

HỖN HỢP ĐỒNG THỂ ĐÀN HỒI NHIỆT—VI MÔ

TRƯƠNG MINH CHÁNH

Cơ sở lý thuyết về các hỗn hợp đồng thể theo quan điểm khuếch tán suy rộng đã được trình bày chi tiết trong [1, 2, 8]. Mô hình hỗn hợp đồng thể lỏng vi mô không xét tới các hiệu ứng nhiệt vi mô đã được xét trong [3]. Mô hình hỗn hợp đàn hồi nhiệt vi mô đã được xây dựng trong [4, 5] trên cơ sở lý thuyết khuếch tán cổ điển. Hỗn hợp các môi trường vi mô xét theo lý thuyết nhiều tốc độ cũng đã có trong [6], mô hình tuy phức tạp nhưng vẫn chưa xét tới các hiệu ứng nhiệt vi mô. Sau đây ta sẽ xây dựng mô hình hỗn hợp đồng thể đàn hồi nhiệt vi mô theo quan điểm khuếch tán suy rộng.

§ 1. VÀI KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Xét một hỗn hợp đồng thể rắn gồm n chất tạo thành lồng thám tương tác lẫn nhau, qui luật chuyển động của mỗi chất hợp thành trong yếu tố thể tích vi mô ∇V_α cho ở dạng [6]:

$$\vec{x}'_\alpha = \vec{x}_\alpha(\vec{X}_\alpha, t) + \vec{\xi}_\alpha(\vec{X}_\alpha, E_\alpha, t); \vec{\xi}_\alpha = E_\alpha \cdot \overline{\kappa}_\alpha(\vec{X}_\alpha, t) \quad (1.1)$$

Trong đó \vec{X}_α và \vec{x}_α tương ứng là tâm khối lượng của môi trường thứ α ở thời điểm khi chưa biến dạng và sau khi biến dạng, E_α và $\vec{\xi}_\alpha$ là véc tơ vị trí tương đối của điểm đang xét so với tâm khối lượng tương ứng ở hai thời điểm, thêm vào đó:

$$\vec{x}_1 = \vec{x}_2 = \dots = \vec{x}_n = \vec{x}; \vec{\xi}_1 = \vec{\xi}_2 = \dots = \vec{\xi}_n = \vec{\xi} \quad (1.2)$$

Vận tốc chuyển động \vec{u}'_α của điểm \vec{X}'_α được xác định qua vận tốc \vec{u}_α của điểm \vec{X}_α và gradient vận tốc vi mô \vec{v}_α theo công thức:

$$\vec{u}'_\alpha = \vec{u}_\alpha(\vec{x}_\alpha, t) + \vec{\xi}_\alpha \cdot \vec{v}_\alpha(\vec{x}_\alpha, t); \vec{v}_\alpha = \overline{\kappa}_\alpha \cdot \dot{\vec{x}}_\alpha \quad (1.3)$$

Trong đó các gradient biến dạng vi mô $\overline{\kappa}_\alpha$ và κ_α liên quan với nhau bởi tương quan:

$$\overline{\kappa}_\alpha \cdot \kappa_\alpha = \overline{g}; \kappa_\alpha \cdot \overline{\kappa}_\alpha = \overline{G} \quad (1.4)$$

Trong đó \overline{g} , \overline{G} là tenxơ đơn vị trong hai hệ tọa độ.

Cho rằng nhiệt độ T'_α tại điểm \vec{x}'_α của chất thứ α được xác định qua nhiệt độ T_α tại điểm \vec{x}_α và gradient nhiệt độ vi mô $\vec{\tau}_\alpha(\vec{x}_\alpha, t)$ bằng công thức:

$$T'_\alpha = T_\alpha(\vec{x}_\alpha, t) + T_{\alpha}^* \cdot \vec{\xi}_\alpha = T_\alpha(\vec{x}_\alpha, t) + \vec{\xi}_\alpha \cdot \vec{\tau}_\alpha \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{T_\alpha} \approx \frac{1}{T_\alpha} - \frac{\vec{u}_\alpha \cdot \vec{\tau}_\alpha}{T_\alpha^2}, \quad \vec{Q}_\alpha = \left. \frac{\partial T_\alpha^*}{\partial \vec{u}_\alpha} \right|_{\vec{u}_\alpha = 0}$$

Đề nhận được (1.5) ta đã giả định rằng $\frac{T_\alpha^*}{T_\alpha}$ có giá trị rất nhỏ và trong khai triển T^* theo $\vec{\xi}$ ta chỉ xét tới số hạng bậc một, giả định đó có thể xem là hợp lý nếu quá trình truyền nhiệt trong một yếu tố thể tích vi mô xảy ra nhanh.

