

## TÍNH DẦM TRÊN NỀN KHÔNG CHỊU KÉO BẰNG PHƯƠNG PHÁP PTHH

NGUYỄN VĂN LỆ

### § 1. ĐẶT VẤN ĐỀ:

**B**ÀI toán dầm trên nền đàn hồi thường gặp khi tính móng của các công trình xây dựng, các tấm lát đường, tấm lát sân bay v.v... Cho đến bài toán này thường được giải với một trong hai mô hình nền sau:

- a) Nền Vin cle - phản lực của nền tỉ lệ với độ lún của nền hay độ võng của dầm.
- b) Nền là một nửa không gian đàn hồi vô hạn.

Dựa vào hai mô hình nền này người ta đã thiết lập nhiều phương pháp giải khác nhau để tính dầm. Song hầu hết các phương pháp giải đều coi dầm và nền luôn luôn tiếp xúc chặt chẽ với nhau. Đối với dầm đặt trên nền đất, khả năng chịu kéo của mặt tiếp xúc rất kém, do đó khi dưới dầm xuất hiện phản lực kéo dầm sẽ bị tách khỏi nền. Trường hợp này thường xảy ra ở các tấm lát đường khi xe chạy sát mép rìa của tấm hoặc ở móng của công trình thủy lợi khi có áp lực thấm v.v... Do vùng tiếp xúc bị rút ngắn, trị số phản lực dưới dầm và nội lực trong dầm tăng thêm. Mức độ tăng của chúng phụ thuộc vào mức độ tách rời của dầm và nền. Trong nhiều trường hợp độ tăng này khá lớn nếu không xét đến sẽ không bảo đảm an toàn cho công trình.

Bài báo này giới thiệu một cách tính dầm trên nền đàn hồi có xét đến sự tách rời của một bộ phận dầm khỏi nền. Nền được mô hình hóa bằng một hệ các lò xo thẳng đứng độc lập nhau và các lò xo chỉ có khả năng chịu nén. Độ cứng của dầm và nền bằng độ cứng của dầm cộng với độ cứng của các lò xo. Ở vị trí xuất hiện phản lực kéo lò xo bị đứt làm cho độ cứng chung bị giảm. Do đó để tìm nội lực thực tế trong dầm phải tính toán với độ cứng đã bị giảm nhỏ này.

### § 2. THUẬT TOÁN GIẢI

Bài toán được giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Dầm được chia thành nhiều đoạn nhỏ gọi là phần tử. Độ võng và góc xoay của dầm ở đầu mỗi phần tử được gọi là các chuyển vị nút của phần tử. Mô men và lực tập trung tác dụng tại các đầu nút này gọi là các tải trọng nút của phần tử.

Nếu ký hiệu

$$\nabla_e = \{ N_i \theta_i W_j \theta_j \}^T$$

là véc tơ chuyển vị nút của phần tử,

$$F_e = \{ P_i M_i P_j M_j \}^T$$

là véc tơ tải trọng nút của phần tử thì liên hệ giữa chúng được biểu diễn bằng phương trình sau

$$K_e \Delta_e = F_e \quad (2.1)$$

trong đó

$$K_e = K_e^d + K_e^n \quad (2.2)$$

$$K_e^d = \frac{EJ}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ & & 12 & -6l \\ \text{ĐX} & & & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

là ma trận cứng của phần tử dầm [1].

$$K_e^n = k \begin{bmatrix} \frac{13}{35} l & \frac{11}{210} l^2 & \frac{9}{70} l & \frac{13}{420} l^2 \\ & \frac{1}{100} l^3 & \frac{13}{420} l^2 & \frac{-1}{140} l^3 \\ & & \frac{13}{35} l & \frac{-11}{210} l^2 \\ \text{ĐX} & & & \frac{1}{100} l^3 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

là ma trận cứng của lò xo trong phạm vi phần tử [2].

Trong các công thức trên,

$E$  – mô đun đàn hồi của dầm,

$J$  – mô men quán tính mặt cắt ngang của dầm.

$k$  – hệ số nền,

$l$  – chiều dài phần tử,

$w$  – độ võng,

$\theta$  – góc xoay.

