

BÀI TOÁN LIÊN HỢP VỀ ĐỐI LƯU TỰ NHIÊN CỦA CHẤT LỎNG PHI NIU TON TRONG KÊNH THẲNG ĐỨNG

VŨ DUY QUANG

VẤN đề đối lưu hỗn hợp (tự nhiên và cưỡng bức) của chất lỏng phi niu ton gần đây được nghiên cứu khá mạnh [1-3] vì nó có một tầm quan trọng đặc biệt và có một ý nghĩa thực tiễn kinh tế rất lớn. Chẳng hạn như việc khoan lỗ (các lỗ thẳng và lỗ nghiêng) đến các mỏ dầu, mỏ khí, mỏ chất khoáng và giếng nước. Các dung dịch có đất sét để rửa để trét lỗ khoan được dùng trong quá trình này rất đắt và hiếm. Các dung dịch này (chất lỏng phi niu ton) lấy nhiệt từ dụng cụ khoan, đưa lên mặt đất những đất đá đã được khoan, cản trở dầu khí phụt lên, dùng làm lớp bôi trơn để quay các ống dẫn và tạo ra một lớp thành mỏng trong lỗ khoan để ngăn cản đất đá sụt lở. Trong quá trình khoan và khi nâng hạ cũng như khi sử dụng lỗ khoan, đối lưu hỗn hợp đóng một vai trò quan trọng. Trong các hệ thống trao đổi nhiệt của lò phản ứng, sự chuyển động tuần hoàn của các thể bọt nhão của nhiên liệu ôxit hạt nhân Uran và thori cũng là vấn đề mà trong đó đối lưu hỗn hợp của chất lỏng phi niu ton đóng một vai trò quyết định.

Trong bài báo này chúng tôi trình bày cách đặt bài toán về đối lưu tự nhiên của chất lỏng phi Niu ton (chất lỏng theo quy luật số mũ) dưới dạng tổng quát và lời giải của một vài trường hợp cụ thể.

§1. ĐẶT BÀI TOÁN

Khảo sát đối lưu một chiều, dừng của chất lỏng phi Niu ton trong kênh thẳng đứng rộng $2l$, thành dẫn nhiệt có độ dày h . Ở hai biên ngoài nhiệt độ không đổi và chênh lệch nhau một lượng $2\Delta T$. Trên thành có hai nguồn nhiệt không đổi và phân bố đều, q_1 ở thành trái, q_2 ở thành phải. Chất lỏng phi Niu ton ở trong kênh tuân theo quy luật số mũ

$$\tau = k \left| \frac{dv}{dx} \right|^{n-1} \frac{dv}{dx}$$

Trong chất lỏng có nguồn nhiệt $q = \text{const}$ phân bố đều. Từ phương trình liên tục suy ra $v = v(x)$. Ta giả thiết $T = T(x)$. Ở chế độ chảy một chiều hoàn toàn, hệ phương trình đối lưu tự nhiên có dạng [1]:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{k}{\rho} \frac{d}{dx} \left(\left| \frac{dv}{dx} \right|^{n-1} \frac{dv}{dx} \right) + g\beta T = C \quad (1.1)$$

$$0 = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + q \quad (1.2)$$

Phương trình dẫn nhiệt đối với hai thành

$$\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} = -q_1, \quad -(h+D) \leq x \leq -l \quad (1.3)$$

$$\lambda_1 \frac{d^2 T_1}{dx^2} = -q_2, \quad l \leq x \leq h+l \quad (1.4)$$

Ở đây trục x vuông góc với hai thành, trục y hướng lên và song song với hai thành, thành phần vận tốc theo trục y , T, T_1 - nhiệt độ trong chất lỏng và trong thành.

ρ - khối lượng riêng;
 p - áp suất;
 g - gia tốc trọng trường
 β - hệ số giãn nở nhiệt,
 λ - hệ số dẫn nhiệt,
 C - hằng số tích biến

Trong trường hợp tổng quát hệ số đậm đặc của chất lỏng k và thông số phi tuyến lưu biến n phụ thuộc vào nhiệt độ. Các công trình nghiên cứu cho thấy khi đốt nóng $k \rightarrow \mu$; $n \rightarrow 1$, trong đó μ - hệ số nhớt động lực. Vì vậy có thể cho các hệ số đó dạng phụ thuộc sau đây:

$$k(T) = A \exp(-bT/T_0)$$

$$n(T) = 1 - f(T) \text{ khi } \frac{df(T)}{dT} < 0$$

có nghĩa là $k \rightarrow A \exp(-b) = \mu$; $f(T) \rightarrow 0$

ở đây A, b là hằng số.

