Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982 Số 2 (trang 6-13)

DAO ĐỘNG CỦA BẢN MỎNG CHỮ NHẬT TRÊN NỀN ĐÀN HỒI HAI HỆ SỐ NỀN

HOÀNG VĂN ĐA

DAO động phi tuyến của bản, vỏ mỏng nói chung, dao động của bản trên nền đàn hồi có một hệ số nền nói riêng đã được nhiều người nghiên cứu, nhưng thường đưa về phương trình vi phân thường để giải, mà tiêu biểu là [1]. Bằng cách sử dụng trực tiếp phương háp tiệm cận [2], sau đây sẽ nghiên cứu dao động của bản mỏng chữ nhật trên nền đàn hồi hai hệ số nền theo mô hình của П. Л. ПАСТЕРНАК mà trong trường hợp phi tuyến còn chưa ấy tài liệu nào đề cập đến.

§ 1. BÀI TOÁN

Trên cơ sở [4], trong trường hợp phi tuyến có thể thiết lập được phương trình vi hân chuyển động của bài toán trên như sau:

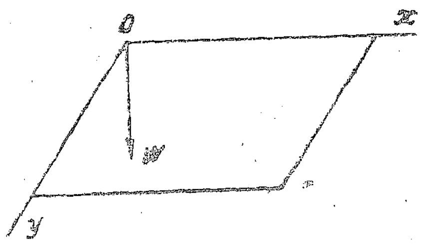
$$D\Delta^4 W - k_2 \Delta^2 w + k_1 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \varepsilon F\left(\theta, w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \ldots\right) \qquad (1.1)$$

rong đó ρ là mật độ khối lượng trên đơn vị diện tích, để đơn giản giả thiết $\rho = 1$, D là ộ cứng chống uốn của bản. $k_1 > 0$, $k_2 > 0$ là hệ số nền thứ nhất, thứ 2, ε tham số bé dương, là hàm giải tích đối với các biến $\left(w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \ldots\right)$ và tuần hoàn chu kỳ 2π theo $\theta = \theta(t)$,

' là toán tử tuyến tính Laplace với hệ số hằng ố. Kích thước của bản như hình (1). Bản liên kết ra theo 4 cạnh được mô tả bằng các điều kiện iên sau:

$$\text{Tại } x = 0, b: \ w = 0, \ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0; \qquad (1.2)$$

$$\text{Tại } y = 0, c: \ w = 0, \ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$



Hình 1.

§ 2. DAO ĐỘNG TỰ DO CỦA BẢN

Phương trình vi phân chuyển động có dạng:

$$D\nabla^4 w - k_2 \nabla^2 w + k_1 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \varepsilon F\left(w, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \ldots\right) \qquad (2.1)$$

Khi $\varepsilon=0$, với điều kiện biên (1.2), phương trình (2.1) có nghiệm:

$$w_0(x, y, t) = \sum_{r,s=1}^{\infty} A_{rs} Z_{rs}(x,y) \cos(\omega_{rs} t + \psi_{rs})$$

Trong đó A_{rs}, ψ_{rs} là hằng tùy ý xác định từ điều kiện đầu, ω_{rs} là tần số riêng

$$\omega_{rs}^2 = \left\{ D\left[\left(\frac{r\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{s\pi}{c}\right)^2\right]^2 + k_2\left[\left(\frac{r\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{s\pi}{c}\right)^2\right] + k_1 \right\} \tag{2.2}$$

Giả sử hệ không kích động tồn tại dao động không tắt dần với tần số ω_{11} hệ không có cộng hưởng trong đối với tần số ω_{11} tức là:

$$(\omega_{rs} - n\omega_{11}) \neq 0, \quad (n=1,2,\dots; \; r,s=1,2,\dots)$$

Khi đó nghiệm riêng của (2.1) tìm dưới dạng tiệm cận như sau:

$$w(x, y, t) = a Z_{11}(x, y) \cos\varphi + \varepsilon U_1(x, y, a, \varphi) + \varepsilon^2 u_2(x, y, a, \varphi) + \varepsilon^3 + \dots \tag{2.3}$$

u_1, u_2 là hàm tuần hoàn chu kỳ 2π theo φ còn a, ψ được xác định bằng hệ phương trình sau:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \varepsilon^3 + \dots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \varepsilon^3 + \dots \end{aligned} \tag{2.4}$$