Trong phạm vi toàn dầm liên hệ giữa chuyển vị nút và tải trọng nút được viết ở dạng tương tự với phương trình (2.1)

$$K\Delta = F \quad (2.5)$$

trong đó

$\Delta$  – véc tơ chuyển vị nút của dầm,

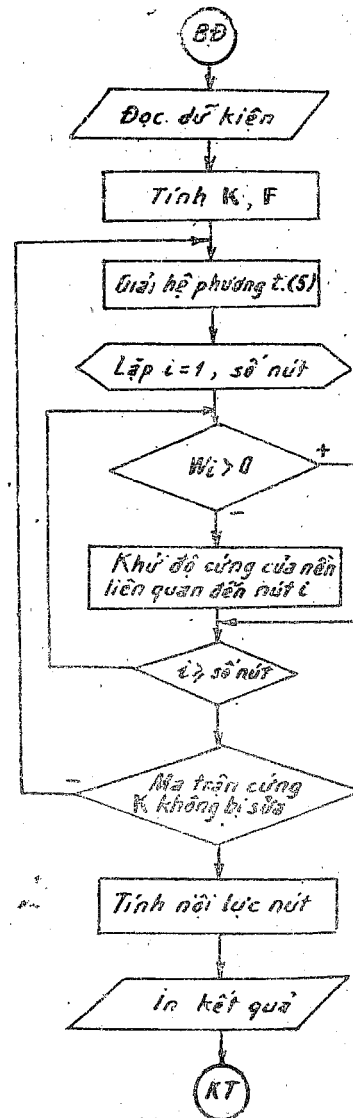
$F$  – véc tơ tải trọng nút của dầm,

$K$  – ma trận cứng của dầm và nền.

Véc tơ tải và ma trận cứng này được thiết lập bằng cách cộng dồn các phần tử ứng với cùng một chuyển vị nút ở các tải phần tử và ma trận cứng phần tử [1].

Độ võng và góc xoay tại các nút sau khi dầm bị tách khỏi nền được tìm đúng đắn bằng phương pháp lặp như sau:

Đầu tiên coi dầm và nền tiếp xúc chặt chẽ giải hệ phương trình (2.5) ta được độ võng tại các nút. Nếu tại một điểm nào đó độ võng có trị số âm dưới dầm sẽ xuất hiện phản lực kéo, lò xo liên quan đến điểm nút này sẽ bị đứt và dầm sẽ bị tách khỏi nền. Vì những lò xo bị đứt không tham gia chịu lực với dầm nữa nên phải khử độ cứng của những lò xo này trong ma trận cứng chung của dầm và nền. Giải lại hệ phương trình (2.5) với ma trận cứng mới này và lặp lại cách giải trên cho đến khi nào ở bước giải sau không có thêm điểm nào bị tách so với bước trước thì thôi. Các chuyển vị nút tìm được ở bước này chính là chuyển vị nút thực tế.



Hình 1

Từ các chuyển vị nút này ta xác định được lực cắt và mô men uốn tại các điểm nút của phần tử theo công thức

$$Q_i = Q_j = EJ \left\{ -\frac{12}{l^3} - \frac{6}{l^2} \frac{12}{l^3} - \frac{6}{l^2} \right\} \Delta_c \quad (2.6)$$

$$M_i = EJ \left\{ \frac{6}{l^2} \frac{4}{l} - \frac{6}{l^2} \frac{2}{l} \right\} \Delta_c \quad (2.7)$$

$$M_j = EJ \left\{ -\frac{6}{l^2} - \frac{2}{l} \frac{6}{l^2} - \frac{4}{l} \right\} \Delta_c$$

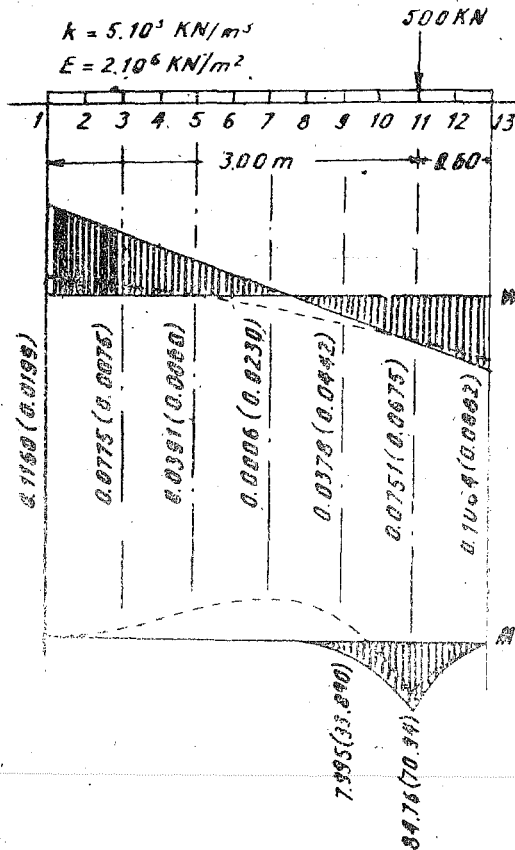
Thuật toán giải trên được minh họa bằng diễn đồ ở trang trước.