Lý thuyết khuếch tán suy rộng xem hỗn hợp đồng thể như là một môi trường liên tục có tính tới các chuyển động tương đối của các thành phần so với chuyển động của hỗn hợp nên ta cần xét các đại lượng đặc trưng chung cho toàn hỗn hợp: vận tốc tâm khối lượng \vec{U}^m , gradient vận tốc vi mô \vec{v}^m , mật độ chung ρ , ten xoá quán tính vi mô \vec{I}^m , ..., chúng có dạng:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{\alpha} \rho_{\alpha}, \quad \rho \vec{U}^m = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{U}_{\alpha} \\ \rho \vec{I}^m &= \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{I}_{\alpha}, \quad \rho \vec{I}^m \cdot \vec{v}^m = \sum_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{I}_{\alpha} \cdot \vec{v}_{\alpha} \end{aligned} \quad (1.6)$$

trong đó \vec{I}_{α} là ten xoá quán tính vi mô hạng hai đối xứng đặc trưng cho hình dạng của các hạt thành phần thứ α . Cùng với việc xác định \vec{U}^m , \vec{I}^m , \vec{v}^m ta có thể xem hỗn hợp như là một môi trường vi mô, trong đó điểm vật chất \vec{X}^m và véc tơ vị trí tương đối \vec{E}^m ở thời điểm ban đầu được xác định từ bài toán:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} \right|_{\vec{X}^m} &= \vec{U}^m, \quad \vec{x}(\vec{X}^m, 0) = \vec{X}^m, \\ \left. \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \right|_{\vec{X}^m, \vec{E}^m} &= \vec{\xi} \cdot \vec{v}^m, \quad \vec{\xi}(\vec{X}^m, \vec{E}^m, 0) = \vec{E}^m \end{aligned} \quad (1.7)$$

Rõ ràng bài toán trên xác định các tương quan (nói chung rất phức tạp) giữa \vec{X}^m , \vec{E}^m và các véc tơ \vec{X}_{α} , \vec{E}_{α} .

Như vậy đối với hỗn hợp ta cũng có thể xác định $\vec{\chi}^m$, $\vec{\kappa}^m$ một cách tương tự:

$$\vec{\kappa}^m = \left. \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial \vec{E}^m} \right|_{\vec{E}^m = 0}, \quad \vec{\chi}^m \cdot \vec{\kappa}^m = \vec{g}, \quad \vec{\kappa}^m \cdot \vec{\chi}^m = \vec{G} \quad (1.8)$$

Để ngắn gọn sau này ta không viết chỉ số m ở các đại lượng trung bình.

Việc tính tới các hiệu ứng do chuyển động tương đối của thành phần thứ α so với chuyển động trung bình của hỗn hợp, do hình dạng khác nhau và sự chênh lệch nhiệt độ của các thành phần làm mô hình khuếch tán trở nên rất phức tạp, để đơn giản ta giả định ảnh hưởng chuyển động tương đối được thể hiện qua dòng khuếch tán.

$$\vec{J}_{\alpha} = \rho_{\alpha} (\vec{u}_{\alpha} - \vec{u}), \quad \sum_{\alpha} \vec{J}_{\alpha} = 0 \quad (1.9)$$

bỏ qua ảnh hưởng của chuyển động vi mô thể hiện qua $\vec{v}_{\alpha} - \vec{v}$ và giả định rằng các chất có hình dạng giống nhau, có nhiệt độ như nhau tức là:

$$\begin{aligned} \vec{I}_1 = \vec{I}_2 = \dots = \vec{I}_n = \vec{I}; \quad T_1 = T_2 = \dots = T_n = T; \\ \vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_2 = \dots = \vec{\tau}_n = \vec{\tau} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Với các giả định đó hệ phương trình cân bằng và bảo toàn nhận được có dạng như trong [2] với $a_{\alpha} = c_{\alpha} = \rho_{\alpha}/\rho$

