Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982 Số 1 (trang (14–18)

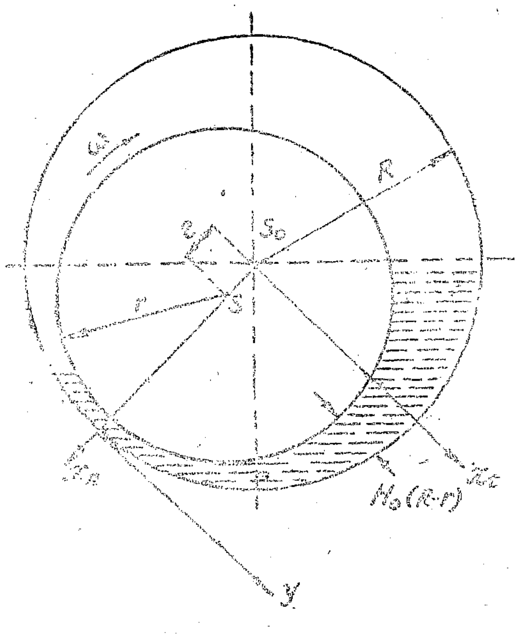
ỔN ĐỊNH CỦA TRỤC QUAY CHỊU KÍCH ĐỘNG THAM SỐ ĐẶT TRÊN CÁC Ổ TRƯỢT

NGUYỄN HẢI

NHIỀU tác giả đã khảo sát dao động tham số của trục quay gắn một số đĩa đặt trên các gối tựa đàn hồi không đẳng hướng [1]. Trong bài này chúng tôi quan tâm đến một trường hợp khá phổ biến trong kỹ thuật, đó là trục quay gắn một đĩa đặt trên hai ổ trượt. Các máy có tốc độ lớn thường dùng ổ trượt, trong đó có áp suất thủy động của lớp dầu bôi trơn tác dụng lên ngỗng trục. Chúng tôi khảo sát ảnh hưởng của lực này đến miền không ổn định của trục quay.

§ 1. TÍNH TOÁN ÁP SUẤT THỦY ĐỘNG CỦA LỚP DẦU BÔI TRƠN TRONG Ổ TRƯỢT

Xét ổ trượt dài L, bán kính lót ổ là R, bán kính ngỗng trục là r. Độ nhớt động lực của lớp dầu bôi trơn trong ổ là μ (hình 1). Giả sử ngỗng trục chịu tải trọng Q, khi chưa quay ngỗng trục tiếp xúc trực tiếp với lót ổ. Vì đường kính của lót ổ bao giờ cũng lớn hơn đường kính của ngỗng trục cho nên giữa chúng luôn luôn có khe hở và tâm S của ngỗng trục nằm lệch với tâm S_0 của lót ổ một đoạn là e. Khi quay ngỗng trục cuốn dầu vào khe hở này, dầu bị ép tạo nên áp suất lớn. Khi ngỗng trục quay với vận tốc góc ω đủ lớn, áp suất của dầu khá lớn, ngỗng trục được nâng lên. Lúc này ổ trượt làm việc với chế độ bôi trơn ma sát ướt. Để thuận lợi cho việc xác định áp suất chúng ta đưa ra các đại lượng không thứ nguyên



Hình 1

$$P = \frac{1}{6\mu\omega}\left(\frac{R-r}{r}\right)^2 p,$$

$$\varphi = \frac{y}{r}, \qquad \xi = \frac{x}{L}, \qquad a = \frac{r}{L},$$

khi đó áp suất P được xác định bởi phương trình [2]

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial\varphi}\right) + a^2\frac{\partial}{\partial\xi}\left(H^3\frac{\partial P}{\partial\xi}\right) = -\frac{\partial H}{\partial\varphi} + \frac{2}{\omega}\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (1.1)$$

trong đó H là khoảng cách không thứ nguyên giữa lót ổ và ngỗng trục

$$H = H_o - x_n\cos\varphi - x_t\sin\varphi, \qquad H_o = 1 - \frac{e}{R-r}\cos\varphi$$

