

## TÍNH SỰ XÂM NHẬP MẶN TRONG SÔNG ĐƠN BẰNG MÔ HÌNH MỘT CHIỀU

NGUYỄN VĂN ĐIỆP - NGUYỄN TẮT ĐẮC - TRẦN NGỌC DUYỆT

### § 1 MỞ ĐẦU

Ở nước ta có rất nhiều con sông chịu ảnh hưởng của thủy triều. Do tương tác giữa lượng nước ngọt chảy từ sông ra biển và nước biển, tùy phụ thuộc vào điều kiện địa hình và chế độ thủy triều, sẽ có một phần sông bị nước mặn xâm nhập. Biết được chiều dài xâm nhập mặn trên mỗi con sông là một yêu cầu rất cấp thiết đối với nông nghiệp và việc quản lý tài nguyên nước. Có nhiều mô hình thủy lực số được đưa ra để tính toán sự xâm nhập mặn [1,5] nhưng phần lớn đều dùng ở mức độ mô tả. Một vài mô hình đưa ra nhằm mục đích dự báo [1,5] song lại gặp những hạn chế về sử lý điều kiện biên và tổ chức chương trình cho máy tính. Trong bài này các tác giả đưa ra một mô hình nhằm dự báo độ dài xâm nhập mặn trên sông đơn. Trong mô hình dùng sơ đồ sai phân ẩn có trọng số của các hệ thức trên các đặc trưng kết hợp với các phương pháp phân rã (cả vật lý và toán học). Điều kiện biên ở biển khi triều ra được sử lý linh hoạt, dễ dàng cho việc tổ chức chương trình và tăng tính dự báo của phương pháp.

### § 2 CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

Mô hình một chiều cho quá trình xâm nhập mặn trong sông được mô tả bởi hệ phương trình [2]:

- Hệ phương trình Saint-Venant có tính ảnh hưởng của độ mặn:

$$B \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{gAh}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{gn^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} = 0 \quad (2.1)$$

- Phương trình cân bằng muối:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( EA \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (2.2)$$

- Phương trình trạng thái

$$\rho = 0,75S + 1000 \quad (2.3)$$

trong đó  $B(x, t)$  là chiều rộng mặt cắt ngang;  $A(x, t)$  là diện tích mặt cắt ngang;  $Q(x, t)$  là lưu lượng,  $H(x, t)$  là mực nước so với một cao độ chuẩn;  $R(x, t)$  là bán kính thủy lực,  $n$  là hệ số Manning;  $\rho$  là mật độ nước mặn;  $S$  là nồng độ muối (thường được tính bằng đơn

$\%_0$ : tức là số gam muối trong một lít nước mặn);  $g$  là gia tốc trọng trường,  $h$  là khoảng cách từ mặt nước tới tâm thiết diện ngang;  $q$  là lưu lượng biến (trong tính toán sau lấy xem  $q = 0$ );  $E$  là hệ số phân tán, tính theo [1]:

$$E = K_1 \left| \frac{\partial S}{\partial x} \right| + K_2 n h^{5/3} \frac{|Q|}{A} \quad (2.4)$$

trong đó  $K_1, K_2$  là các hệ số tính toán.

### § 3. PHƯƠNG PHÁP SỐ

Hệ phương trình (2.1) ÷ (2.3) mô tả hiện tượng trong quá trình tương tác lẫn nhau, giữa là độ mặn có ảnh hưởng tới chế độ  $H, Q$  và ngược lại  $H, Q$  làm thay đổi chế độ mặn. Tuy nhiên trong thực tế  $S$  thay đổi chậm và không ảnh hưởng tác khác tới sự thay đổi của  $H$  và  $Q$ , vì vậy trong tính toán ta xem rằng sự ảnh hưởng của  $S$  ở bước thời gian  $t + \Delta t$  đến sự thay đổi của  $H, Q$  cũng giống như sự ảnh hưởng của  $S$  ở bước thời gian  $t$ . Với giả thiết này ta có thể phân tích toán làm hai quá trình: quá trình tính  $H, Q$  với  $S$  xem như đã biết ở lớp thời gian trước, sau đó là quá trình tính  $S$  khi đã có  $H, Q$ . Tính như vậy, về vật lý, ta xem sự xâm nhập mặn là một quá trình thụ động.