§2. BẤT ĐẲNG THỨC ENTROPI

Lưu ý đến giả định về sự tồn tại nhiệt độ vi mô đặc trưng bởi gradient nhiệt độ vi mô $\vec{\tau} = \tau_k e^k$ và giả định cân bằng nhiệt của môi trường vi mô ta có thể xét hàm năng lượng tự do ψ đối với hỗn hợp đồng thể rắn ở dạng:

$$\psi = \varepsilon - T\eta - \vec{\tau} \cdot \vec{\mathcal{H}} = \psi(T, \vec{\tau}, \bar{e}, \bar{\varepsilon}, \bar{\varphi}, C_{\sigma}) \quad (2.1)$$

trong đó $\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H}^k e_k$ là đại lượng đặc trưng nhiệt tương ứng với $\vec{\tau}$ và ta gọi là moment entropi, các đại lượng $e, \bar{\varepsilon}, \bar{\varphi}$ là các ten xơ biến dạng có các thành phần tương ứng $e_{k\rho}, \bar{\varepsilon}_{k\rho}, \varphi_{k\rho m}$ xác định qua các gradient biến dạng $X_{,k}^k, \chi_{,k}^k$ và các gradient dịch chuyển $w_{;k}^l, \Phi_k^l$ như sau:

$$\begin{aligned} 2e_{kl} &= g_{kl} - G_{KL} X_{,k}^K X_{,l}^L = w_{l;k} + w_{k;l} - w_{m;k} w_{;l}^m = 2e_{KL} X_{,k}^K X_{,l}^L \\ \bar{\varepsilon}_{kl} &= g_{kl} - G_{KL} X_{,k}^K \chi_{,l}^L = w_{l;k} \Phi_{1k} - w_{m;k} \Phi_1^m = \bar{\varepsilon}_{KL} X_{,k}^K \chi_{,l}^L \\ \varphi_{klm} &= G_{LM} \chi_{l;k}^L \chi_m^M = -\Phi_{lm;k} + \Phi_{l;k}^n \Phi_{mn} = \varphi_{KLM} X_{,k}^K \chi_{,l}^L \chi_m^M \end{aligned} \quad (2.2)$$

Cách chọn các độ đo biến dạng $\bar{e}, \bar{\varepsilon}, \bar{\varphi}$ làm biến số cấu trúc có khác với các tác giả của [5] việc chọn này thích hợp cho việc sử dụng các đạo hàm bất biến Oldroyd và cho ngay dạng hàm năng lượng tự do trong trường hợp cổ điển, nó cho phép ta xây dựng các phương trình cấu trúc đàn hồi tuyến tính tương tự như các phương trình đối với hỗn hợp lỏng vi mô tuyến tính:

Nếu giả định đạo hàm theo thời gian của hàm năng lượng tự do là một đại lượng bất biến thì ta sẽ có:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{d\varepsilon}{dt} - T \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{dT}{dt} - \vec{\tau} \cdot \frac{D_o \vec{\mathcal{H}}}{Dt} - \vec{\mathcal{H}} \cdot \frac{D_o \vec{\tau}}{Dt} = \\ &= \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \vec{\tau}} \cdot \frac{D_o \vec{\tau}}{Dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{e}} : \frac{D_o \bar{e}}{Dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\varepsilon}} : \frac{D_o \bar{\varepsilon}}{Dt} + \\ &\quad + \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\varphi}} : \frac{D_o \bar{\varphi}}{Dt} + \sum_{\sigma} \frac{\partial \psi}{\partial C_{\sigma}} \frac{dC_{\sigma}}{dt} \end{aligned} \quad (2.3)$$

trong đó các ten xơ đạo hàm bất biến Oldroyd $\frac{D_o}{Dt}(\dots)$ có các thành phần sau:

$$\begin{aligned} \frac{D_o \tau_k}{Dt} &= \frac{d\tau_k}{dt} + v_k^l \tau_l, \quad \frac{D_o \mathcal{H}^k}{Dt} = \frac{d\mathcal{H}^k}{dt} \mathcal{H}^l v_l^k \\ \frac{D_o e_{kl}}{Dt} &= \frac{de_{kl}}{dt} + u_{;k}^m e_{ml} + e_{km} u_{;l}^m = \frac{1}{2} (u_{l;k} + u_{kil}) \equiv d_{kl} \\ \frac{D_o \bar{\varepsilon}_{kl}}{Dt} &= \frac{d\bar{\varepsilon}_{kl}}{dt} + u_{;k}^m \bar{\varepsilon}_{ml} + \bar{\varepsilon}_{km} v_l^m = u_{l;k} + v_{lk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{D}_0 \varphi_{klm}}{\mathcal{D}t} &= \frac{d\varphi_{klm}}{dt} + u_{;k}^n \varphi_{nlm} + v_l^{\cdot n} \varphi_{knm} + v_l^{\cdot n} \varphi_{kln} = \\ & - G_{LM} \chi_n^L \chi_m^M v_l^{\cdot n}; k = b_{nm} v_l^{\cdot n}; k - v_{lm}; k \end{aligned} \quad (2.4)$$

với $b_{nm} = g_{mu} - G_{MN} \chi_m^M \chi_n^N$ cũng là một độ đo biến dạng và có thể biểu diễn qua các độ đo biến dạng đang xét.

Nhờ (2.3), (2.4) ta có thể viết phương trình bảo toàn năng lượng ở dạng:

$$\rho \left(T \frac{d\eta}{dt} + \vec{\tau} \cdot \frac{\vec{\mathcal{D}}_0 \vec{\mathcal{H}}}{\mathcal{D}t} \right) = \rho r + \sum_{\delta} \vec{w}_{\delta} \Lambda_{\delta} + \nabla \cdot \vec{q}^* + \quad (2.5)$$

$$\sum_{\sigma} \vec{F}_{\sigma} \cdot \vec{J}_{\sigma} + D_t^- : \nabla \vec{u} + (D_S^- - D_t^-) : \vec{v} + D\bar{\lambda} \cdot \nabla \vec{v} + \sum_{\sigma} \vec{R}_{\sigma} : \nabla \frac{\vec{J}_{\sigma}}{\rho_{\sigma}}$$

trong đó ta đặt: $\eta \equiv -\frac{\partial \psi}{\partial T}$; $\vec{\mathcal{H}} \equiv \frac{\partial \psi}{\partial \vec{\tau}}$; $\mu_{\sigma} \equiv \frac{\partial \psi}{\partial C_{\sigma}}$;

$$A_{\delta} \equiv \sum_{\sigma} v_{\sigma \delta} M_{\sigma} \left(\frac{1}{2} \frac{\vec{J}_{\sigma} \cdot \vec{J}_{\sigma}}{\rho_{\sigma}^2} - \frac{1}{2} \frac{\vec{J}_n \cdot \vec{J}_n}{\rho_n^2} - \mu_{\sigma} \right);$$

$$\vec{F}_{\sigma} \equiv \vec{f}_{\sigma} \vec{f}_n - \frac{\vec{Q}_{\sigma}}{\rho_{\sigma}} - \nabla \mu_{\sigma} + \frac{1}{\rho_n} \left(\frac{\mathcal{D} \vec{J}_n}{\mathcal{D}t} + \nabla \cdot \frac{\vec{J}_n \cdot \vec{J}_n}{\rho_n} \right);$$

$$\vec{q}^* \equiv \vec{q} + \sum_{\sigma} \vec{J}_{\sigma} \mu_{\sigma}; \quad \vec{t} = \vec{E} \vec{t} + D \vec{t}; \quad (2.6)$$

$$\vec{S} = \vec{E} \vec{S} + D \vec{S}; \quad \vec{\lambda} = \vec{E} \vec{\lambda} + D \vec{\lambda};$$

$$\vec{E} \vec{t} \equiv \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial e} + \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \right); \quad \vec{E} \vec{S} - \vec{E} \vec{t} \equiv \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} \right)^*;$$

$$\vec{E} \vec{\lambda} \equiv \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \cdot \vec{b}^* - \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right).$$

