Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982 Số 2 (trang 14-18)

VỀ BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC

NGUYỄN VĂN ĐẠO

TRONG những năm gần đây có một số công trình nghiên cứu về bộ tắt chấn động lực dùng cho hệ tự dao động [1-3]. Với cách tiếp cận khác nhau các tác giả [1-3] đều đi đến kết luận rằng ma sát « tương đối » xuất hiện trong cơ cấu cản đặt giữa khối lượng ốc và khối lượng của bộ tắt chấn đóng vai trò quyết định đối với việc giảm hoặc dập tắt r dao động của khối lượng gốc.

Dưới đây, chúng tôi muốn nêu lên một nhận xét: ma sát « tuyệt đối » gây ra bởi cơ íu cản đặt giữa khối lượng của bộ tắt chấn và giá cố định cũng có ảnh hưởng quyết định ến dao động của khối lượng gốc.

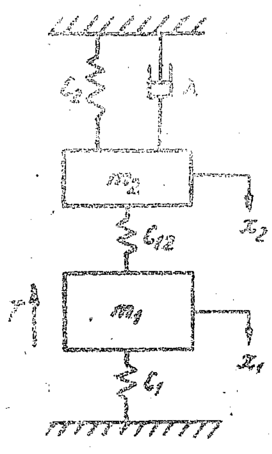
Phần đầu xét bộ tắt chấn động lực yếu, có các thông số cơ bản nhỏ so với hệ gốc. hần sau xét hoạt động của bộ tắt chấn động lực mạnh. Khác với [1-3] ở đây không đưa ào ma sát « tương đối » giữa khối lượng gốc và khối lượng của bộ tắt chấn.

Kết quả khảo sát cho thấy, nếu chọn một cách thích hợp hệ số ma sát của cơ cấu cản ặt giữa khối lượng của bộ tắt chấn và giá cố định ta có thể dập tắt hoặc giảm đáng kể tự ao động của hệ gốc.

§1. BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC YẾU

Gọi m_1, c_1 là khối lượng và độ cứng của hệ gốc, tự dao động của nó dưới tác dụng ủa lực $T = h_1\dot{x}_1 - h_3\dot{x}_1^3$ ($h_1 > 0$, $h_3 > 0$) cần dập tắt.

rước hết xét bộ tắt chấn có khối lượng εm_2, độ cứng εc_2 lực cản $-\varepsilon\lambda m_2\dot{x}_2$, trong đó ε là tham số bé. Bộ tắt chấn liên kết đàn hồi ếu với hệ gốc (hệ số εc_{12}).



Hình 1

Ta có hệ phương trình vi phân mô tả dao động như sau:

$$\ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 = \frac{\varepsilon}{m_1}\left[h_1\dot{x}_1 - h_3\dot{x}_1^3 - c_{12}(x_1 - x_2)\right] \qquad (1.1)$$

$$\ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 + \lambda\dot{x}_2 = \frac{c_{12}}{m_2}x_1$$

rong đó $\omega_1^2 = \dfrac{c_1}{m_1}$; $\omega_2^2 = \dfrac{1}{m_2}(c_2 + c_{12})$

Nghiệm của hệ phương trình (1.1) trong xấp xỉ thứ nhất sẽ im dưới dạng:

$$x_1 = a\cos\theta,\ x_2 = a(M\cos\theta + N\sin\theta);\ \theta = \omega_1 t + \psi. \qquad (1.2)$$

$$x_1 = -a\omega_1\sin\theta, \quad x_2 = a\omega_1(-M\sin\theta + N\cos\theta),$$

ở đây a, ψ là những hàm biến thiên chậm của thời gian ; còn M, N có dạng

$$M = \frac{c_{12}(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{m_2[(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + \omega_1^2\lambda^2]}, \quad N = \frac{c_{12}\omega_1\lambda}{m_2[(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + \omega_1^2\lambda^2]} \tag{1.3}$$

Thay thế (1.2) vào hệ phương trình (1.1) và thực hiện các phép biến đổi cần thiết ta sẽ có các phương trình sau đây đối với a và ψ:

$$\omega_1\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{m_1}[h_1\dot{x}_1 - h_3\dot{x}_1^3 - c_{12}(x_1 - x_2)]\sin\theta \tag{1.4}$$

$$\omega_1 a\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\varepsilon}{m_1}[h_1\dot{x}_1 - h_3\dot{x}_1^3 - c_{12}(x_1 - x_2)]\cos\theta.$$

Trong xấp xỉ thứ nhất có thể thay vế phải (1.4) bằng các giá trị trung bình của nó [] :

$$\frac{da}{dt} = \frac{\varepsilon a}{2m_1}\left\{h_1 - \frac{C_{12}^2\lambda}{m_2\left[\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)^2 + \omega_1^2\lambda^2\right]} - \frac{3}{4}h_3\omega_1^2a^2\right\}$$

$$\omega_1\frac{d\psi}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2m_1}C_{12}\left\{\frac{C_{12}(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{m_2\left[\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)^2 + \omega_1^2\lambda^2\right]} - 1\right\} \tag{1.5}$$

