Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982 Số 3 (Trang 25—32)

# BÀI TOÁN GIẢM CHẤN TỐI ƯU CỦA HỆ BA KHỐI LƯỢNG CHỊU KÍCH ĐỘNG NGẪU NHIÊN

NGUYỄN THỊ TRUNG

BÀI toán giảm chấn chủ động của hệ ba khối lượng dưới tác dụng của lực kích động tiền định đã được Cô-na-nhen-cô V.O. khảo sát năm 1973 [1]. Trong đó, tiêu chuẩn tối ưu là cực tiểu năng lượng điều khiển được tạo ra để dập tắt dao động.

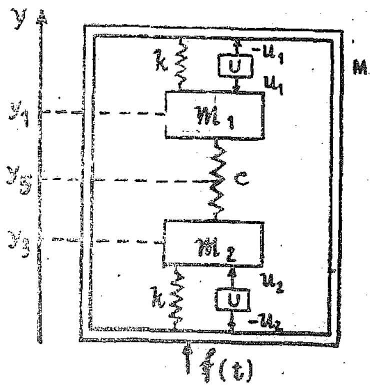
Trường hợp lực kích động là quá trình ngẫu nhiên chuẩn, bài báo này đã ứng dụng phương pháp của Zu-BôvV.I. [2] để chọn hàm điều khiển tối ưu. Phiếm hàm mục tiêu trong trường hợp này là xác suất để các thành phần của véc tơ tọa độ pha của hệ tại thời điểm cuối rơi vào miền hạn chế cho trước. Hàm điều khiển tối ưu được xác định sao cho xác suất nói trên là lớn nhất.

## §1- MỘT VÀI NHẬN XÉT VÀ TÍNH TOÁN CẦN THIẾT

Ta khảo sát hệ gồm ba khối lượng như sau : M—hộp đựng : $m_1$, $m_2$—là hai khối lượng khác gắn với nhau bằng các phần tử đàn hồi k (Hình 1) các phần tử đàn hồi k và c được giả thiết là có các đặc trưng tuyến tính. Khối lượng M không biến dạng và có thể dịch chuyển dọc theo trục y, không quay dưới tác dụng của ngoại lực f (t). Một phần nữa của hệ là bộ điều khiển U, tạo ra lực điều khiển u(t) do nguồn năng lượng bên ngoài và thỏa mãn điều kiện :

$$U = \{ u(t) = (u_1, u_2)^T ; \| u_j \| \leqslant L_j ; \ j = 1,2 \} \tag{1.1}$$

$L_j$ — hằng số tùy ý




*Hình 1*

Phương pháp giảm chấn xử dụng nguồn năng lượng bên ngoài như mô hình trên được gọi là phương pháp giảm chấn chủ động.

Kí hiệu $y_1$ và $y_3$ là độ dịch chuyển của các khối lượng $m_1$ và $m_2$, $y_5$ là độ dịch chuyển của M.

Phương trình chuyển động của hệ có dạng :

$$\begin{aligned} & m_1 \ddot{y}_1 + c\left[y_1 - y_3 - (y_1^o - y_3^o)\right] + k\left[(y_1 - y_1^o) - (y_5 - y_5^o)\right] = u_1(t) \\ & m_2 \ddot{y}_3 - C\left[y_1 - y_3 - (y_1^o - y_3^o)\right] + k\left[(y_3 - y_3^o) - (y_5 - y_5^o)\right] = u_2(t) \\ & M \ddot{y}_5 - k(y_1 - y_1^o) - k(y_3 - y_3^o) + 2k(y_5 - y_5^o) = f(t) - u_1(t) - u_2(t) \end{aligned} \tag{1.2}$$

$y_1^o, y_3^o, y_5^o$ là giá trị của $y_1$ $y_3$, $y_5$ tại thời điểm $t_o$

Thực hiện phép đổi biến :

$$x_1 = (y_1 - y_1^0) - (y_5 - y_5^0)$$
$$x_2 = y_1 - y_5 \qquad (1.3)$$
$$x_3 = (y_3 - y_3^0) - (y_5 - y_5^0)$$
$$x_4 = y_3 - y_5$$