Nguồn nhiệt trong chất lỏng q có thể dương hoặc âm, cố định hay thay đổi. Trên biên của thành với chất lỏng, vận tốc có thể bằng hay khác không (đối với trường hợp có phản ứng hóa học) và thỏa mãn điều kiện liên tục của nhiệt độ và dòng nhiệt (điều kiện liên hợp).

§ 2. KHẢO SÁT TRƯỜNG HỢP KHI CÁC TÍNH CHẤT NHIỆT VẬT LÝ CỦA CHẤT LỎNG KHÔNG PHỤ THUỘC VÀO NHIỆT ĐỘ

Để viết hệ phương trình dưới dạng không thứ nguyên ta dùng các đại lượng đặc trưng độ dài, vận tốc và nhiệt độ tương ứng sau đây:

$l; V = (\rho g \beta \Delta T_1^{n+1}/k)^{1/n}$; ΔT , Nếu đưa vào các đại lượng không thứ nguyên $\tilde{x} = x/l$; $\tilde{v} = v/V$; $\theta = (T - T_0)/\Delta T$ thì hệ phương trình (1.1) - (1.4) sẽ có dạng (để viết đơn giản, ta bỏ dấu \sim):

$$\frac{d}{dx} \left(\left| \frac{dv}{dx} \right|^{n-1} \frac{dv}{dx} \right) + \theta = F \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + S = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{d^2\theta_1}{dx^2} = -S_1, -\left(1 + \frac{h}{l}\right) \leq x \leq -1 \quad (2.3)$$

$$\frac{d^2\theta_1}{dx^2} = -S_2, +1 \leq x \leq \left(1 + \frac{h}{l}\right) \quad (2.4)$$

Các điều kiện biên sẽ là:

$$x = \pm 1: v = 0; \theta = \theta_1; \frac{d\theta}{dx} = \frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{d\theta_1}{dx}; \quad (2.5)$$

$$x = \pm \left(1 + \frac{h}{l}\right): \theta_1 = \pm 1;$$

$$\int_{-1}^{+1} v dx = 0 \text{ (điều kiện đóng kín)}$$

Ở đây F - hằng số tích biến; $S = \frac{q\lambda^2}{\gamma\Delta T}$ - nguồn nhiệt không thứ nguyên.

Điều kiện biên đối với nhiệt độ của chất lỏng có thể viết dưới dạng khác bằng cách giải phương trình (2.3), (2.4) với điều kiện biên tương ứng (2.5). Ta sẽ có:

$$\begin{aligned} x = -1: \frac{d\theta}{dx} &= \frac{1+\theta}{\psi\psi_1} - \frac{S_1\psi_1}{2\psi} \\ x = +1: \frac{d\theta}{dx} &= \frac{1-\theta}{\psi\psi_1} + \frac{S_2\psi_1}{2\psi} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Trong đó $\psi = \frac{\lambda}{\lambda_1}$; $\psi_1 = \frac{h}{l}$ - đặc trưng cho tỉ số của hệ số dẫn nhiệt và độ dày giữa chất lỏng và thành.

Khi $\psi\psi_1 = 0$, có nghĩa là thành không có độ dày ($h = 0$) hoặc thành có độ dẫn nhiệt vô hạn ($\lambda_1 \rightarrow \infty$), ta sẽ nhận được điều kiện biên quen thuộc của nhiệt độ [4]: $\theta(\pm 1) = \pm 1$.