Ở đây: $\varphi = \omega_{11} t + \psi$; $Z_{11}(x,y) = \sin\dfrac{\pi x}{b} \sin\dfrac{\pi y}{c}$; $Z_{rs}(x, y) = \sin\dfrac{\pi x r}{b} \sin\dfrac{\pi y s}{c}$

Tính $\dfrac{\partial w}{\partial t}$, $\dfrac{\partial^2 W}{\partial t^2}$ từ (2.3) chú ý đến (2.4) thay vào (2.1), trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện ta có:

$$\omega_{11}^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial\varphi^2} + D\nabla^4 u_1 - k_2 \nabla^2 u_1 + k_1 u_1 = Z_{11}\left[2\omega_{11} A_1 \sin\varphi + 2\omega_{11} a B_1 \cos\varphi\right] + F_1 \tag{2.5}$$

$$u_1\Big|_{x=0,b} = 0; \quad u_1\Big|_{y=0,c} = 0; \quad \left.\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}\right|_{x=0,b} = 0; \quad \left.\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}\right|_{y=0,c} = 0 \tag{2.6}$$

Trong đó:

$$F_1 = F\left(a Z_{11}\cos\varphi, \; a\frac{\partial Z_{11}}{\partial x}\cos\varphi, \; a\frac{\partial Z_{11}}{\partial y}\cos\varphi, \dots\right)$$

Bây giờ khai triển các hàm $u_1(x, y, a, \varphi)$, $F_1(x, y, a, \varphi)$ theo các hàm riêng: $\{Z_{rs}(x, y)\}$:

$$u_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} u_{1rs}(a, \varphi) Z_{rs}; \quad F_{1rs} = \int_0^b\!\!\int_0^c F_1 Z_{rs}\,dxdy \Big/ \int_0^b\!\!\int_0^c Z_{rs}^2\,dxdy; \quad F_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} F_{1rs}(a, \varphi) Z_{rs}$$

với cách khai triển này, chúng ta thấy $u_1(x, y, a, \varphi)$ tự thỏa mãn điều kiện biên thuần nhất bằng không (2.6). Thay các biểu thức khai triển vào (2.5); sau khi tính toán, ta có:

$$\omega_{11}^2\left(\frac{\partial^2 u_{111}}{\partial\varphi^2} + u_{111}\right) = 2\omega_{11} A_1 \sin\omega + 2\omega_{11} a B_1 \cos\varphi + F_{111} \tag{2.7}$$

$$\omega_{11}^2 \frac{\partial^2 u_{1rs}}{\partial\varphi^2} + \omega_{rs}^2 u_{1rs} = F_{1rs}, \quad (r, s = 1, 2, \dots, r = s \neq 1) \tag{2.8}$$

Khai triển các hàm u_{1rs}, F_{1rs} theo φ ta có:

$$u_{1rs}(a, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(v_{1n}^{(r,s)}(a)\cos n\varphi + w_{1n}^{(r,s)}(a)\sin n\varphi\right),$$

$$F_{1rs}(a,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(g_{1n}^{(r,s)}(a)\cos n\varphi + h_{1n}^{(r,s)}(a)\sin n\varphi\right); \qquad (2.9)$$

ở: $g_{10}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}(a,\varphi)\,d\varphi$,

$$(a) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}(a,\varphi)\,d\varphi, \quad h_{1n}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}(a,\varphi)\sin n\varphi\,d\varphi.$$

.9) vào (2.7), (2.8) với điều kiện $u_{111}(a,\varphi)$ không chứa các số hạng điều hòa $\cos\varphi$. do đó A_1, B_1, U_1 được xác định theo các công thức sau

$$A_1 = -\frac{1}{2\pi\omega_{11}}\int_0^{2\pi} F_{111}(a,\varphi)\sin\varphi\,d\varphi, \quad B_1 = -\frac{1}{2a\pi\omega_{11}}\int_0^{2\pi} F_{111}(a,\varphi)\cos\varphi\,d\varphi \qquad (2.10)$$

$$u_1(x,y,a,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r,s=1}^{\infty}\frac{g_{1n}^{(r,s)}(a)\cos n\varphi + h_{1n}^{(r,s)}(a)\sin n\varphi}{\omega_{rs}^2 - n^2\omega_{11}^2} Z_{rs}(x,y) \qquad (2.11)$$

Khi $r = s = 1$ thì $n \neq 1$.