Phương trình (1.2) có thể khảo sát dưới dạng sau :

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + W(t) \qquad (1.4)$$

trong đó

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in X$$

X là không gian pha

$$u = (u_1, u_2)^T \in U$$

U là lớp các điều khiển cho phép (1.1)

$$W(t) = \left(0, -\frac{1}{M} f(t), 0, -\frac{1}{M} f(t)\right) - \text{ngoại lực}$$

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & 0 \end{Vmatrix}; \qquad B = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} \end{Vmatrix}$$

$$a_{21} = -\left(\frac{c+k}{m_1} + \frac{k}{M}\right); \quad a_{23} = \frac{c}{m_1} - \frac{k}{M}$$

$$a_{41} = \frac{c}{m_2} - \frac{k}{M} \quad ; \quad a_{43} = -\left(\frac{c+k}{m_2} + \frac{k}{M}\right)$$

$$b_{21} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{M} \quad ; \quad b_{22} = b_{41} = \frac{1}{M} \; ; \quad b_{42} = \frac{1}{m_2} + \frac{1}{M}$$

Nghiệm của phương trình (1.4) tương ứng với điều khiển $u(t) \in U$ được ký hiệu qua $x(t, u)$. Theo công thức Côsi ta có :

$$x(t, u) = \int_{t_o}^{t} H[t-\tau]\, u(\tau)\, d\tau + \int_{t_o}^{t} F[t-\tau]\, W(\tau)\, d\tau \qquad (1.5)$$

trong đó $H[t-\tau]$ là ma trận chuyển tiếp và $F[t-\tau]$ — là ma trận cơ sở của hệ (1.4)
Từ (1.5) ta có thể viết các thành phần của véctơ nghiệm $x(t, u)$ dưới dạng sau :

$$X_s(t, u) = \int_{t_o}^{t} [h_{s1}(t-\tau)u_1(\tau) + h_{s2}(t-\tau)u_2(\tau)]\, d\tau - \frac{1}{M}\int_{t_o}^{t} [F_{s2}(t-\tau) + F_{s4}(t-\tau)]\, f(\tau) d\tau \qquad (1.6)$$

Trong đó $h_{sj}$ là các phần tử của ma trận H, $(j = \overline{1,2})$
và $F_{si}$ là các phần tử của ma trận F $(i = \overline{1,4})$

Lấy kì vọng 2 vế của (1.6), sau khi ký hiệu :

$$m^0_{x_s} = -\frac{1}{M}\int_{t_o}^{t} [F_{s2}(t-\tau) + F_{s4}(t-\tau)]\, m_f(\tau)\, d\tau \qquad (1.7)$$

ta có :

$$m_{x_s}(t, u) = m^0_{x_s} + \int_{t_o}^{t} [h_{s1}(t-\tau)u_1(\tau) + h_{s2}(t-\tau)u_2(\tau)]\, d\tau \qquad (1.8)$$

Phương sai của các đại lượng ngẫu nhiên $X_s(t, u)$ được xác định theo công thức:

$$\sigma^2_{x_s}(t) = \frac{1}{M^2}\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t}\left[F_{s2}(t-\tau_1)+F_{s4}(t-\tau_1)\right]\left[F_{s2}(t-\tau_2)+F_{s4}(t-\tau_2)\right]\left[K_{ff}(\tau_1,\tau_2)-m_f^2\right]d\tau_1 d\tau_2 \quad (1.9)$$

trong đó $m_f$ và $K_{ff}$ là kì vọng và hàm tương quan của ngoại lực $f(t)$.

Từ các biểu thức (1.8) và (1.9) ta rút ra nhận xét sau:

Phương sai của các đại lượng ngẫu nhiên $X_s(t, u)$ chỉ phụ thuộc vào kỳ vọng và hàm tương quan của ngoại lực $f(t)$. Trong khi đó kì vọng của $X_s(t, u)$ lại phụ thuộc vào hàm điều khiển $u(t)$. Ta sẽ sử dụng tính chất này của $m_{xs}(t, u)$ để giải quyết bài toán giảm chấn tối ưu.