Để giải phương trình (1. 1) chúng ta giả thiết độ lệch x_n, x_t từ điểm đang xét đến các phương pháp tuyến và tiếp tuyến là đủ nhỏ, do đó với độ chính xác cần thiết có thể chỉ lấy các từ cấp một trong đại lượng H^3 và trong khai triển Taylor của hàm áp suất P tại lân cận (φ, ξ, o, o, o, o). Sau khi biến đổi chúng ta nhận được

$$P(\varphi, \xi, x_n, x_t, \dot{x}_n, \dot{x}_t) = P_o(\varphi, \xi) + P_1(\varphi, \xi)x_n + P_2(\varphi, \xi)x_t + \\ + \frac{2}{\omega} P_3(\varphi, \xi)\dot{x}_n + \frac{2}{\omega}\frac{R-r}{e\omega} P_o(\varphi, \xi)\dot{x}_t,$$

trong đó P_o, P_1, P_2, P_3 được xác định từ các phương trình sau:

$$\mathcal{L}(P_o) = -\frac{\partial H_o}{\partial\varphi},$$

$$\mathcal{L}(P_1) = 3\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H_o^2\cos\varphi\frac{\partial P_o}{\partial\varphi}\right) + a^2H_o^2\cos\varphi\frac{\partial^2P_o}{\partial\xi^2}\right] - \sin\varphi,$$

$$\mathcal{L}(P_2) = 3\left[\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H_o^2\sin\varphi\frac{\partial P_o}{\partial\varphi}\right) + a^2H_o^2\sin\varphi\frac{\partial^2P_o}{\partial\xi^2}\right] + \cos\varphi,$$

$$\mathcal{L}(P_3) = -\cos\varphi, \tag{1.2}$$

trong đó $\mathcal{L}$ là toán tử $\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(H_o^3\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) + a^2\frac{\partial}{\partial\xi}\left(H_o^3\frac{\partial}{\partial\xi}\right)$

Các phương trình (1. 2) được giải bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Phương pháp này có nhiều ưu việt kể cả kết qủa nhận được và thuật toán [3, 5]. Sau khi giải chúng ta nhận được thành phần áp suất N_n, N_t trên các trục pháp tuyến và tiếp tuyến. Để thuận lợi chúng ta chuyển chúng sang hệ tọa độ cố định oxy và sau khi biến đổi nhận được

$$\begin{aligned} N_x &= N_{sx} - \frac{1}{\omega}\left(h_{11}\dot{x} + h_{12}\dot{y}\right) - (k_{11}x + k_{12}y) \\ N_y &= N_{sy} - \frac{1}{\omega}\left(h_{21}\dot{x} + h_{22}\dot{y}\right) - (k_{21}x + k_{22}y) \end{aligned} \tag{1.3}$$

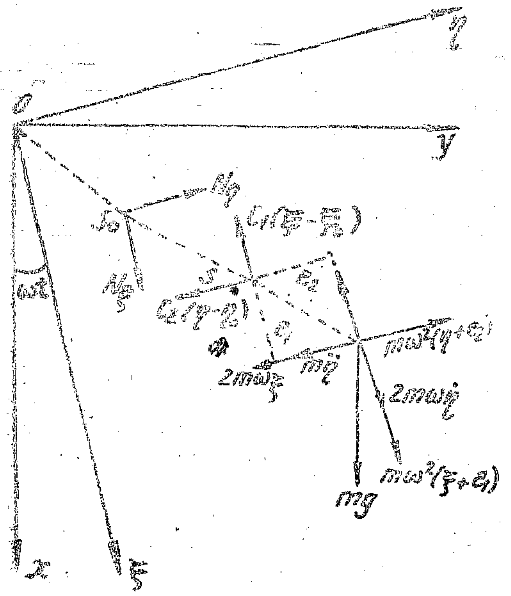
Các kết quả tính toán bằng số các hệ số h_{ij}, k_{ij} ở phần sau. Từ biểu thức áp suất thủy động (1.3) chúng ta nhận thấy các thành phần $\frac{1}{\omega}h_{ij}$, k_{ij} đóng vai trò như thành phần độ tắt và độ cứng của lớp dầu bôi trơn. Các thành phần độ tắt tỷ lệ nghịch với vận tốc góc quay ω của trục. Khi trục quay với vận tốc ω nhỏ các thành phần này sẽ rất lớn. Điều này sẽ ảnh hưởng đến miền không ổn định xét sau này.