Các đại lượng Γ là mật độ nguồn nhiệt, \vec{q} - véc tơ dòng nhiệt, \vec{w}_{δ} vận tốc phản ứng hóa học thứ δ , \vec{t} là tenxơ ứng suất mặt, \vec{R}_{σ}^a là các tenxơ lực mặt phụ, \vec{S} - tenxơ ứng suất vì mô khối, $\vec{\lambda}$ là tenxơ momen ứng suất.

Dựa vào (1.3) và nguyên lý nhiệt động học thứ hai ta có thể giả định bất đẳng thức entropi tổng quát cho hỗn hợp đồng thể vi mô ở dạng sau:

$$\rho \Gamma = \rho \frac{d\eta}{dt} - \rho \frac{\Gamma}{T} - \nabla \cdot \frac{\vec{q}^*}{T} + \rho \frac{\vec{\mathcal{K}} \cdot \vec{\tau}}{T^2} + \nabla \cdot \frac{\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{\tau}}{T^2} \geq 0 \quad (2.7)$$

Đại lượng $\rho \Gamma$ thường được gọi là sản phẩm entropi, được giả định là không âm đối với mọi quá trình cơ nhiệt độc lập, véc tơ $\vec{\mathcal{K}}$ và tenxơ hạng hai $\vec{\mathcal{M}}$ ta gọi tương ứng là môment nguồn nhiệt và môment dòng nhiệt. Nhờ (2.5) ta tìm được sản phẩm entropi ở dạng:

$$\begin{aligned}
\rho\Gamma &= \frac{1}{T} \sum_{\sigma} \tilde{W}_{\sigma} A_{\sigma} + \vec{N} \frac{\vec{\tau}}{T^2} + q^* \cdot \frac{\nabla T}{T^2} + \vec{M} \cdot \nabla \frac{\vec{\tau}}{T^2} \\
&+ \frac{1}{T} \sum_{\sigma} \vec{F}_{\sigma} \cdot \vec{J}_{\sigma} + \frac{1}{T} D \bar{t} : \nabla \vec{u} + \frac{1}{T} (D \bar{S} - D \bar{t}) : \vec{v} \\
&+ D \bar{\lambda} : \nabla \bar{\lambda} + \frac{1}{T} \sum_{\sigma} - \bar{R}_{\sigma} : \nabla \frac{\vec{J}_{\sigma}}{\rho_{\sigma}}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Trong đó ta đặt:

$$\rho_T \frac{D \mathcal{H}}{Dt} = \rho \mathcal{H} - \vec{N} + \nabla \cdot \vec{M} \tag{2.9}$$

Phương trình (2.9) được dùng để xác định gradient nhiệt độ vi mô, nó có dạng tương tự như phương trình xác định moment entropi nhận được bằng cách lấy trung bình trong [5]. Các đại lượng $D \bar{t}$, $D \bar{S}$, $D \bar{\lambda}$ thường được gọi là phần hao tán của các tenxơ tương ứng.

§3. PHƯƠNG TRÌNH CẤU TRÚC TUYẾN TÍNH ĐẲNG HƯỚNG

Ta định nghĩa hỗn hợp đồng thể rắn là hỗn hợp đàn hồi - nhiệt vi mô nếu thỏa mãn các tương quan sau:

$$\bar{t} = E \bar{t}; \bar{S} = E \bar{S}; \bar{\lambda} = E \bar{\lambda} \tag{3.1}$$