### § 3. CHƯƠNG TRÌNH TÍNH

Thuật toán trên được thực hiện trên máy tính bởi chương trình viết bằng ngôn ngữ PORTRAN IV cho máy MINSK 32. Sử dụng chương trình này có thể giải cho dầm có điều kiện liên kết bất kỳ, tải trọng đặt trên dầm tùy ý, mặt cắt dầm và hệ số nền thay đổi dọc theo trục dầm. Trong chương trình cũng có đoạn tự tính toán một phần dữ liệu để giảm nhẹ công việc chuẩn bị dữ liệu trong trường hợp các yếu tố này không thay đổi trong từng đoạn của dầm.

Các dữ kiện cần chuẩn bị là

- Tổng số phần tử, số điểm nút có liên kết, số điểm nút có tải trọng.
- Số mã của phần tử, chiều dài của phần tử, độ cứng của phần tử, hệ số nền trong phạm vi phần tử.
- Mã nút có tải trọng và trị số của tải trọng đặt tại nút.
- Mã nút có ràng buộc về chuyển vị và trị số của chuyển vị đó.



Hình 2

Địa chỉ  
Đại học Thủy lợi

### § 4. MỘT SỐ KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Đề minh họa dưới đây giới thiệu kết quả tính dầm chịu một tải trọng tập trung (h.2). Dầm được chia thành 12 phần tử, các điểm nút đánh số từ 1 đến 13. Ở bước giải đầu tiên các điểm nút 1, 2, 3, 4 có chuyển vị âm chứng tỏ tại đó dầm bị tách khỏi nền. Sau khi khử độ cứng của các lò xo bị đứt và giải lại ta được phạm vi tách phát triển đến nút 5 và nút 6. Bước giải tiếp theo cho biết vùng tách mở rộng đến nút 7. Đến đây quá trình tách dừng lại. Biểu đồ độ võng và mô men ở thời điểm này được vẽ bằng đường nét liền trong hình 2. Đề so sánh trong hình cũng vẽ biểu đồ độ võng và mô men thu được khi giả thiết dầm và nền luôn tiếp xúc chặt chẽ với nhau (đường nét đứt). Chênh lệch của mô men uốn lớn nhất trong hai trường hợp này là 16,3%.

Các tính toán cũng chỉ ra rằng ở nền mềm mức độ tách ít hơn nhưng ảnh hưởng đến sự phân bố nội lực nhiều hơn so với nền cứng. Chẳng hạn ở trường hợp trên nếu giải hệ số nền 100 lần thì vùng tách rời chỉ phát triển đến nút 6 song mô men uốn lớn nhất tăng 22,3%.

Nhận ngày 7/7/1981

1. KOLAR V. KRATOCHVIL J... Výpočet plosných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků. Praha 1972.
2. LÊ.N.V. Tính kết cấu trên nền bằng phương pháp PTHH. HNKH Trường ĐHTL. 10, 1978.
3. HAÐDALIN M.J. Nata and combined footings analysis by the FEM. J. of ACI. Vol. 68, 1974.

SUMMARY

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BEAMS ON NO - TENSION FOUNDATION

In this paper a finite element analysis of beams on no-tension foundation is presented. To establish the algorithm the Winkler's model of the foundation is used. It is assumed that the total stiffness of the structure consists of the stiffness of the beam and the stiffness of the foundation. The no-tension property of the foundation is taken in-to account by eliminating the stiffness of the foundation at the place where the tensional reaction occurred. Some numerical examples are illustrated to point out the effect of the separation of the beam from the foundation to the internal forces of the beam.

T  
v.  
xu  
đ  
ch  
tr  
ph  
kh  
n  
s  
đ  
t  
p  
a  
st  
c  
p  
đ  
e  
e