Như vậy nghiệm (2.3) trong xấp xỉ thứ nhất đã được xác định. Ví dụ vế phải của ó dạng :

$$F = -2h\frac{\partial w}{\partial t} - k_1 w^3 - \frac{k_2}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right], \; h \geq 0 \qquad (2.12)$$

Khác với [4], ở đây có các số hạng phi tuyến, để đơn giản chọn hệ số của chúng là 2. Theo công thức (2.10) ta có hệ phương trình vi phân sau đây

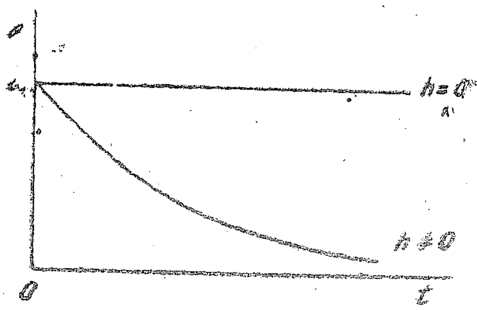
$$= -\varepsilon a h \qquad (2.13)$$

$$= \varepsilon\frac{9}{128\omega_{11}}\left[-\frac{1}{2}k_2\pi^4\left(\frac{1}{b^4}+\frac{1}{C^4}\right)+3k_1\right]a^2$$

phân hệ (2.13) ta có :

$$a = a_0 e^{-\varepsilon h t},$$

$$\psi = \frac{9}{256\omega_{11}h}\left[\frac{1}{2}k_2\pi^4\left(\frac{1}{b^4}+\frac{1}{C^4}\right) - 3k_1\right]e^{-2\varepsilon h t} + \psi_0 \qquad (2.14)$$



Hình 2

nghiệm (2.14) ta có nhận xét sau đây :

1) Nếu $h = 0$, $a = a_0 = \text{const}$, nếu $h \neq 0$ thì $a \to 0$ khi $t \to \infty$. Tính chất này không thuộc vào các hệ số k_1, k_2.

2) Có thể chọn $k_1 = \frac{k_2}{6}\left(\frac{1}{b^4}+\frac{1}{C^4}\right)\pi^4$ để cho $\psi = \psi_0 = \text{const}$. Tính chất này cũng

ng phụ thuộc vào hệ số của h.

§ 3. DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC CỦA BẢN

Xét phương trình (1.1) với điều kiện biên (1.2) trong trường hợp cộng hưởng $\omega_{11} \approx \frac{p}{q}\nu$, p, q là hai số nguyên dương và nguyên tố đối với nhau. Khi đó nghiệm của (1.1) tìm dưới dạng

$$w(x,y,t) = a Z_{11} \cos\varphi + \varepsilon u_1 (x,y,a,\varphi,\theta) + \varepsilon^2 u_2 (x, y, a, \varphi, \theta) + \varepsilon^3 + \ldots \tag{3.1}$$

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1 (a, \Psi) + \varepsilon^2 A_2 (a, \psi) + \varepsilon^3 + \ldots$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{11} - \frac{p}{q}\nu + \varepsilon B_1 (a, \psi) + \varepsilon^2 B_2 (a, \psi) + \varepsilon^3 + \ldots \tag{3.2}$$

Trong đó :

$$\varphi = \frac{p}{q}\theta + \psi, \quad \frac{d\theta}{dt} = \nu, \quad Z_{11}(x,y) = \sin\frac{\pi x}{b}\sin\frac{\pi y}{c}$$

Tính $\frac{\partial w}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 w}{\partial t}$ từ (3.1) chú ý tới (3.2) thay vào (1.1) trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện, ta có :

$$\omega_{11}^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial\varphi^2} + 2\omega_{11}\nu\frac{\partial^2 u_1}{\partial\varphi\partial\theta} + \nu^2\frac{\partial^2 u_1}{\partial\theta^2} + D\nabla^4 u_1 - k_2\nabla^2 u_1 + k_1 u_1 =$$
$$F_1 + Z_{11}\left\{\left[(\omega_{11} - \frac{p}{q}\nu) a \frac{\partial B_1}{\partial\psi} + 2\omega_{11} A_1\right]\sin\varphi - \right.$$
$$\left. - \left[(\omega_{11} - \frac{p}{q}\nu)\frac{\partial A_1}{\partial\psi} - 2\omega_{11} a B_1\right]\cos\varphi\right\} \tag{3.3}$$