Giải (2.2) với điều kiện biên (2.6) ta có:

$$\theta = \frac{S}{2}(1+2\psi\psi_1) + \frac{\psi_1^2}{4}(S_2 + S_1) + \frac{4 + \psi_1^2(S_2 - S_1)}{4(1 - \psi\psi_1)}x - \frac{S}{2}x^2 \quad (2.7)$$

Thay (2.7) vào (2.1):

$$\frac{d}{dx} \left(\left| \frac{dv}{dx} \right|^{n-1} \frac{dv}{dx} \right) = F - E - 2Bx + 3Dx^2 \quad (2.8)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} 3D &= \frac{S}{2}; \quad 2B = \frac{4 + \psi_1^2(S_2 - S_1)}{4(1 + \psi\psi_1)} \\ E &= \frac{\psi_1^2}{4}(S_2 + S_1) + \frac{S}{2}(1 + 2\psi\psi_1) \end{aligned}$$

Từ phương trình (2.8) ta được

$$v = \int \left| Dx^3 - Bx^2 + (F - E)x + D_1 \right|^{1/n} \text{sign}(Dx^3 - Bx^2 + (F - E)x + D_1) dx + D_2 \quad (2.9)$$

trong đó D_1, D_2 - hằng số tích phân được xác định từ điều kiện biên của vận tốc.

§ 3. KHẢO SÁT MỘT SỐ TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT

- Chất lỏng Niu ton ($n = 1$). Khi đó profile vận tốc có dạng:

$$v = \frac{S}{24}(x^4 - 1) + \frac{4 + \psi_1^2(S_2 - S_1)}{24(1 + \psi\psi_1)}(x - x^5) - \frac{S}{20}(x^2 - 1)$$

Đó là trường hợp tác giả đã nghiên cứu trong [5]

Cần nhận xét rằng khi nguồn nhiệt trong hai thành bằng nhau ($q_1 = q_2$) thì vận tốc không còn phụ thuộc vào chúng nữa. Điều đó cũng dễ hiểu, bởi vì chuyển động đối lưu chỉ gây ra do độ chênh lệch nhiệt độ giữa hai thành và nguồn nhiệt ở trong chất lỏng.

- Trường hợp không có nguồn nhiệt trong chất lỏng ($S = 0$) và thành không có độ dày ($h = 0$) hay có độ dẫn nhiệt vô hạn ($\lambda_1 \rightarrow \infty$) $\psi\psi_1 = 0$. Khi đó phân bố vận tốc trong chất lỏng sẽ là:

$$v = \int_0^x \left| -\frac{x^2}{2} + D_1 \right|^{1/n} \text{sign} \left(-\frac{x^2}{2} + D_1 \right) dx$$

Trường hợp này đã được Xemakin nghiên cứu kỹ trong [6]

— Xét trường hợp $S = S_1 = S_2 = 0$

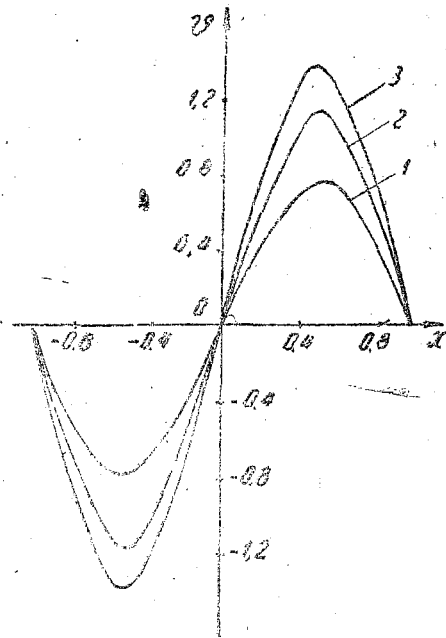
Khi đó dễ dàng nhận được dạng prôfin của nhiệt độ và vận tốc:

$$\theta = \frac{x}{1 + \psi\psi_1}$$

$$v = \int_0^x \left| -\frac{x^2}{2(1 + \psi\psi_1)} + D_1 \right|^{1/n} \text{sign} \left(-\frac{x^2}{2(1 + \psi\psi_1)} + D_1 \right) dx \quad (3.1)$$

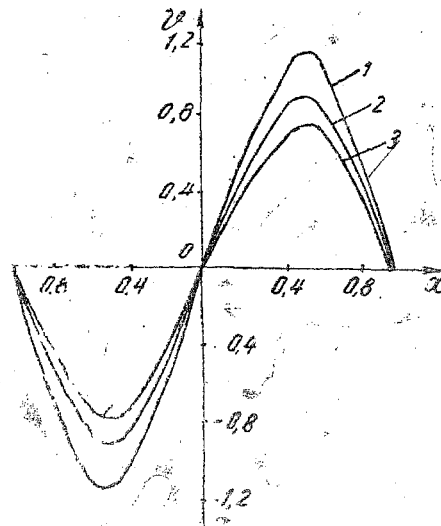
Hằng số tích phân D_1 được xác định từ điều kiện biên.