Để đơn giản ta bỏ qua ảnh hưởng của các hiệu ứng đặc trưng bởi các đại lượng \bar{R}_{σ} , \vec{M} và chỉ xét lý thuyết tuyến tính của các hỗn hợp đồng thể đàn hồi - nhiệt vi mô đẳng hướng. Ta giả định $\theta = T - T^0$, $\vec{\tau}$, $\tilde{C}_{\sigma} = C_{\sigma} - C_{\sigma}^0$ và $\bar{\varepsilon}$; $\bar{\varepsilon}$; $\bar{\varphi}$ là các đại lượng có giá trị đủ nhỏ, trong đó T^0 , C_{σ}^0 là nhiệt độ và nồng độ ở trạng thái tự nhiên ban đầu. Sử dụng phép phân tích tenxơ thành tổng các tenxơ trục giao [2] và tính trực tiếp của chúng, khi đó ta có thể khai triển hàm năng lượng tự do ra chuỗi và chỉ xét tới số hạng nhỏ bậc hai sau:

$$\begin{aligned}
\rho\psi &= \rho^0\psi = \rho^0\psi^0 + A\theta - \frac{C_0}{2T^0} \theta^2 + \alpha_1\theta e_0 + \alpha_2\theta \varepsilon_0 - \frac{C_1}{2T^0} \vec{\tau} \cdot \vec{\tau} + \alpha_3 \vec{\tau} \varphi_{11} + \\
&+ \alpha_4 \vec{\tau} \cdot \vec{\varphi}_{12} + \alpha_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\varphi}_{13} + \frac{1}{2} \beta_1 \varepsilon_0^2 + \frac{1}{2} \beta_2 \bar{\varepsilon}_2 : \bar{\varepsilon}_2 + \beta_3 e_0 \varepsilon_0 + \beta_4 \varepsilon_2 : \varepsilon_2 + \frac{1}{2} \beta_5 \varepsilon_0^2 + \\
&+ \frac{1}{2} \beta_6 \bar{\varepsilon}_1 : \bar{\varepsilon}_1 + \frac{1}{2} \beta_7 \bar{\varepsilon}_2 : \bar{\varepsilon}_2 + \frac{1}{2} \beta_8 \varphi_0^2 + \frac{1}{2} \beta_9 \vec{\varphi}_{11} \cdot \vec{\varphi}_{11} + \beta_{10} \vec{\varphi}_{11} \cdot \vec{\varphi}_{12} + \\
&+ \beta_{11} \vec{\varphi}_{11} \cdot \vec{\varphi}_{13} + \frac{1}{2} \beta_{12} \vec{\varphi}_{12} \cdot \vec{\varphi}_{12} + \beta_{13} \vec{\varphi}_{12} \cdot \vec{\varphi}_{13} + \frac{1}{2} \beta_{14} \vec{\varphi}_{13} \cdot \vec{\varphi}_{13} + \frac{1}{2} \beta_{15} \bar{\varphi}_{21} \cdot \bar{\varphi}_{21} + \\
&+ \beta_{16} \bar{\varphi}_{21} : \bar{\varphi}_{22} + \frac{1}{2} \beta_{17} \bar{\varphi}_{22} : \bar{\varphi}_{22} + \frac{1}{2} \beta_{18} \bar{\varphi}_3 : \bar{\varphi}_3 + \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \sum_{\gamma} k_{\sigma\gamma}^1 \tilde{C}_{\sigma} \tilde{C}_{\gamma} + \\
&+ \sum_{\sigma} k_{\sigma}^2 e_0 \tilde{C}_{\sigma} + \sum_{\sigma} k_{\sigma}^3 \varepsilon_0 \tilde{C}_{\sigma} + \sum_{\sigma} k_{\sigma}^4 \theta \tilde{C}_{\sigma} \cdot \left(k_{\sigma\gamma}^1 = k_{\gamma\sigma}^1; \sigma, \gamma = 1, 2, \dots, n-1 \right)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Nhờ (3.1), (3.2) và phép phân tích ten xơ thành tổng các ten xơ trục giao trong trường hợp tuyến tính ta có các phương trình cấu trúc sau:

$$\rho^{\circ} \Pi = - \left(A - \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}} \theta + \alpha_1 \epsilon_0 + \alpha_2 \epsilon_0 + \sum_{\sigma} k_{\sigma}^1 \tilde{C}_{\sigma} \right);$$

$$\rho^{\circ} \mu_{\sigma} = \sum_{\gamma} k_{\sigma \gamma}^1 \tilde{C}_{\gamma} + k_{\sigma}^2 \epsilon_0 + k_{\sigma}^3 \epsilon_0 + k_{\sigma}^4 \theta;$$