$u_1 (x, y, a, \varphi, \theta)$ phải thỏa mãn điều kiện biên.

$$u_1\Big|_{x=0,b} = 0, \quad u_1\Big|_{y=0,c} = 0$$

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}\Bigg|_{x=0,b} = 0, \quad \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2}\Bigg|_{y=0,c} = 0 \tag{3.4}$$

Khai triển $u_1(x, y, a, \varphi, \theta)$, $F_1(x, y, a, \varphi, \theta)$ theo các hàm riêng $\{Z_{rs}(x,y)\}$. Trong đó

$$F_1 = F\left(\theta, a Z_{11}\cos\varphi, a\frac{\partial Z_{11}}{\partial x}\cos\varphi, a\frac{\partial Z_{11}}{\partial y}\cos\varphi, \ldots\right)$$

$$u_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} u_{1rs}(a,\varphi,\theta) Z_{rs} \tag{3.5}$$

$$F_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} F_{1rs}(a,\varphi,\theta) Z_{rs}$$

$$F_{1rs}(a,\varphi,\theta) = \int_0^b\int_0^c F_1 Z_{rs}\, dx\, dy \Big/ \int_0^b\int_0^c Z_{rs}^2\, dx\, dy$$

Do cách khai triển này mà hàm U_1 (x, y, a, φ, θ) tự thỏa mãn điều kiện biên (3.4). Thay (3.5) vào (3.3) sau khi tính toán ta có :

$$\omega_{11}^2 \frac{\partial^2 u_{111}}{\partial \varphi^2} + 2\omega_{11} v \frac{\partial^2 u_{111}}{\partial \varphi \sigma \theta} + v^2 \frac{\partial^2 u_{111}}{\partial \theta^2} + \omega_{11}^2 u_{111} = F_{111}(a, \varphi, \theta) +$$

$$\left[(\omega_{11} - \frac{p}{q} v) a \frac{\partial B_1}{\partial \psi} + 2\omega_{11} A_1\right] \sin\varphi - \left[(\omega_{11} - \frac{p}{q} v) \frac{\partial A_1}{\partial \psi} - 2\omega_{11} a B_1\right] \cos\varphi \qquad (3.6)$$

$$\omega_{11}^2 \frac{\partial^2 u_{1rs}}{\partial \varphi^2} + 2\omega_{11} v \frac{\partial^2 u_{1rs}}{\partial \varphi \partial \theta} + v^2 \frac{\partial^2 u_{1rs}}{\partial \theta^2} + \omega_{rs}^2 u_{1rs} = F_{1rs}(a, \varphi, \theta) \qquad (3.7)$$

$$(r = s \neq 1)$$

Bây giờ một lần nữa khai triển u_{1rs} (a, φ, θ), F_{1rs} (a, φ, θ) theo φ và θ

$$u_{1rs} = \sum_{n,m=-\infty}^{+\infty} u_{1nm}^{(r,s)}(a) e^{i(n\theta + m\varphi)} \qquad F_{1rs} = \sum_{n,m=-\infty}^{+\infty} F_{1nm}^{(r,s)}(a) e^{i(n\theta + m\varphi)} \qquad (3.8)$$

$$F_{1nm}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs} e^{-i(n\theta + m\varphi)} d\varphi d\theta$$

