1}{2} A_1^- < A_2^+ < \frac{1}{2} A_1^+$. Hình 3 tương ứng khi $Z_2 = 0,060$; ở trường hợp này, chế độ cân bằng có thể ổn định; các vùng mất ổn định do điều kiện ổn định quan liên cũng xuất hiện (các đoạn ab)

§3. HỆ HỖN HỢP TỰ CHẤN – THÔNG SỐ

Chúng ta xây dựng hệ hỗn hợp tự chấn – thông số từ hệ tự chấn ở §1 chịu thêm kích động nhằm tạo ra cho lò so giữ khối lượng thứ nhất một độ cứng nhỏ bổ sung $2f_1\sin 2t$ ($2f_1$ – biên độ; 2 – tần số kích động) cộng hưởng với tần số riêng thứ nhất $p_1 \approx 1$. Viết hệ phương trình vi phân dao động dưới dạng:

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_{12})x_1 - c_{12}x_2 = \varepsilon g_1'' + \varepsilon\left\{-(\delta_1 + \delta_{12})x_1 + \delta_{12}x_2\right\}$$

$$m_2\ddot{x}_2 - c_{12}x_1 + (c_2 + c_{12})x_2 = \varepsilon g_2'' + \varepsilon\left\{\delta_{12}x_1 - (\delta_{12} + \delta_2)x_2\right\} \qquad (3.1)$$

ong đó: g_1'', g_2'' — các hàm tương ứng ở § 1 có thêm số hạng $-2f_1x_1 \sin 2t$ ở hàm thứ ất; c_1, c_2, c_{12} — các độ cứng tương ứng tần số riêng thứ nhất cộng hưởng đúng $p_1 = 1$; , δ_2, δ_{12} — các độ cứng dư

Chuyển về các tọa độ pháp, hệ trở thành:

$$\ddot{X}_1 + X_1 = \frac{\varepsilon}{M_1}\left\{g_1'' + d_1g_2'' + Z_{11}X_1 + Z_{12}X_2\right\};\ \ddot{X}_2 + p_2^2X_2 = \frac{\varepsilon}{M_2}\left\{g_1'' + d_2g_2'' + Z_{12}X_1 + Z_{22}X_2\right\} \qquad (3.2)$$

ong đó:

$$-Z_{ii} = \delta_1 + \delta_2d_i^2 + \delta_{12}(1 - d_i)^2 \quad (i = 1, 2)$$

$$-Z_{12} = -Z_{21} = \delta_1 + \delta_2d_1d_2 + \delta_{12}(1 - d_1)(1 - d_2)$$

Điều chỉnh các độ cứng dư sao cho $Z_{12} = Z_{21} = Z_{22} = 0$; khi đó tần số riêng p_2 iông thay đổi; chỉ mình tần số riêng thứ nhất biến thiên và được đặc trưng bởi độ ch tần $Z_{11} = Z_1$. Hệ phương trình vi phân dao động trở thành:

$$\ddot{X}_1 + X_1 = \frac{\varepsilon}{M_1}\left\{g_1'' + d_1g_2'' + Z_1X_1\right\};\ \ddot{X}_2 + p_2^2X_2 = \frac{\varepsilon}{M_2}\left\{g_1'' + d_2g_2''\right\} \qquad (3.3)$$

Chúng ta nhận thấy: — tọa độ pháp X_1 chịu kích động hỗn hợp tự chấn — thông số; tọa độ pháp X_2 chịu kích động tự chấn. Ngoài chế độ cân bằng (cả hai kích động đều iông gây dao động) và chế độ dao động hỗn hợp hai tần số 1 và p_2 của đồng thời hai a độ pháp (cả hai kích động đều gây dao động), trong hệ có thể xảy ra hai chế độ dao ộng của riêng từng tọa độ pháp (một kích động gây dao động, kích động thứ hai không y dao động). Hãy khảo sát hai chế độ dao động sau.

a) Dao động tần số 1 của riêng X_1

Kết quả khảo sát cho hệ thức xác định biên độ a_1 (ở tọa độ pháp):

$$W = (l - H_1 - A_1)^2 + Z_1^2 - f_1^2 = 0 \qquad (3.4)$$

ı các điều kiện ổn định:

$$l - H_1 - 2A_1 < 0 \text{ hay } A_1 > -\frac{1}{2}(l - H_1) \qquad (3.5)$$

$$2A_1(A_1 - l + H_1) = \frac{\partial W}{\partial A_1} > 0 \text{ hay } A_1 > (l - H_1) \qquad (3.6)$$

$$l - H_2 - 2A_1 < 0 \text{ hay } A_1 > \frac{1}{2}(l - H_2) \qquad (3.7)$$

b) Dao động tần số p_2 của riêng X_2 — Biên độ a_2 (ở tọa độ pháp) được xác định r hệ thức:

$$A_2 = l - H_2 \qquad (3.8)$$

ı các điều kiện ổn định:

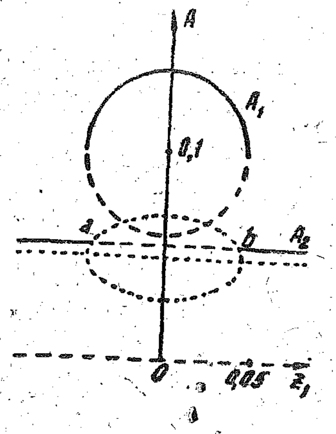
$$l - H_1 - 2A_2 < 0 \text{ hay } A_2 > \frac{1}{2}(l - H_1) \qquad (3.9)$$

$$f_1^2 - [(l - H_1 - 2A_2)^2 + Z_1^2] < 0 \qquad (3.10)$$

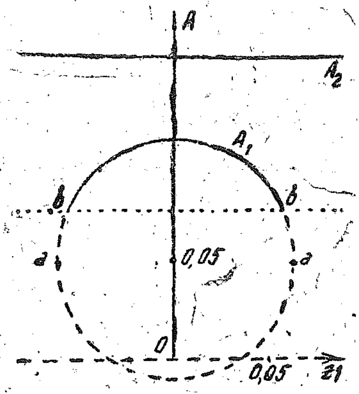
$$l - H_2 > 0 \qquad (3.11)$$

Trong các công thức trên: $A_1 = \frac{3}{4}ka_1^2$; $A_2 = \frac{3}{4}kp_2^2a_2^2$

Chúng ta nhận thấy, đối với chế độ thứ nhất, (3.5), (3.6) là các điều kiện ổn định r thân (cung thuộc nửa trên đường tròn biên độ và thuộc miền dương) còn (3.7) là điều ện ổn định quan liên (lực cản bổ sung $2A_1$ cùng lực cản H_2 phải mạnh hơn lực kích động l để làm mất xu thế tự chấn tần số p_2). Đối với chế độ thứ hai, (3.11) là điều kiện ổn định tự thân, (3.9) (3.10) là điều kiện ổn định quan liên (A_2 phải lớn hơn nửa biên độ «thuần tự chấn» của X_1 và nằm ngoài enlip do đường tròn (3.4) co về trục hoành Z_1 theo tỷ số $\frac{1}{2}$; số hạng $2A_2$ cũng có ý nghĩa là lực cản bổ sung).



Hình 4



Hình 5

Vẫn chọn các khối lượng và các độ cứng như ở §1. Trên hình 4 vẽ đồ thị các biên độ A_1, A_2 khi chọn $l = 0{,}15$; $f_1 = 0{,}04$; $h_1 = 0{,}014$; $h_2 = 0$; $h_{12} = 0{,}036$. Chúng ta thấy, do điều kiện ổn định quan liên, trên đồ thị A_2 xuất hiện vùng mất ổn định (các đường chấm nằm ngang và enlip là biên giới các điều kiện ổn định quan liên (3.9) (3.10)). Trên hình 5, các đồ thị trên tương ứng $l = 0{,}30$; $h_1 = 0{,}05$; $h_2 = 0{,}04$; $h_{12} = 0{,}04$; $f_1 = 0{,}09$; trường hợp này, chế độ dao động tần số 1, do điều kiện ổn định quan liên, có thêm vùng mất ổn định (đường chấm nằm ngang là biên giới điều kiện ổn định quan liên (3.7)) (đoạn ab).

Địa chỉ:
Đại học Bách khoa

Nhận ngày 13/6/1980

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. МАЛКИН И.Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний Гостехиздат. Москва. 1956.

2. БОГОЛЮБОВ Н.Н., МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз. 1958.

3. MANSOUR W.M. Quenching of limit cycles of a Van der Pol oscillator. Journal of Sound and Vibration, V. 25, N° 3, 1972.

РЕЗЮМЕ

ОБ ЯВЛЕНИИ СВЯЗАННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В КВАЗИЛИНЕЙНОЙ АВТО И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Рассматривается квазилинейная авто и параметрическая колебательная система с двумя степенями свободы. Различаются собственные условия устойчивости с связанными. При наличии последних условий, появляется новая область неустойчивости.