$$\rho^{\circ} \vec{\mathcal{H}} = \frac{C_1}{T_0} \vec{\tau} - \alpha_3 \vec{\varphi}_{11} - \alpha_4 \vec{\varphi}_{12} - \alpha_5 \vec{\varphi}_{13}; \quad (3.3)$$

$$t_0 = \frac{1}{3} \left[(\alpha_1 + \alpha_2) \theta + (\beta_1 + \beta_3) \epsilon_0 + (\beta_3 + \beta_5) \epsilon_0 + \sum_{\sigma} k_{\sigma}^2 \tilde{C}_{\sigma} \right];$$

$$\vec{t}_1 = \frac{1}{2} \beta_6 \vec{\epsilon}_1; \quad \vec{t}_2 = (\beta_2 + \beta_4) \epsilon_2 + (\beta_4 + \beta_7) \vec{\epsilon};$$

$$S_0 - t_0 = \frac{1}{3} \left(\alpha_2 \theta + \beta_3 \epsilon_0 + \beta_5 \epsilon_0 + \sum_{\sigma} k_{\sigma}^3 \tilde{C}_{\sigma} \right);$$

$$\bar{S}_2 - \bar{t}_2 = \beta_4 \epsilon_2 + \beta_7 \vec{\epsilon};$$

$$\lambda_0 = -\frac{1}{6} \beta_8 \varphi_0; \quad \lambda_{11} = -\alpha_3 \vec{\tau} - \beta_9 \vec{\varphi}_{11} - \beta_{10} \vec{\varphi}_{12} - \beta_{11} \vec{\varphi}_{13};$$

$$\vec{\lambda}_{12} = -\frac{1}{3} \left(\alpha_4 \vec{\tau} + \beta_{10} \vec{\varphi}_{11} + \beta_{12} \vec{\varphi}_{12} + \beta_{13} \vec{\varphi}_{13} \right);$$

$$\vec{\lambda}_{13} = -\frac{3}{5} \left(\alpha_5 \vec{\tau} + \beta_{11} \vec{\varphi}_{11} + \beta_{13} \vec{\varphi}_{12} + \beta_{14} \vec{\varphi}_{13} \right);$$

$$\bar{\lambda}_{21} = -\frac{1}{2} \left(\beta_{15} \vec{\varphi}_{21} + \beta_{16} \vec{\varphi}_{22} \right);$$

$$\bar{\lambda}_{22} = -\frac{2}{3} \left(\beta_{16} \vec{\varphi}_{21} + \beta_{17} \vec{\varphi}_{22} \right); \quad \lambda_3 = -\beta_{18} \varphi_3$$

Đối với môi trường đẳng nhiệt ($\theta = 0, \vec{\tau} = 0$) điều kiện để cho năng lượng tự do không âm cho ta điều kiện không âm của các đại lượng sau (cho $\rho^{\circ} \psi^{\circ} = 0, \Lambda = 0$):

$$\begin{aligned} & \beta_1, \beta_2, \beta_5, \beta_6, \beta_7, \beta_8, \beta_9, \beta_{12}, \beta_{14}, \beta_{15}, \beta_{17}, \beta_{18}, \\ & k_{\sigma \sigma}, \beta_1 \beta_5 - (\beta_3)^2, \beta_2 \beta_7 - (\beta_4)^2, \beta_9 \beta_{12} - (\beta_{10})^2, \\ & \beta_9 \beta_{14} - (\beta_{11})^2, \beta_{12} \beta_{14} - (\beta_{13})^2, \beta_{15} \beta_{17} - (\beta_{16})^2, \\ & k_{\sigma \sigma}^1 k_{\gamma \gamma}^1 - (k_{\sigma \gamma}^1)^2, k_{\sigma \sigma}^1 \beta_1 - (k_{\sigma}^2)^2, k_{\sigma \sigma}^1 \beta_5 - (k_{\sigma}^3)^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sử dụng nguyên lý Curier và tương quan đối xứng Onsager ta có các phương trình cấu trúc tuyến tính cho các đại lượng hao tán sau:

$$\vec{W}_{\sigma} = \frac{1}{T} \sum_{\kappa} l_{\delta \kappa}^1 A_{\kappa}, \quad (3.5)$$

$$\vec{q}^* = l^2 \frac{\nabla T}{T^2} + l^3 \frac{\vec{\tau}}{T^2} + \frac{1}{T} \sum_{\sigma} l_{\sigma}^4 \vec{J}_{\sigma},$$

$$\vec{\mathcal{N}} = l^3 \frac{\nabla T}{T^2} + l^5 \frac{\vec{\tau}}{T^2} + \frac{1}{T} \sum_{\sigma} l_{\sigma}^6 \vec{J}_{\sigma}$$

$$\vec{F}_\sigma = -l_\sigma^4 \frac{\nabla T}{T^3} - l_\sigma^6 \frac{\vec{\tau}}{T^2} + \frac{1}{T} \sum_\gamma l_{\sigma\gamma}^7 \vec{J}_\gamma$$

$$(\delta, \alpha = 1, 2, \dots, r; \sigma, \gamma = 1, 2, \dots, n-1; l_{\delta\alpha}^1 = l_{\alpha\delta}^1, l_{\sigma\gamma}^7 = l_{\gamma\sigma}^7)$$

Để bất đẳng thức (2.8) thỏa mãn với mọi quá trình cơ nhiệt độ lập ta có các đại lượng sau không âm:

$$l_{\sigma\sigma}^1, l^2, l^5, l_{\sigma\sigma}^7, l_{\sigma\sigma}^1 l_{\gamma\gamma}^1 - (l_{\sigma\gamma}^1)^2, \\ l^2 l^5 - (l^3)^2, l_{\sigma\sigma}^7 l_{\gamma\gamma}^7 - (l_{\sigma\gamma}^7)^2 \quad (3.6)$$

Dễ dàng chỉ ra rằng từ mô hình đã xây dựng có thể xét các mô hình khuếch tán cổ điển [4, 5, 7]. Đặc biệt khi chỉ xét trường nhiệt bỏ qua ảnh hưởng của các biến dạng, sự khuếch tán và phản ứng hóa học thì từ (3.3)_{1,3} (3.5)_{1,2} và các phương trình (2.7) – (2.9) ta nhận được một hệ phương trình xác định T và $\vec{\tau}$, từ hệ này dễ dàng nhận được một phương trình hyperbolic xác định T . Như vậy trong trường hợp tổng quát mô hình đã xây dựng hoàn toàn có khả năng mô tả các hiệu ứng lan truyền sóng với vận tốc hữu hạn.

Địa chỉ
Đại học Tổng hợp

Nhận ngày 10/3/1981

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. TRƯƠNG MINH CHÁNH. Tạp chí Cơ học, 1 – 5, số 2, 1982.
2. NGUYỄN VĂN ĐIỆP, TRƯƠNG MINH CHÁNH. Tạp chí Cơ học, 38 – 48, số 3–4/1979.
3. WOZNAK CZ, Bull acad. Pol. Sci., Ser. sci. techn., 573 – 578, 14, 10, 1966.
4. NAERLOVIC – VELJKOVIC N., Plavsic M Bull. acad. Pol. sci., Ser. sci. techn. 22, 12, 1974.
5. PLAVSIC M., NAERLOVIC – VELJKOVIC N., Bull. acad. Pol. sci., Ser. sci. techn., 483 – 492, 23, 10, 1975.
6. TWISS R. J., ERINGEN. A.C.I. Int. J. Engng Sci., 1019 – 1044, 9, 1971.
7. ПОДСТРИГАЧ Я.С. ДАН, УССР 169-172, 2, 1961.
8. НГУЕН ВАН ДЬЕП. Некоторые вопросы теории взаимопроникающихся сред. Докторская диссертация, М., 1976.

SUMMARY

MICRO THERMO – ELASTIC HOMOGENEOUS MIXTURES

The present work is concerned with the construction of a linear theory of thermo-elasticity for micro – homogeneous solid mixtures. The constitutive equations of those solids are obtained and the thermodynamic restrictions are studied.