Thay (3.8) vào (3.6), (3.7), cân bằng điều hòa với tất cả các biến n, m. Sau những tính toán cần thiết, chúng ta có các biểu thức sau đây để xác định u_1, A_1, B_1 :

$$u_1 \sum_{n,m=-\infty}^{+\infty} \sum_{r,s=1}^{\infty} \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{b}\int_0^{c} F_{1e}^{-i(n\theta + m\varphi)} dxdyd\varphi d\theta}{4\pi^2 [\omega_{rs}^2 - (nv + m\omega_{11})^2] \int_0^{b}\int_0^{c} Z_{rs}^2 dxdy} Z_{sr} e^{i(n\theta + m\varphi)} \qquad (3.9)$$

$$r = s = 1 \text{ thì } qn + p(m \pm 1) = 0$$

với điều kiện U_{111} (a, φ, θ) không chứa các số hạng điều hòa cosφ, sin φ ta có :

$$\left[\left(\omega_{11} - \frac{p}{q} v\right) a \frac{\partial B_1}{\partial \psi} + 2\omega_{11} A_1\right] \sin\varphi -$$

$$-\left[\left(\omega_{11} - \frac{p}{q} v\right) \frac{\partial A_1}{\partial \psi} - 2\omega_{11} a B_1\right] \cos\varphi + \sum_{n,m+-\infty}^{\infty} F_{1nm}^{rs}(a) e^{i(n\theta + m\varphi)} = 0 \qquad (3.10)$$

$$qn + p(m \pm 1) = 0$$

Sau khi biến đổi ta nhận được hệ phương trình sau :

$$\left(\omega_{11} - \frac{p}{q} v\right) \frac{\partial A_1}{\partial \psi} - 2\omega_{11} a B_1 =$$

$$\frac{1}{2\pi^2} \sum_{\sigma=-\infty}^{+\infty} e^{i\sigma q\psi} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} F_{111} e^{-iq\sigma\left(\varphi - \frac{p}{q}\theta\right)} \cos\varphi d\varphi d\theta, \qquad (3.11)$$

$$\left(\omega_{11} - \frac{p}{q}\nu\right) a \frac{\partial B_1}{\partial \psi} + 2\omega_{11} A_1 =$$

$$-\frac{1}{2\pi^2} \sum_{\sigma=-\infty}^{+\infty} e^{i\sigma q \psi} \int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} F_{111}\, e^{-iq\sigma\left(\varphi - \frac{p}{q}\theta\right)} \sin\varphi\, d\varphi\, d\theta.$$

Như vậy trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện $U_1(x, y, a, \varphi, \theta)$ đã được xác định theo công thức (3.9) và $A_1(a, \psi)$ $B_1(a, \psi)$ được xác định theo công thức (3.11).

Ví dụ : Bản chịu kích động lực ngoài có mật độ trên đơn vị diện tích $P \sin\nu t$. Xét trường hợp cộng hưởng chính $p = q = 1$. Giả sử P nhỏ ta đặt $P = \varepsilon P_o$

Theo hệ phương trình (3.11), sau các bước tính toán cần thiết ta có :

$$A_1(a, \psi) = -ah - \frac{E\cos\psi}{\omega_{11}+\nu}, \quad B_1(a, \psi) = \frac{E\sin\psi}{a(\omega_{11}+\nu)} - \frac{\mathcal{C}a^2}{2\omega_{11}} \tag{3.12}$$

Thế (3.12) vào (3.2) ta có :

$$\frac{da}{dt} = -\varepsilon ah - \frac{\varepsilon E\cos\psi}{\omega_{11}+\nu} \tag{3.13}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{11} - \nu - \varepsilon\frac{\mathcal{C}a^2}{2\omega_{11}} + \frac{\varepsilon E\sin\psi}{a(\omega_{11}+\nu)}$$

Từ (3.13) suy ra đường cong biên độ của dao động dừng được biểu diễn bằng phương trình

$$\omega_{11}^2 = \nu^2 + \mathcal{C}_1 a^2 \pm \sqrt{\frac{E_1^2}{a^2} - 4h_1^2 a^2} \tag{3.14}$$

Trong đó

$$\mathcal{C} = \frac{9}{64}\left[\frac{k_2}{2}\pi^4\left(\frac{1}{b^4} + \frac{1}{C^4}\right) - 3k_1\right],$$

$$E = \frac{16 P_o}{\pi^2}, \quad \mathcal{C}_1 = \varepsilon\,\mathcal{C}, \quad E_1 = \varepsilon E, \quad h_1 = \varepsilon h.$$