## §2. BÀI TOÁN GIẢM CHẤN MỘT CHIỀU

**1. Đặt bài toán:** Với trị số $l_1$ cho trước, trong lớp các điều khiển cho phép $U$ hãy xác định hàm điều khiển $u^*(t)$ sao cho xác suất để $X_1(T, u)$ nằm trong khoảng $[-l_1, l_1]$ là lớn nhất.

Theo giả thiết, ngoại lực $f(t)$ là quá trình ngẫu nhiên chuẩn nên véc tơ nghiệm $X(T, u)$ có phân bố chuẩn và do đó các thành phần của nó cũng có phân bố chuẩn.

Kí hiệu $J_1(u)$ là xác suất để $X_1(T, u)$ nằm trong khoảng $[-l_1, L_1]$:

$$J_1(u) = P\{|X_1(T, u)| \leqslant l_1\}$$

Phiếm hàm $J_1(u)$ có dạng như sau:

$$J_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{x1}}\int_{-l_1}^{l_1}\exp\left\{-\frac{[\tau_1 - m_{x1}(T, u)]^2}{2\sigma^2_{x1}}\right\}d\tau_1 \quad (2.1)$$

Ta sẽ xác định hàm $u^*(t) \in U$ thỏa mãn điều kiện:

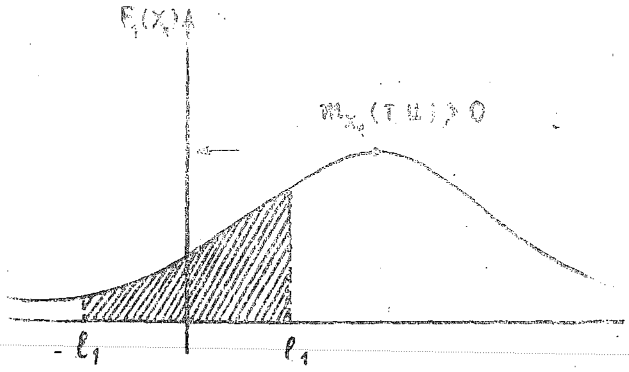
$$J_1(u^*) = \max_{u \in U} J_1(u)$$

T — hằng số cho trước

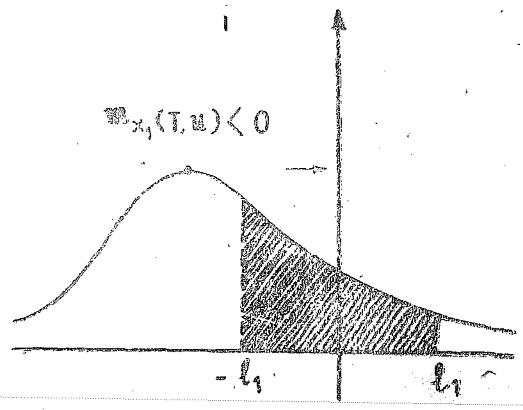
2. Nhận xét:

a) Nếu $m_{x1}(T, u) > 0$ hàm $J_1(u)$ tăng khi $m_{x1}(T, u)$ giảm (xem hình 2).

b) Nếu $m_{x1}(T, u) < 0$ hàm $J_1(u)$ tăng khi $m_{x1}(T, u)$ tăng (xem hình 3).




*Hình 2*




*Hình 3*

Do đó tùy theo dấu của kì vọng $m_{x1}(t, u)$ có thể chọn hàm điều khiển $u(t)$ sao cho phiếm hàm $J_1(u)$ nhận giá trị lớn nhất. Ta phân biệt hai trường hợp sau:

3. Trường hợp 1: kì vọng $m_{x1}(t, u)$ không đổi dấu trong quá trình điều khiển:

1a) Kì vọng $m_{x1}(t, u)$ luôn luôn dương: $m_{x1}(T, u) > 0$, $m^{o}_{x1} > 0$

Theo nhận xét a) ta chọn $u(t)$ sao cho $m_{x1}(T, u)$ giảm xuống càng gần điểm 0 càng tốt. Từ (1. 8) với $S = 1$ ta thấy giá trị dương nhỏ nhất mà $m_{x1}(T, u)$ có thể nhận là:

$$m^{o}_{x1} - \int_{t_o}^{T} \{ |h_{11}(T-\tau)| L_1 + |h_{12}(T-\tau)| L_2 \} d\tau > 0$$

Muốn vậy, hàm điều khiển $u(t)$ phải được chọn theo quy luật sau:

$$u^{*}_{j}(\tau) = - L_j \operatorname{sign} h_{1j}(T-\tau) \qquad \tau \in [t_o, T] \tag{2. 2}$$

1b) Kì vọng $m_{x1}(t, u)$ luôn luôn âm: $m_{x1}(T, u) < 0$, $m^{o}_{x1} < 0$.

Theo nhận xét b) hàm điều khiển $u(t)$ cần được chọn sao cho $m_{x1}(T, u)$ càng lớn càng tốt. Từ (1. 9) ta thấy, giá trị lớn nhất mà $m_{x1}(T, u)$ có thể nhận được là:

$$m^{o}_{x1} + \int_{t_o}^{T} \{ |h_{11}(T-\tau)| L_1 + h_{12}(T-\tau)| L_2 \} d\tau < 0$$

Muốn vậy, hàm điều khiển $u(t)$ phải được chọn theo quy luật sau:

$$u^{*}_{j}(\tau) = L_j \operatorname{sign} h_{1j}(T-\tau) \qquad \tau \in [t_o, T] \tag{2. 3}$$

4. Trường hợp 2: Kì vọng $m_{x1}(t, u)$ đổi dấu trong quá trình điều khiển.

2a) Hàm $m_{x1}(t, u)$ đổi dấu từ âm qua dương: $m_{x1}(T, u) > 0$, $m^{o}_{x1} < 0$ gọi $t^{*}$ — là thời điểm mà tại đó:

$$m^{o}_{x1} + \int_{t_o}^{t^{*}} \{ |h_{11}(t^{*}-\tau)| L_1 + |h_{12}(t^{*}-\tau)| L_2 \} d\tau \equiv 0$$

— Vậy với $\tau \in [0, t^{*}]$ hàm $m_{x1}(t, u) < 0$ ta chọn hàm điều khiển theo quy luật (2.3)

— Với $\tau \in [t^{*}, T]$ cho $u_j(\tau) \equiv 0$. Điều đó có nghĩa: ta chỉ thực hiện điều khiển cho tới lúc đạt được kỳ vọng $m_{x1}(t^{*}, u) \equiv 0$.

2b) Hàm $m_{x1}(t, u)$ đổi dấu từ dương qua âm: $m_{x1}(T, u) < 0$, $m^{o}_{x1} > 0$ tương tự như trên ta có:

— với $\tau \in [t_o, t^{*}]$

$$u^{*}_{j}(\tau) = - L_j \operatorname{Sign} [h_{1j}(t^{*} - \tau)] \tag{2.4}$$

— với $\tau \in [t^{*}, T]$

$$u^{*}_{j}(\tau) \equiv 0$$

$t^{*}$ là thời điểm mà tại đó:

$$m^{o}_{x1} - \int_{t_o}^{t^{*}} \{ |h_{11}(t^{*}-\tau)| L_1 + |h_{12}(t^{*}-\tau)| L_2 \} d\tau \equiv 0$$

Như vậy, trong mọi trường hợp đều có thể chọn hàm điều khiển tối ưu $u^{*}(t)$ thỏa mãn điều kiện làm cho xác suất để $x_1(T, u)$ nằm trong khoảng $[-l_1, l_1]$ cho trước là lớn nhất.