3.1. **Giải hệ (2.1)**: Nếu xem  $S$  như đại lượng đã biết ở lớp trước, (2.1) là hệ phương trình hyperbol á tuyến tính có hai đặc trưng ( $\varepsilon = \pm 1$ )

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q}{A} + \varepsilon \sqrt{\frac{gA}{B}}$$

và có hệ thức đặc trưng tương ứng:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left( \frac{Q}{A} + \varepsilon v \right) \frac{\partial Q}{\partial x} + B \left( \varepsilon v - \frac{Q}{A} \right) \frac{\partial H}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} - \left( \frac{Q}{A} \right)^2 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{gAh}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{gn^2 Q |Q|}{AR^{1/3}} = 0 \quad (3.1)$$

Trong đó  $v = \sqrt{\frac{gA}{B}}$

Ta dùng lược đồ sai phân sau đây cho hệ (3.1)

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2} \left\{ \theta (\Delta f_i + \Delta f_{i-\varepsilon}) + f_i^n + f_{i-\varepsilon}^n \right\} \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= \frac{1}{\delta} \left\{ \theta (\Delta f_i - \Delta f_{i-\varepsilon}) + f_i^n - f_{i-\varepsilon}^n \right\} \\ \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{1}{2\Delta t} (\Delta f_i + \Delta f_{i-\varepsilon}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Trong đó

$$f_i^n = f(n\Delta t, i\Delta x); \Delta f_i = f_i^{n+1} - f_i^n; \delta = x_i - x_{i-\varepsilon}$$

Thay (3.2) vào (3.1) và sau khi tuyến tính hóa ta sẽ được một hệ phương trình với các ẩn số là  $\Delta H, \Delta Q$  như sau:

$$L(i, \varepsilon) \Delta H_i + D(i, \varepsilon) \Delta Q_i + E(i, \varepsilon) \Delta H_{i-\varepsilon} + F(i, \varepsilon) \Delta Q_{i-\varepsilon} = K(i, \varepsilon) \quad (3.3)$$

nếu bổ xung cho (3.3) các điều kiện biên ở hai đầu dưới dạng:

$$a\Delta H + b\Delta Q = c$$

ta sẽ được một hệ phương trình ba đường chéo khối có thể giải bằng khử dưới khối. Gần đây nhiều tác giả đã dùng sơ đồ 4 điểm cho phương trình Saint-Venant [3, 4, 5], hệ cuối cùng có dạng:

$$A_i H_i + B_i Q_i + C_i H_{i+1} + D_i Q_{i+1} = E_i \quad (3.5)$$

$$A'_i H_i + B'_i Q_i + C'_i H_{i+1} + D'_i Q_{i+1} = E'_i$$

Hệ (3.5) có thể giải dễ dàng bằng phương pháp khử đuôi hoặc biểu diễn qua giá trị tại một đầu. Bằng thủ thuật đổi chỉ số ta cũng có thể đưa (3.3) về dạng (3.5).

Với giả thiết đã nêu trên và với chế độ chảy êm, hệ (2.1) có một đặc trưng âm và một đặc trưng dương vì vậy ta cần có một điều kiện biên ở mỗi đầu. Điều kiện này có thể cho ở dạng (3.4) hoặc cho riêng rẽ Q hoặc H.