§ 2. PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG CỦA TRỤC QUAY ĐẶT TRÊN HAI Ổ TRƯỢT

Xét trục quay có độ cứng theo hai phương vuông góc với nhau là C_1, C_2 ($C_1 \neq$ [illegible]) gắn một đĩa ở giữa và được đặt trên hai ổ trượt. Để thuận lợi chúng ta xét chuyển động [illegible] hệ trong hệ tọa độ quay $o\xi\eta$. Ký hiệu tọa độ tâm của đĩa là S (ξ, η) và tọa độ tâm của [illegible] trượt là S_o (ξ_o, η_o), độ lệch tâm của đĩa là (e_1, e_2). Giả thiết trục quay với vận tốc góc không đổi và bằng ω và bỏ qua hiệu ứng con quay. Trên hình 2. biểu diễn các lực hoạt và các lực quán tính tác dụng vào hệ. Từ nguyên lý Đalambe chúng ta nhận được phương trình chuyển động của hệ trong hệ tọa độ quay $o\xi\eta$.

$$m(\ddot{\xi} - 2\omega\dot{\eta} - \omega^2\xi) + C_1(\xi - \xi_o) = m e_1\omega^2 + mg\cos\omega t,$$

$$m(\ddot{\eta} + 2\omega\dot{\xi} - \omega^2\eta) + C_2(\eta - \eta_o) = m e_2 \omega^2 - mg \sin \omega t,$$
$$C_1(\xi - \xi_o) - N_\xi = 0$$
$$C_2(\eta - \eta_o) - N_\eta = 0$$



Hình 2

Trong phương trình (2.1) N_ξ, N_η là áp suất thủy động của lớp dầu bôi trơn tính trong hệ tọa độ $0\xi\eta$. Chúng là các đại lượng biến thiên tuần hoàn của thời gian. Chuyển phương trình chuyển động (2.1) sang hệ tọa độ cố định oxy, sau khi biến đổi chúng ta nhận được phương trình

$$m\ddot{x} + \left(\frac{C_1 + C_2}{2} + \frac{C_1 - C_2}{2}\cos 2\omega t\right)(x - x_o) + \frac{C_1 - C_2}{2}\sin 2\omega t\,(y - y_o) = m\omega^2(e_1\cos\omega t - e_2\sin\omega t) + mg$$

$$m\ddot{y} + \left(\frac{C_1 + C_2}{2} + \frac{C_1 - C_2}{2}\cos 2\omega t\right)(y - y_o) + \frac{C_1 - C_2}{2}\sin 2\omega t\,(x - x_o) = m\omega^2(e_1\sin\omega t + e_2\cos\omega t)$$

$$\left(\frac{C_1 + C_2}{2} + \frac{C_1 - C_2}{2}\cos 2\omega t\right)(x - x_o) + \frac{C_1 - C_2}{2}\sin 2\omega t\,(y - y_o) + \frac{1}{\omega}(h_{11}\dot{x}_o + h_{12}\dot{y}_o) + k_{11}x_o + k_{12}y_o = 0 \qquad (2.2)$$

$$\left(\frac{C_1 + C_2}{2} + \frac{C_1 - C_2}{2}\cos 2\omega t\right)(y - y_o) + \frac{C_1 - C_2}{2}\sin 2\omega t\,(x - x_o) + \frac{1}{\omega}(h_{21}\dot{x}_o + h_{22}\dot{y}_o) + k_{21}x_o + k_{22}y_o = 0$$

trong đó (x, y) và (x_o, y_o) là tọa độ tâm của đĩa và tâm của ổ trượt trong hệ tọa độ cố định oxy.