Phương trình đầu của hệ (1.5) có cấu trúc tương tự với phương trình (2.8) trong [3]. Ở đây ta cũng có hiệu ứng tắt chấn tương tự như trong [3]. Trạng thái cân bằng a = 0 không ổn định. Biên độ dừng khác không và ổn định cho bởi hệ thức:

$$\frac{3}{4}h_3\omega_1^2a^2 = h_1 - \frac{C_{12}^2\lambda}{m_2\left[\left(\omega_2^2 - \omega_1^2\right)^2 + \omega_1^2\lambda^2\right]} > 0 \tag{1.6}$$

Với λ = 0 hoặc λ rất lớn bộ tắt chấn động lực không có tác dụng. Có thể tìm λ ứng với biên độ nhỏ nhất:

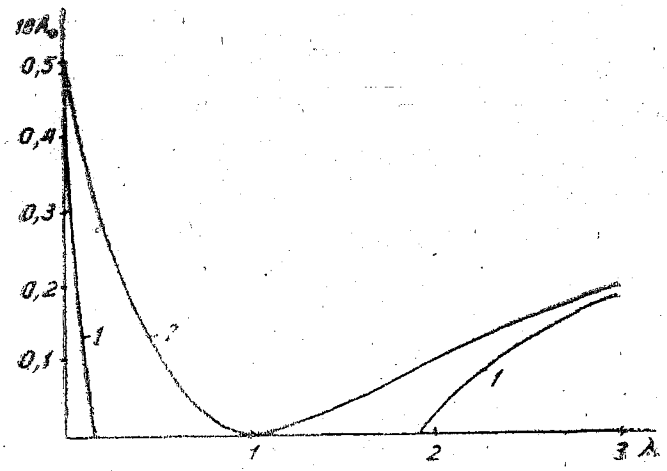
$$\lambda = \frac{\left|\omega_2^2 - \omega_1^2\right|}{\omega_1} \tag{1.7}$$

Khi đó

$$\frac{3}{4}h_3\omega_1^2a_{min}^2 = \begin{cases} S = h_1 - \dfrac{C_{12}^2}{2\omega_1 m_2\left|\omega_2^2 - \omega_1^2\right|} & \text{nếu } S \geq 0 \\ 0 \text{ nếu } S < 0 \end{cases} \tag{1.8}$$

Trên hình 2 cho sự phụ thuộc của a theo λ trong trường hợp $h_1 = 0{,}05$, $\omega_1 = 1$, $C_{12}^2/m_2 = 0{,}$[illegible]

$\lambda_* = \frac{3}{4} h_3 \omega_1^2 a^2$. Đường cong 1 ứng với $\omega_2^2 = 1{,}5$, còn đường cong 2 – $\omega_2^2 = 2$.



Hình 2

§ 2. BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC MẠNH

Bây giờ xét trường hợp khi khối lượng m_2, độ cứng c_2 và liên kết dàn hồi giữa hai khối lượng C_{12} là hữu hạn. Ta có các phương trình vi phân của chuyển động sau:

$$
\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 + C_1 x_1 + C_{12}(x_1 - x_2) &= \varepsilon(h_1 \dot{x}_1 - h_3 \dot{x}_1^3) \\
m_2 \ddot{x}_2 + C_2 x_2 + C_{12}(x_2 - x_1) &= -\varepsilon \lambda \dot{x}_2
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

Ở đây λ là hệ số cản chuyển động của vật m_2.
Thực hiện phép thế biến số:

$$x_1 = u + v, \quad x_2 = d_1 u + d_2 v. \tag{2.2}$$

$$d_1 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2 - m_2 \Omega_1^2}, \quad d_2 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2 - m_2 \Omega_2^2} \tag{2.3}$$

$$\Omega_{12}^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{C_1 + C_{12}}{m_1} + \frac{C_2 + C_{12}}{m_2} \pm \sqrt{\left(\frac{C_1 + C_{12}}{m_1} - \frac{C_1 + C_{12}}{m_2}\right)^2 + \frac{C_{12}^2}{m_1 m_2}}\right\}$$

ta đưa được hệ (2.1) về dạng tọa độ chuẩn

$$
\begin{aligned}
\ddot{u} + \Omega_1^2 u &= \varepsilon F_1 \\
\ddot{v} + \Omega_2^2 v &= \varepsilon F_2
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

trong đó :

$$F_1 = \frac{1}{M_1}(f_1 + d_1 f_2), \qquad F_2 = \frac{1}{M_2}(f_1 + d_2 f_2) \tag{2.5}$$

$$f_1 = h_1 x_1 - h_3 x_1^3, \qquad f_2 = -\lambda \dot{x}_2$$

$$M_1 = m_1 + d_1^2 m_2, \qquad M_2 = m_1 + d_2^2 m_2$$

Dùng phép đổi biến sau đây trong (2.4)