## § 3. BÀI TOÁN GIẢM CHẤN HAI CHIỀU

1. Đặt bài toán:

Xác định hàm điều khiển u(t) với mục đích khống chế độ dịch chuyển tương đối của các khối lượng $m_1$, $m_2$ đối với hộp đựng M, được đặc trưng bởi các đại lượng ngẫu nhiên $X_1(T, u)$ và $X_3(T, u)$. Vì $X(T,u)$ là véc tơ ngẫu nhiên chuẩn nên hàm phân bố đồng thời của $X_1(T, u)$ và $X_3(T, u)$ có dạng:

$$F(X_1, X_3) =$$

$$= \frac{1}{2\pi \sigma_{x1} \sigma_{x3} \sqrt{1-\rho^2_{x1x3}}} \exp\left\{ - \frac{\sigma^2_{x1}(x_1 - m_{x1})^2 + 2\sigma_{x1}\sigma_{x3}(x_1 - m_{x1})(x_3 - m_{x3}) + \sigma^2_{x3}(x_3 - m_{x3})^2}{2\sigma^2_{x1}\sigma^2_{x3}(1-\rho^2_{x1x3})} \right\}$$

Trong đó $m_{x1}$, $m_{x3}$, $\sigma^2_{x1}$, $\sigma^2_{x3}$ được xác định từ (1.8) và (1.9)

Kí hiệu:

$$J(u) = P\{ |X_1(T_1 u)| \leqslant l_1 \text{ và } |X_3(T_1 u)| \leqslant l_3 \}$$

$l_1$, $l_3$ là các trị số cho trước. Ta có:

$$J(u) = \int_{-l_1}^{l_1} \int_{-l_3}^{l_3} F(x_1, x_3)\, dx_1\, dx_3 \tag{3.1}$$

Bài toán giảm chấn tối ưu đặt ra như sau:

Trong lớp các điều khiển cho phép U, hãy xác định hàm điều khiển tối ưu $u^*(t)$ thỏa mãn điều kiện:

$$J(u^*) = \max_{u \in U} J(u) \tag{3.2}$$

2. Nhận xét: Từ (3.1) có thể chỉ ra rằng $J(u)$ sẽ tăng nếu hàm điều khiển $u(t)$ được chọn sao cho $|m_1|$ và $|m_3|$ giảm. Thực vậy, trường hợp $m_1 \geqslant 0$ và $m_3 \geqslant 0$ nhận xét trên là hiển nhiên vì dễ dàng chứng minh được: $\frac{\partial J}{\partial m_1} < 0$; $\frac{\partial J}{\partial m_3} < 0$. Các trường hợp khác chứng minh tương tự

3. Trường hợp 1: Các hàm $m_{x1}(t, u)$ và $m_{x3}(t, u)$ không đổi dấu trong quá trình điều khiển.

1a) Kì vọng $m_{x1}(t, u)$, $m_{x3}(t, u)$ luôn luôn dương:

$$m_{x1}(T, u) > 0,\ m^o_{x1} > 0;\ m_{x3}(T, u) > 0,\ m^o_{x3} > 0$$

Các hàm $m_{x1}(T, u)$ và $m_{x3}(T, u)$ sẽ xích lại gần điểm 0 nếu tổng của chúng xích lại gần 0.
kí hiệu

$$M^+_{13}(T, u) = m_{x1}(T, u) + m_{x3}(T, u)$$

$$M^{+o}_{13} = m^o_{x1} + m^o_{x3} \tag{3.3}$$

$$h^+_1(T - \tau) = h_{11}(T - \tau) + h_{31}(T - \tau)$$

$$h^+_2(T - \tau) = h_{12}(T - \tau) + h_{32}(T - \tau)$$

Ta có :

$$M_{13}^{+}(T, u) = M_{13}^{+o} + \int_{t_o}^{T} [h_1^{+}(T-\tau)u_1(\tau) + h_2^{+}(T-\tau)u_2(\tau)]\, d\tau > 0 \qquad (3.4)$$

Vì $M_{13}^{+o} > 0$ nên biểu thức (3.4) chỉ có thể nhận giá trị nhỏ nhất khi :

$$u_j^{*}(\tau) = -L_j \operatorname{Sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)] \qquad (3.5)$$

$$\tau \in [t_o, T]$$

và giá trị đó là :

$$M_{13}^{+}(T, u^{*}) = M_{13}^{+o} - \int_{t_o}^{T} [|h_1^{+}(T-\tau)| L_1 + |h_2^{+}(T-\tau)| L_2]\, d\tau > 0$$