§ 3. MIỀN KHÔNG ỔN ĐỊNH CỦA HỆ

Để xác định miền không ổn định của hệ chúng ta chỉ quan tâm đến phương trình thuần nhất của nó. Sau khi biến đổi phương trình thuần nhất của phương trình (2.2) chúng ta nhận được phương trình dưới dạng ma trận sau:

$$\dot{u} + (B_o + B_C\cos 2\tau + B_S\sin 2\tau)\,u = 0 \qquad (3.1)$$

trong đó dấu chấm ký hiệu đạo hàm theo τ ($\tau = \omega t$) và

$$u = [\dot{x}, \dot{y}, x, y, x_o, y_o]^T,$$
$$B_o = A^{-1}\tilde{B}_o,\; B_C = A^{-1}\tilde{B}_C,\; B_S = A^{-1}\tilde{B}_S$$

$$A = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ m & 0 & 0 & 0 & \frac{h_{11}}{\omega^2} & \frac{h_{12}}{\omega^2} \\ 0 & m & 0 & 0 & \frac{h_{21}}{\omega^2} & \frac{h_{22}}{\omega^2} \end{bmatrix} \qquad \tilde{B}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{C_1+C_2}{2\omega^2} & 0 & -\frac{C_1+C_2}{2\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_1+C_2}{2\omega^2} & 0 & -\frac{C_1+C_2}{2\omega^2} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{11}}{\omega^2} & \frac{k_{12}}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k_{21}}{\omega^2} & \frac{k_{22}}{\omega^2} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{C_1-C_2}{2\omega^2} & 0 & \frac{C_2-C_1}{2\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_2-C_1}{2\omega^2} & 0 & \frac{C_1-C_2}{2\omega^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \tilde{B}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{C_1-C_2}{2\omega^2} & 0 & \frac{C_2-C_1}{2\omega^2} \\ 0 & 0 & \frac{C_1-C_2}{2\omega^2} & 0 & \frac{C_2-C_1}{2\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nghiệm của phương trình (3. 1) được tìm dưới dạng

$$u = e^{\lambda\tau} v(\tau) \tag{3.2}$$

trong đó $v(\tau)$ là hàm tuần hoàn chu kỳ 2π của τ. Khai triển $v(\tau)$ thành chuỗi Phurie

$$v(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} (v_k \cos k\tau + w_k \sin k\tau)$$

và thay vào phương trình (3. 1). Để nghiệm là tuần hoàn thì trong xấp xỉ thứ nhất các hệ số của $\cos\tau$ và $\sin\tau$ phải bằng không. Từ đó chúng ta nhận được

$$\lambda v_1 + W_1 + B_o v_1 + \frac{1}{2} B_c v_1 + \frac{1}{2} B_s W_1 = 0$$

$$\lambda W_1 - v_1 + B_o W_1 - \frac{1}{2} B_c W_1 + \frac{1}{2} B_s v_1 = 0$$

hoặc dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \lambda E + B_o + \frac{1}{2} B_c & E + \frac{1}{2} B_s \\ -E + \frac{1}{2} B_s & \lambda E + B_o - \frac{1}{2} B_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ W_1 \end{bmatrix} = 0$$

Điều kiện cần và đủ để nghiệm v_1, w_1 không tầm thường là định thức các hệ số của chúng phải bằng không, nghĩa là

$$\begin{vmatrix} \lambda E + B_o + \frac{1}{2} B_c & E + \frac{1}{2} B_s \\ -E + \frac{1}{2} B_s & \lambda E + B_o - \frac{1}{2} B_c \end{vmatrix} = 0$$