$$\begin{aligned} u &= a\cos\theta, & v &= b\sin\theta \\ \dot{u} &= -a\Omega_1 \sin\theta, & \dot{v} &= -b\Omega_2 \sin\varphi \\ \theta &= \Omega_1 t + \psi, & \varphi &= \Omega_2 t + \Phi \end{aligned} \tag{2.6}$$

trong đó a, ψ, b, ϕ là các biến mới và được xác định từ hệ phương trình

$$\begin{aligned} \Omega_1 \dot{a} &= \frac{-\varepsilon}{M_1}(f_1 + d_1 f_2)\sin\theta, & \Omega_2 \dot{b} &= \frac{-\varepsilon}{M_2}(f_1 + d_2 f_2)\sin\varphi \\ \Omega_1 a\dot{\psi} &= \frac{-\varepsilon}{M_1}(f_1 + d_1 f_2)\cos\theta & \Omega_2 b\varphi &= \frac{-\varepsilon}{M_2}(f_1 + d_2 f_2)\cos\varphi \end{aligned} \tag{2.7}$$

Trong trường hợp không cộng hưởng ($\Omega_1 \neq \Omega_2$) ta có phương trình xấp xỉ thứ nhất như sau :

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\frac{\varepsilon a}{2M_1}\left(-h_1 + d_1^2\lambda + \frac{3}{4}h_3\Omega_1^2 a^2 + \frac{3}{2}h_3\Omega_2^2 b^2\right) \\ \dot{b} &= -\frac{\varepsilon b}{2M_2}\left(-h_1 + d_2^2\lambda + \frac{3}{4}h_3\Omega_2^2 b^2 + \frac{3}{2}h_3\Omega_1^2 a^2\right) \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\dot{\psi} = \dot{\varphi} = 0$$

Các phương trình này có cấu trúc tương tự với (1.12) trong [3]. Ở đây có thể nêu ra hai chế độ dừng :

1) b = 0, còn a được xác định bởi

$$\frac{3}{4}h_3\Omega_1^2 a^2 = h_1 - d_1^2\lambda; \qquad h_1 - d_1^2\lambda \geqslant 0 \tag{2.9}$$

ổn định nếu

$$\frac{3}{4}h_3\Omega_1^2 a^2 > \frac{1}{2}(h_1 - d_2^2\lambda)$$

2) a = 0, còn b thỏa mãn phương trình

$$\frac{3}{4}h_3\Omega_2^2 b^2 = h_1 - d_2^2\lambda; \qquad h_1 - d_2^2\lambda \geqslant 0 \tag{2.10}$$

ổn định nếu $\quad \frac{3}{4}h_3\Omega_2^2 b^2 > \frac{1}{2}(h_1 - d_1^2\lambda)$.

Từ các công thức (2.9), (2.10) suy ra, biên độ dao động của khối lượng m_1 giảm khi tăng hệ số ma sát λ.

§ 3. KẾT LUẬN

Để dập tắt hoặc giảm tự dao động của vật gốc m_1 trong trường hợp lực kích động thuộc dạng $T = h_1 \dot{x}_1 - h_3 \dot{x}^3$, ($h_1 > 0$, $h_3 > 0$) ta có thể làm theo một trong các cách sau đây:

1. Mắc thêm bộ cản tuyến tính vào vật gốc m_1. Hệ số cản lớn, biên độ dao động của vật m_1 sẽ nhỏ.

2. Dùng bộ tắt chấn động lực có bộ cản « tương đối », đặt giữa khối lượng gốc và khối lượng của bộ tắt chấn (xem [1-3]).

3. Dùng bộ tắt chấn động lực có bộ cản « tuyệt đối » đặt giữa khối lượng của bộ tắt chấn và giá cố định.

Trong hai trường hợp sau, nếu bộ tắt chấn là mạnh thì tăng lực cản sẽ giảm biên độ dao động của vật gốc. Nếu bộ tắt chấn là yếu thì cần chọn lực cản thích hợp mới giảm được biên độ dao động của khối lượng gốc (xem hình 2).

Nhận ngày 3/1/1982

Địa chỉ :
Viện Cơ học Viện KHVN.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. MANSOUR W.M. Quenching of limit cycles of a Van-der-Pol oscillator. J. Sound and Vibration, V.25, N3, 1972.

2. CLENDENING W.R., DUBEY R.N. An analyse of control methods for galloping systems. Transactions of ASME, Series B, bản dịch tiếng Nga: Конструирование и технология машиностроения, N° 3-1973.

3. NGUYỄN VĂN ĐÌNH. Bộ tắt chấn trong hệ tự chấn á tuyến. Tạp chí Cơ học. Số 3-4-1979.

4. БОГОЛЮБОВ Н.Н., МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, Москва, 1963.

SUMMARY

ON THE DYNAMIC ABSORBER FOR SELF-EXCITED SYSTEM

In this article it is shown that not only the « relative » friction between basic mass and absorber as proposed in [1-3] but the « absolute » friction between absorber and foundation has decisive role in the extinguishing of self-excited oscillation of the basic mass.