1b) — Kì vọng $m_{x1}(t, u)$, $m_{x3}(t, u)$ luôn luôn âm

$$m_{x1}(T, u) < 0,\ m_{x1}^{o} < 0;\ m_{x3}(T, u) < 0,\ m_{x3}^{o} < 0$$

$$M_{13}^{+}(T, u) = M_{13}^{+o} + \int_{t_o}^{T} [h_1^{+}(T-\tau)u_1(\tau) + h_2^{+}(T-\tau)u_2(\tau)]\, d\tau < 0 \qquad (3.6)$$

Vì $M_{13}^{+0} < 0$ nên để cho $M_{13}^{+}(T, u)$ gần với điểm 0 nhất ta phải chọn $u^{*}(t)$ theo quy luật sau :

$$u_j^{*}(\tau) = L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)] \qquad (3.7)$$

$$\tau \in [t^{o}, T]$$

Giá trị lớn nhất của $M_{13}^{+}(t, u)$ lúc đó sẽ là :

$$M_{13}^{+}(t, u^{*}) = M_{13}^{+0} + \int_{t_o}^{T} [|h_1^{+}(T-\tau)| L_1 + |h_2^{+}(T-\tau)| L_2]\, d\tau < 0$$

1c) Kì vọng $m_{x1}(t, u)$ luôn luôn dương và $m_{x3}(t, u)$ luôn luôn âm $m_{x1}(t, u) > 0$, $m_{x1}^{o} > 0$; $m_{x3}(t, u) < 0$, $m_{x3}^{o} < 0$

kí hiệu :

$$M_{13}^{-}(T, u) = m_{x1}(T, u) - m_{x3}(T, u)$$

$$M_{13}^{-o} = m_{x1}^{o} - m_{x3}^{o} \qquad (3.8)$$

$$h_1^{-}(T-\tau) = h_{11}(T-\tau) - h_{31}(T-\tau)$$

$$h_2^{-}(T-\tau) = h_{12}(T-\tau) - h_{32}(T-\tau)$$

Ta có :

$$M_{13}^{-}(t, u) = M_{13}^{-o} + \int_{t_o}^{T} [h_1^{-}(T-\tau)u_1(\tau) + h_2^{-}(T-\tau)u_2(\tau)]\, d\tau > 0 \qquad (3.9)$$

vì $M_{13}^{-o} > 0$ nên $M_{13}^{-}(T, u)$ sẽ nhận giá trị nhỏ nhất khi:

$$u_j^*(\tau) = -L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)] \qquad (3.10)$$

1d) Kì vọng $m_{x1}(t, u)$ luôn luôn âm, $m_{x3}(t, u)$ luôn luôn dương

$$m_{x1}(t, u) < 0,\ m_{x1}^{o} < 0;\ m_{x3}(T, u) > 0,\ m_{x3}^{o} > 0$$

Ta có:

$$M_{13}^{-}(T, u) = M_{13}^{-o} + \int_{t_o}^{T} [h_1^{-}(T-\tau)\, u_1(\tau) + h_2^{-}(T-\tau)\, u_2(\tau)]\, d\tau < 0 \qquad (3.11)$$

vì $M_{13}^{-o} < 0$ nên $M_{13}^{-}(T, u)$ chỉ có thể nhận giá trị lớn nhất khi:

$$u_j^*(\tau) = L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)] \qquad (3.12)$$