3.2. Giải (2.2): Trước khi đưa ra thuật toán ta xét điều kiện biên. (2.2) là phương trình khuếch tán, nó đòi hỏi mỗi đầu biên phải có một điều kiện. Đối với một con sông ta có thể chọn độ dài tính toán đủ xa về phía thượng lưu để nước mặn không có thể đạt tới đó và tại đó ta luôn có  $S = 0$ ; nhưng ở hạ lưu việc xử lý điều kiện biên gặp một số khó khăn, và nếu xử lý tốt điều kiện này sẽ làm tăng tính dự báo các mô hình. Một số tác giả xem biên hạ lưu tiếp giáp biển, độ mặn tại biên này bằng một giá trị  $S_0$  không đổi nào đó (là độ mặn của biển). Trên thực tế ở các vùng cửa sông độ mặn cũng thay đổi tùy thuộc vào triều vào hay triều ra, chỉ có đủ xa ngoài khơi mới có thể có  $S_0 = \text{const}$ , mà trong vùng này mô hình một chiều sẽ không thích hợp. Để tính những con sông có biên hạ lưu nằm sâu trong đất liền, một số tác giả chia làm hai quá trình: Khi triều vào độ mặn tại biên hạ lưu phải cho trước, khi triều ra xem độ mặn tại đó là tuyến tính [1, 5], việc phân làm hai quá trình là hợp lý, bởi vì khi triều vào toàn bộ nhánh sông sẽ chịu ảnh hưởng của độ mặn phía dưới hạ lưu (về phía biển), nhưng khi triều ra quá trình lại ngược lại. Tuy nhiên việc cho phân bố độ mặn khi triều ra là tuyến tính sẽ dẫn đến những khó khăn khi tổ chức chương trình; hơn nữa một số tác giả [1, 5] viết phương trình liên tục cho đoạn cuối sau đó mới dùng giả thiết tuyến tính sẽ làm tăng độ phức tạp của quá trình tính toán. Trong bài này các tác giả xem rằng khi triều ra chỉ có quá trình tải (transport hay convection) ở biên hạ lưu, quá trình phân tán (dispersion) không có hoặc ảnh hưởng không đáng kể. Giả thiết này đưa đến dễ dàng trong việc tổ chức tính toán.

Theo [6], việc giải (2.2) trong khoảng từ  $t$  đến  $t + \Delta t$  có thể tách làm hai quá trình:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial S}{\partial X} = 0 \quad (3.6)$$

và 
$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial X} \left( EA \frac{\partial S}{\partial X} \right) \quad (3.7)$$

Nghiệm của bài toán (3.6) sẽ dùng làm điều kiện đầu để giải (3.7) (xem chi tiết phương pháp trong [6]).

Để giải (3.7) với bước không gian không đều cho một hàm  $f$  bất kỳ các tác giả đã dùng lược đồ sau đây:

$$f = \frac{X_{i+1} - X_i}{3(X_{i+1} - X_{i-1})} f_{i-1}^n + \frac{2}{3} f_i^n + \frac{X_i - X_{i-1}}{3(X_{i+1} - X_{i-1})} f_{i+1}^n$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{i+1/2} = \frac{1}{X_{i+1} - X_i} \left\{ \theta(\Delta f_{i+1} - \Delta f_i) + f_{i+1}^n - f_i^n \right\} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left\{ \frac{X_{i+1} - X_i}{3(X_{i+1} - X_{i-1})} \left( f_{i-1}^{n+1} - f_{i-1}^n \right) + \frac{2}{3} \left( f_i^{n+1} - f_i^n \right) + \frac{X_i - X_{i-1}}{3(X_{i+1} - X_{i-1})} \left( f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n \right) \right\}$$

Thay (3.8) vào (3.7) và sau khi thực hiện một số tính toán ta thu được hệ phương trình dạng 3 đường chéo:

$$A_i S_{i-1}^{n+1} + B_i S_i^{n+1} + C_i S_{i+1}^{n+1} = D_i^n \quad (3.9)$$

ng đó các hệ số  $A_i, B_i, C_i, D_i$  được tính ở bước trước. Hệ (3. 9) được giải bằng phương pháp khử Gauss và đã được khảo sát kỹ càng trong nhiều tài liệu.

Phương trình (3. 6) cũng được nhiều tác giả quan tâm và đã được nghiên cứu kỹ. Các tác giả đã sử dụng bộ chương trình HYP1 [8] trong đó sử dụng phương pháp đặc trưng để giải (3. 6). Bộ chương trình này đã xử lý tốt dấu của  $Q$  trong quá trình tính toán.