Để xét ổn định của nghiệm dừng a_o, ψ_o, ta đặt $a = a_o + \delta a$, $\psi = \psi_o + \delta\psi$ thay giá trị này vào (3.13) ta có

$$2\nu\frac{d\delta a}{dt} = -2\nu h_1\delta a + E_1\sin\psi_o\delta\psi$$

$$2\nu a_o\frac{d\delta\psi}{dt} = (d - 3\mathcal{C}_1 a_o^2)\,\delta a + E_1\cos\psi_o\delta\psi, \quad d = \omega_{11} - \nu^2 \tag{3.15}$$

Đặt : $\delta a = C_1 e^{\lambda t}$, $\delta\psi = C_2 e^{\lambda t}$ C_1, C_2 hằng, thay vào (3.15). Sau khi tính toán ta thấy điều kiện để cho λ có phần thực âm là $(\mathcal{C}_1 a_o^2 - d)\,(3\mathcal{C}_1 a_o^2 - d) + 4h_1^2\nu^2 > 0$

Từ (3.14) có thể viết dưới dạng :

$$M(a_0, \nu^2) = a_0^2 \left[4\nu^2 h_1^2 + (\mathcal{C}_1 a_0^2 - d^2)\right] - E_1^2 \approx 0 \quad \text{ta suy ra}$$

$$\frac{1}{2a_0} \frac{\partial M}{\partial a_0} = (\mathcal{C}_1 a_0^2 - d)\,(3\mathcal{C}_1 a_0^2 - d) + 4h_1^2 \nu^2 > 0$$

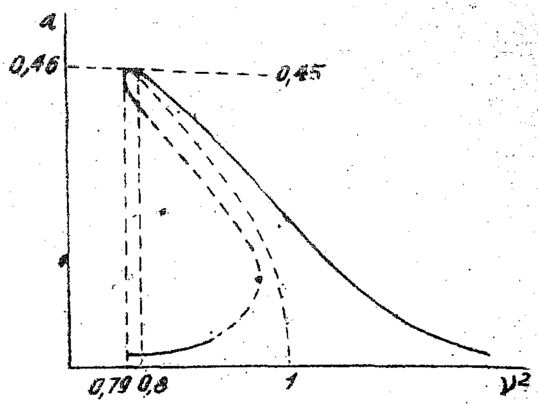
điều kiện ổn định nghiệm dừng a_0, Ψ_0 là

$$\frac{(a_0, \nu^2)}{\partial a_0} > 0.$$

Qua phương trình đường cong biên (3.14) ta thấy rằng, dao động của cơ hệ có thực hiện một trong 3 trường hợp sau :

1) Nếu $\mathcal{C}_1 > 0$ tức là $\frac{k^2}{6}\pi^4\left(\frac{1}{b^4} + \frac{1}{C^4}\right) > k_1$ đường cong biên độ chứng tỏ có đặc trưng mềm. Với $\mathcal{C}_1 = 1$, $\omega_{11}^2 = 1$, $= 0{,}003$, $h_1^2 = 0{,}00468$

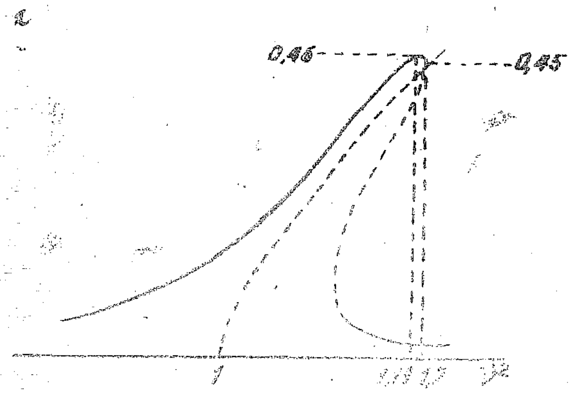
ɔng biểu diễn như hình (3)



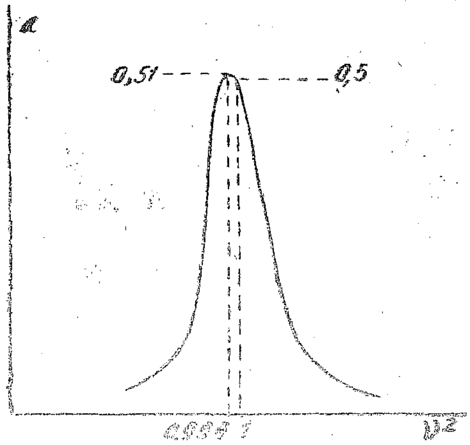
Hình 3

2) Nếu $\mathcal{C}_1 < 0$, tức là $\frac{k^2}{6}\pi^4\left(\frac{1}{b^4} + \frac{1}{C^4}\right) < k_1$ hệ có đặc trưng cứng.