4. Trường hợp 2: hàm $m_{x1}(t, u)$ và $m_{x3}(t, u)$ cùng dấu và một trong hai hàm đổi dấu.

2a) Hàm $m_{x1}(t, u)$ đổi dấu:

$$m_{x1}(T, u) \lesseqgtr 0,\ m_{x1}^{o} \gtreqless 0$$

$$m_{x3}(T, u) \lesseqgtr 0,\ m_{x3}^{o} \lesseqgtr 0$$

Gọi $t_1$ là thời điểm mà tại đó $m_{x1}(t_1, u) \equiv 0$, làm tương tự như đối với trường hợp 1 ta có:
– Với $\tau \in [t_0, t_1]$

$$u_j^*(\tau) = \mp L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)]$$

– Với $\tau \in [t_1, T]$

$$u_j^*(\tau) = \pm L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)]$$

2b) Hàm $m_{x3}(t, u)$ đổi dấu

$$m_{x1}(T, u) \lesseqgtr 0, \qquad m_{x1}^{o} \lesseqgtr 0$$
$$m_{x3}(T, u) \lesseqgtr 0, \qquad m_{x3}^{o} \gtreqless 0$$

gọi $t_3$ là thời điểm mà tại đó $m_{x3}(t_3, u) = 0$, ta có:

– Với $\tau \in [t_0, t_3]$

$$u_j^*(\tau) = \pm L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)]$$

– Với $\tau \in [t_3, T]$

$$u_j^*(\tau) = \pm L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)]$$

Hoàn toàn tương tự ta có thể đưa ra công thức xác định hàm $u(t)$ cho trường hợp $m_{x1}(T, u)$ và $m_{x3}(T, u)$ khác dấu.

5. Trường hợp 3: $m_{x1}(t, u)$ và $m_{x3}(t, u)$ cùng đổi dấu trong quá trình điều khiển.

3a) $m_{x1}(t, u)$ và $m_{x3}(t, u)$ cùng dấu:

$$m_{x1}(T, u) \gtreqless 0, \quad m_{x1}^{o} \lesseqgtr 0; \quad m_{x3}(T, u) \gtreqless 0; \quad m_{x3}^{o} \lesseqgtr 0$$

Gọi $t_1$ và $t_3$ là hai thời điểm mà tại đó:

$$m_{x1}(t_1, u) = m_{x3}(t_3, u) = 0$$

giả thiết $t_1 < t_3$ ta có:

– Với $\tau \in [t_o, t_1]$

$$u_j^*(\tau) = \pm L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)]$$

– Với $\tau \in [t_1, t_3]$

$$u_j^*(\tau) = \mp L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)]$$

– Với $\tau \in [t_3, T]$

$$u_j^*(\tau) = \mp L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau)]$$

3b) $m_{x1}(t, u)$ và $m_{x3}(t, u)$ khác dấu:

$$m_{x1}(T, u) \gtrless 0, \quad m_{x1}^{o} \lessgtr 0$$

$$m_{x3}(T, u) \lessgtr 0; \quad m_{x3}^{o} \gtrless 0$$

Tương tự như đối với trường hợp 2a) ta có:

– Với $\tau \in [t_o, t_1]$:

$$u_j^*(\tau) = \pm L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) - h_{3j}(T-\tau)]$$

– Với $\tau \in [t_1, t_3]$

$$u_j^*(\tau) = \mp L_j \operatorname{sign}[h_{1j}(T-\tau) + h_{3j}(T-\tau]$$

– Với $\tau \in [t_3, T]$

$$u_j^*(\tau) = \mp L_j \operatorname{sign} h_{1j}(T-\tau) - [h_{3j}(T-\tau)]$$

Bằng cách trên, trong mọi trường hợp ta luôn luôn có thể xác định hàm điều khiển u(t) thỏa mãn điều kiện (3.2).

*Địa chỉ*
Viện Cơ học Viện KHVN

*Nhận ngày 17/3/1982*

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. КОНОНЕНКО В.О. и ПОДЧАСОВ Н.П. – Об оптимальном активном гашении колебаний. МТТ N° 3, 1973
2. ЗУБОВ В. И. – Лекции по теории управления «Наука», Москва, 1975.

## РЕЗЮМЕ

Оптимальное гашение колебаний трёхмассовой системы под случайным воздействием

В данной работе рассматривается активное гашение колебаний трёхмассовой системы под действием нормального случайного процесса, даётся метод определения оптимального управления с целью максимизировать вероятность попадания в заданную область фазовых векторных компонент в конечном состоянии.