Kết quả tính toán được biểu diễn trên đồ thị hình 1, 2. Từ hình vẽ ta thấy prôfin vận tốc có hai điểm cực trị với độ lớn bằng nhau. Đồ thị hoàn toàn đối xứng qua tâm O. Với giá trị $\psi\psi_1$ cố định, đối với chất lỏng dilatan ($n > 1$) phân bố vận tốc có cực trị nhọn hơn khi n tăng. Điều đó phù hợp với kết quả trong [6]. Đối với một loại chất lỏng (n cố định) đối lưu giảm khi $\psi\psi_1$ tăng. Điều đó hoàn toàn hợp lý bởi vì khi độ dày của thành hoặc độ dẫn nhiệt của nó giảm thì ảnh hưởng của độ chênh nhiệt độ đến chất lỏng trong kênh giảm; nghĩa là chuyển động đối lưu giảm.



Hình 1

Các prôfin vận tốc khi $\psi\psi_1 = 3$.
1 - $n = 2$; 2 - $n = 3$; 3 - $n = 4$



Hình 2

Các prôfin vận tốc khi $n = 2$.
1 - $\psi\psi_1 = 1$; 2 - $\psi\psi_1 = 2$; 3 - $\psi\psi_1 = 3$

Tác giả chân thành cảm ơn đồng chí Nguyễn Tiến Long đã giúp đỡ trong việc tính toán.

Địa chỉ:
Đại học Bách khoa

Nhận ngày 30/3/1981

1. ШУЛЬМАН З. П. Конвективный теплоперенос реологических сложных жидкостей. М., Энергия, 1975.
2. ШУЛЬМАН З. П., БАЙКОВ В. И., ЗАЛЫЦЕНДЛЕР Э. А. Тепло — и массообмен при свободной конвекции в не-newтоновских жидкостях. Минск, 1975.
3. Механика жидкости и газа. (Итоги науки и техники) М., 1978, том II.
4. ГЕРШУНИ Г. З., ЖУХОВИЦКИЙ Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Наука, М., 1972.
5. ВУ ЗУЙ КУАНГ. Сопряженная задача естественной конвекции в вертикальном канале с тепловыделениями от высокочастотного электрического тока. Инженерно — физический Журнал, том 26, №4, 1974.
6. СЕМАКИН И. Г. Механика Жидкости и Газа, №4, 1972.

РЕЗЮМЕ

СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ НЕ-NEWТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ

Рассмотрена сопряжённая задача естественной конвекции не-newтоновской жидкости со степенным законом в вертикальном канале. Обсуждена общая постановка проблемы. Изучены конкретные случаи. Показано, как влияют на конвекцию параметры задачи.

TRAO ĐỔI HỢP TÁC NGHIÊN CỨU KHOA HỌC

Nhằm phối hợp chặt chẽ giữa công tác nghiên cứu Cơ học với công tác thiết kế tàu thủy, ngày 6 tháng 3 năm 1982, viện trưởng viện Cơ học Nguyễn Văn Đạo đã tiến hành cuộc trao đổi với viện trưởng Viện Nghiên cứu thiết kế tàu thủy Trịnh Xương.

Tham gia cuộc trao đổi có đông đảo cán bộ chủ trì các ngành và các bộ phận thuộc hai viện.

Cuộc trao đổi đã diễn ra trong không khí thân mật, đoàn kết và cơ bản đã nhất trí:

1. Tiếp tục thực hiện hợp đồng nghiên cứu khoa học về tàu hai thân và tàu xi măng lưới thép.
2. Xúc tiến nghiên cứu phương tiện vận chuyển các kết cấu đặc biệt ra thêm lục địa.
3. Tổ chức xemina để giới thiệu và trao đổi về các nhiệm vụ và kết quả nghiên cứu thu được;
4. Nghiên cứu tổ chức một liên hợp Khoa học — Kỹ thuật giữa hai viện, trước mắt phối hợp xây dựng một bể thử về tính năng và độ bền của tàu thủy.