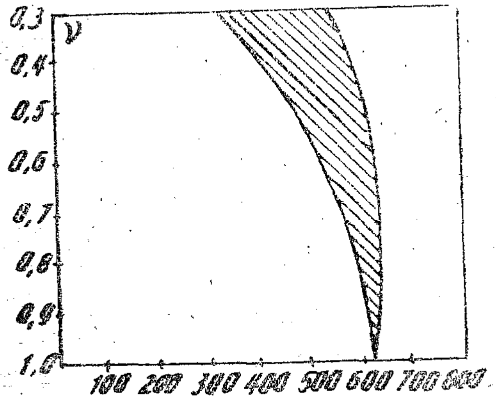
Từ đó nhận thấy rằng λ là số riêng của ma trận.

$$\begin{bmatrix} B_o + \frac{1}{2} B_c & E + \frac{1}{2} B_s \\ -E + \frac{1}{2} B_s & B_o - \frac{1}{2} B_c \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Nghiệm (3.2) của phương trình (3.1) là ổn định nếu mọi số riêng λ_i của ma trận (3.3) có phần thực âm. Từ đó suy ra chuyển động của hệ là ổn định nếu mọi số riêng λ_i có phần thực âm. Trường hợp dù chỉ có một số riêng λ_i nào đó có phần thực dương thì chuyển động của hệ là không ổn định. Việc xác định biên của miền không ổn định gặp phải khó khăn trong tính toán là ma trận (3.3) có cấp khá cao. Tuy nhiên dùng máy tính điện tử có thể khắc phục được khó khăn này. Bài toán trên có thể mở rộng cho trường hợp trục quay gắn nhiều đĩa đặt trên các ổ trượt và có quan tâm đến hiệu ứng con quay.

§4. TÍNH TOÁN BẰNG SỐ

Để minh họa chúng ta xét một ví dụ. Trục quay có chiều dài $l = 1$m, đĩa gắn ở giữa trục và có khối lượng là 100 Kg, chiều dài ổ trượt là $L = 0{,}125$m, bán kính ổ trượt là $R = 0{,}04$m, độ lệch $R - r = 4.10^{-5}$m, độ nhớt động lực của lớp dầu bôi trơn là $\mu = 0{,}001$



Hình 3

Miền không ổn định trên hình 3, phụ thuộc vào tỷ số $\nu = C_1/C_2$

Từ hình vẽ chúng ta nhận thấy rằng miền không ổn định càng mở rộng khi ν càng nhỏ, tức là khi độ cứng theo hai phương vuông góc khác nhau càng lớn. Khi $\nu = 1$ ($C_1 = C_2$) thì miền không ổn định suy biến thành vận tốc tới hạn ω_0. Khác với trường hợp trục quay đặt trên các gối đàn hồi không đẳng hướng, ở đây chỉ có một miền không ổn định tương ứng với vận tốc tới hạn cao hơn. Còn miền không ổn định tương ứng với vận tốc tới hạn thấp bị tắt đi do các thành phần độ tắt của lớp dầu bôi trơn ứng với vận tốc tới hạn này theo nhận xét ở trên là rất lớn.

Địa chỉ :
Đại học Mỏ địa chất

Nhận ngày 1/11/1980

TÀI LIỆU THAM KHAO

1. Tondl A. Kmitania rotorov s nerovnakou tuhostou hriadelu SAV, Bratislava, 1958.
2. Nezval J. Uvod do teoreticke hydrodynamiky tenkych laminarnich vrstev vazkych kapalin. SVUSS. Bechovice. 1970.
3. Zienkiwicz. The finite method in engineering science, London. 1971.
4. Svoboda R. Dicertacni kandidatska prace, SVUSS. Bechovice, 1977.
5. Nguyễn Hải. Dynamika spojiteho rotoru na dvou loziskach, SVUSS, Bechovice, 1977.

SUMMARY

Stability of a rotor excited by parameter and bedded on two radial bearings.

The paper deals with the question of stability of a rotor bedded on two radial bearings, where the effect of the oil film has been taken into consideration.