Trên hình (4), vẽ ứng với $\mathcal{C}_1 = 1$, $\omega_{11}^2 = 1$, $E_1^2 = 0{,}003$, $h_1^2 = 0{,}00312$.



Hình 4



Hình 5

3) Nếu $\mathcal{C}_1 = 0$, tức là $\frac{k_2}{6}\pi^4\left(\frac{1}{b^4} + \frac{1}{c^4}\right) = k_1$. Tính chất phi tuyến của hàm F bị đi, hệ chuyển động theo quy luật của hàm F tuyến tính. Trên hình (5) vẽ ứng với $= 0{,}003$, $h_1^2 = 0{,}001$, $\omega_{11}^2 = 1$

Qua 3 đồ thị này chúng ta thấy: Tất cả các giá trị a_{0max} đều lớn hơn giá trị a_1, là giao điềm giữa đường phân nhánh với đường biên độ, vài phần trăm. Ngược lại tất cả các giá trị ν_0^2 để đạt a_0 max đều nhỏ hơn giá trị ν_1^2 để đạt a_1 cỡ vài phần trăm. Tính chất đó càng rõ nếu hệ số cản h càng nhỏ

4 KẾT LUẬN

1) Đã sử dụng phương pháp tiệm cận [2] giải trực tiếp bài toán trên, mà không cần đưa về phương trình vi phân thường như [1].

Nhận xét rằng, phương pháp tiệm cận [2] có thề giải được nhiều bài toán dao động đàn hồi 2 chiều hoặc phương trình đạo hàm riêng cấp cao có điều kiện biên phi tuyến.

2) Nếu cho rằng, nền đàn hồi có một hệ số nền ($k_1 \neq 0$, $k_2 = 0$) thì bản sẽ dao động theo chế độ đặc trưng cứng, hình (4). Tính chất đó chỉ phụ thuộc vào hệ số nền k_1 mà không phụ thuộc vào kích thước của bản

Coi nền đàn hồi có hai hệ số nền ($k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$) thì bản sẽ dao động theo một trong 3 chế độ, hệ có đặc chưng cứng hay đặc trưng mềm hoặc theo quy luật của hàm F tuyến tính. Tính chất đó không những chỉ phụ thuộc vào các hệ số k_1, k_2 mà còn phụ thuộc vào kích thước của bản, b, c. Có thề chọn được các thông số b, c k_1, k_2 để được chế độ dao động cần thiết Đó là kết quả mới đã thu nhận được

Địa chỉ
Đại học Mỏ — Địa chất

Nhận ngày 26/12/1981

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1 ВОЛЬМИР А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек Изд. Наука, Москва, 1972.

2 МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю.А., МОСЕЕНОВ В.И. Асимптотические решения уравнений в частных производных Изд. КГУ, Киев, 1978.

3. БОГОЛЮБОВ Н. Н., МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний Изд. Наука, 1963.

4. TRẦN LƯU CHƯƠNG, PHẠM SĨ LIÊM. Lý thuyết bản và vỏ mỏng đàn hồi. Phòng nghiên cứu Toán cơ thuộc U.B.K.H.K.T.N.N

5. NGUYỄN VĂN ĐẠO. Những phương pháp cơ bản của lý thuyết dao động phi tuyến. Nhà xuất bản Đ.H. và T.H.C.N Hà Nội 1971

SUMMARY

SCILLATION OF THE RECTANGULAR THIN PLATE ON THE ELASTIC FLOOR WITH TWO COEFFICIENTS OF THE FLOOR

In his paper, the author has used asymptotic method to study the oscillatory effect of the recangular plate on the elastic floor with two coefficients. By considering the floor with two oefficients, the plate will be subjected to one of three

follwing ribrestory types : the system solid or a soft matter it vibrates as a linear eqution. We could choose parameters to have a necessary oscillatory kind. It is an unexpectednew result, we have obtained.