Với việc phân làm 2 quá trình (3. 6) và (3. 7) việc sử dụng điều kiện biên hoàn toàn đáng:

- Khi triều vào ( $Q \geq 0$ ): Dùng điều kiện biên  $S$  ở hạ lưu để giải (3. 6) ta được các giá trị  $S_1$  nào đó; Dùng các giá trị này làm điều kiện đầu để giải (3. 7). Điều kiện biên cho (3. 7) lúc này sẽ là: ở hạ lưu dùng  $S_1$  vừa tính được ( $S_1$  lúc này cũng chính là  $S$  ở hạ lưu); hướng lưu  $S = 0$ ;

- Khi triều ra ( $Q < 0$ ): Dùng điều kiện  $S=0$  ở thượng lưu để giải (3. 6), ta sẽ được kết quả  $S_1$  nào đó; Dùng các giá trị này làm điều kiện đầu cho (3. 7); còn điều kiện biên cho (3. 7) sẽ là: Dùng  $S_1$  vừa tính được ở hạ lưu làm điều kiện ở hạ lưu còn thượng lưu vẫn là  $S = 0$ .

Như vậy chỉ cần cho  $S$  ở hạ lưu khi triều vào, khi triều ra hoàn toàn tính được. Trong quá trình tính bắt đầu từ khi triều ra thì  $S_{min}$  ở hạ lưu có thể tính được; ta chỉ cần tính tới  $S_{max}$  khi triều vào sau đó dùng một phép nội suy từ  $S_{min}$  tới  $S_{max}$  là có thể biết được điều kiện  $S$  ở hạ lưu khi triều vào. Với cách tổ chức như vậy ta chỉ cần biết một thông tin  $S_{max}$  và mô hình có thể dự báo được độ dài xâm nhập mặn trong sông.

Các tác giả đã dùng mô hình trên tính cho sông Đồng Nai. Kết quả cho thấy việc xử lý điều kiện biên như vậy chấp nhận được; quá trình tổ chức chương trình đơn giản. Với bước thời gian  $\Delta t = 15$  phút quá trình tính toán hoàn toàn ổn định.

Địa chỉ  
Viện Cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 31/12/1981

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. THACHER M. L. HARLEMAN D. R. F. A mathematical model for the prediction of steady salinity intrusion in estuaries, Department of civil Engineering, M.I.T. Technical Report No. 144, february, 1972.
2. LANGEWEG F. and VAN WEERDEN J. J. Empirical methods of forecasting development of salt in estuaries. Committee for hydrological research TNO, proceeding and formation No.29. Salt distribution in estuaries. The Hague, 1976.
3. AMEIN M. and CHU H. L. Implicit numerical modelling of unsteady flows. J. of hydraulics division, HY6-1975.
4. ROLAND K. PRICE, Comparison of four numerical methods for flood routing. J. of hydraulics division. HY7-1974.
5. Salinity intrusion in Chao phya and Mae Klong rivers. Final report. Kingdom of Thailand. March 1978.
6. МАРЧУК Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, 1973.
7. РИХМАЙЕР Р., МОРТОН К. Разностные методы решения краевых задач. Мир, М. 1972.
8. DAUBERT O. Programme HYP1 - Rapport C41/74/12.

## SUMMARY

### ONE-DIMENSIONAL MODEL FOR THE COMPUTATION OF UNSTEADY SALINITY INTRUSION IN A RIVER

The study is concerned with the development of a predictive, one-dimensional mathematical model for the salinity intrusion in a river. This is accomplished by means of simultaneous weighted implicit finite difference solutions to the salt balance equation and to the continuity and momentum equations which define the tidal motion. It is shown that the boundary condition on salinity at downstream can be specified by using one condition during the flood tide and another condition during the ebb-tide. The resulting mathematical model, as solved by a finite-difference numerical technique can be used in a predictive manner for transient condition of downstream surface elevation and time-varying fresh water discharges at upstream.

TIN

### THÀNH LẬP HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM

Ngày 5-8-1982 đại hội thành lập HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM đã được tiến hành tại thành phố HUẾ. Về dự đại hội có 253 hội viên đang công tác ở các trường đại học, các viện nghiên cứu, các cơ sở sản xuất.

Đại hội đã thông qua điều lệ HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM và chương trình công tác của HỘI trong thời kỳ 1982 - 1985. Đại hội đã bầu ban chấp hành HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM gồm 19 ủy viên do giáo sư tiến sĩ Nguyễn Văn Đạo, Phó Viện trưởng Viện Khoa học Việt Nam, làm chủ tịch.

Tin tức chi tiết về Đại hội thành lập HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM sẽ được thông báo trong số 4/1982 của Tạp chí Cơ học.