Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982 Số 1 (trang 7-13)

# MỘT PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH ỨNG SUẤT, BIẾN DẠNG VÀ ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THANH ĐÀN NHỚT

MAI ANH

TRONG những năm gần đây nhiều nước trên thế giới đã đưa vào sử dụng hàng loạt các vật liệu mới như nhôm, thạch cao, các vật liệu dẻo v.v... nhằm đáp ứng những yêu cầu mới của ngành kiến trúc xây dựng cũng như chế tạo máy.

Ngược với các kết cấu làm bằng vật liệu cổ điển, trạng thái ứng suất và biến dạng của các kết cấu làm bằng những vật liệu mới này biến đổi đáng kể theo thời gian, vì thế việc xác định ứng suất biến dạng và ổn định theo thời gian của các loại kết cấu này là cần thiết.

Dưới đây là phương pháp tính toán cho hệ thanh, dựa trên cơ sở quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của Nowacki [1].

## §1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CƠ BẢN CỦA THANH ĐÀN NHỚT CHỊU TÁC DỤNG CỦA LỰC DỌC, BIẾN DẠNG TRƯỚC VÀ CÁC NGOẠI TÁC DỤNG KHÁC

Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong một vật thể đàn nhớt ở trạng thái ứng suất một trục có dạng [1].

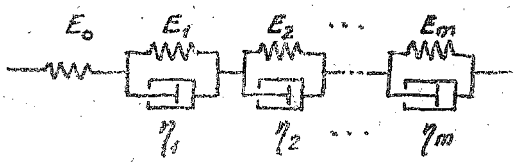
$$P(D) \cdot \sigma(X, t) = Q(D)\,[\varepsilon(X, t) - \alpha_T\, T(X, Z, t)] \tag{1.1}$$

Trong đó: $\alpha_T$: Hệ số dãn nở nhiệt,

$T(X, Z, t)$: Hàm biến đổi của nhiệt độ,

$P(D)$ và $Q(D)$ là các toán tử thời gian.

Đối với vật liệu đàn nhớt tuyến tính, nếu đặc tính cơ học của nó được biểu diễn bằng mô hình Kelvin tổng quát (hình 1) các toán tử thời gian trên có dạng




*Hình 1:* Mô hình vật liệu

$$P(D) = a_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial t} + a_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \ldots + a_l \frac{\partial^l}{\partial t^l} = \sum_{k=0}^{l} a_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} \tag{1.2}$$

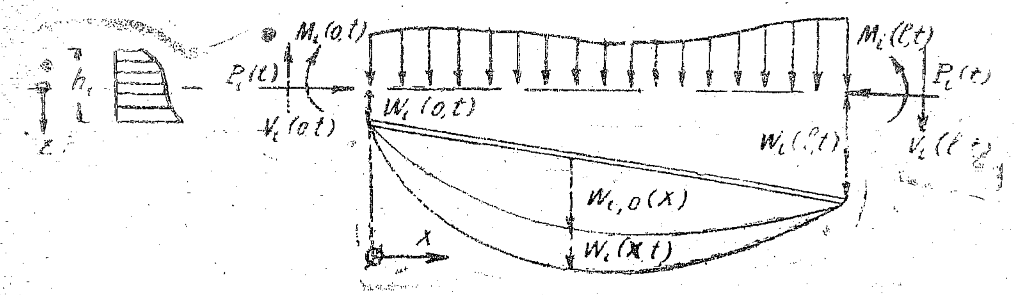
$$Q(D) = b_0 + b_1 \frac{\partial}{\partial t} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \ldots + b_l \frac{\partial^l}{\partial t^l} = \sum_{k=0}^{m} b_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}$$

ở đây $a_k$ $(k = 0, 1, \ldots, l)$ và $b_k$ $(k = 0, 1, \ldots, m)$ là các hằng số vật liệu được xác định bằng thực nghiệm.

Giả thiết tiết diện ngang tồn tại phẳng sau biến dạng, sau khi lấy tích phân (1.1) trên toàn bộ tiết diện ngang ta có

$$P(D)\, M(X, t) = -Q(D)\, J \frac{\partial^2}{\partial X^2} W(X, t) - Q(D)\, \alpha_T \int_F Z\, T(X, Z, t)\, dF \tag{1.3}$$

hay phương trình mômen của một thanh i bất kỳ (hình 2), có điều kiện biên bất kỳ, chịu tác dụng của một lực dọc $P_i$ (t)




*Hình 2*

và các ngoại tác dụng: – Biến dạng trước $W_{i,o}(x)$,

– Lực phân bố ngang $q_i(x, t)$,

– Biến đổi của nhiệt độ $T(x, z, t)$,

$$M_i(X, t) = M_i(0, t) + V_i(0, t)X + M_{i,q}(X, t) + P_i(t)\left\{[W_i(l, t) - W_i(0, t)]\frac{X}{l_i} + W_i(X, t) + W_{i,o}(X)\right\}$$

vào (1.3) và lấy đạo hàm hai vế ta có:

$$P(D)\left\{\frac{\partial^2}{\partial X^2} P_i(t)[W_i(X, t) + W_{i,o}(X)] - q_i(X, t)\right\} +$$

$$Q(D)\, J_i \frac{\partial^4}{\partial X^4} W_i(X, t) + Q(D)\, \alpha_T \frac{\partial^2}{\partial X^2}\int_F ZT(X, Z, t)\, dF = 0$$

Nếu chỉ xét các số hạng tuyến tính theo phương z của hàm nhiệt độ $T(X, Z, t) = \Delta T(X, t)\frac{Z}{h}$

và hạn chế trong trường hợp $P_i(t) = P_i,\ l = m$

thì phương trình vi phân của một thanh đàn nhớt i bất kỳ chịu tải như hình 2 có dạng:

$$\sum_{k=o}^{m} EJ_i \bar{b}_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}\left\{\frac{\partial^4}{\partial X^4} W_i(X, t)\right\} + \sum_{k=o}^{m} a_k P_i \frac{\partial^k}{\partial t^k}\left\{\frac{\partial^2}{\partial X^2} W_i(X, t)\right\} =$$

$$= - a_o P_i \frac{\partial^2}{\partial X^2} W_{i,o}(X) + \sum_{k=o}^{m} a_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} q_i(X, t) - \sum_{k=o}^{m} EJ_i \bar{b}_k \frac{\alpha_T}{h_i}\frac{\partial^k}{\partial t^k}\left\{\frac{\partial^2}{\partial X^2}\Delta T(X,t)\right\} \quad (1.4)$$

ở đây $b_k = E\bar{b}_k$

## §2. LỜI GIẢI CHO BÀI TOÁN ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

Vế phải của (1.4) có thể được viết lại dưới dạng:

$$\sum_S R_{i,S}(X,t) = \sum_S B_{i,S}(X)\,\Phi_{i,S}(t) \quad (2.1)$$

Trong đó – S là loại ngoại tác dụng. Ứng với các số hạng ở vế phải của (1-4) thì

$S = o \rightarrow R_{i,o}(x, t) = - a_o P_i \frac{\partial^2}{\partial X^2} W_{i,o}(x)$ là số hạng do biến dạng trước,

$S = q \rightarrow R_{i,q}(x, t) = q_i(x) \sum_{k=o}^{m} a_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} F_q(t)$ do lực phân bố ngang,

$$S = T \rightarrow B_{i,1}(x,t) = -\sum_{k=o}^{m} EJ_i b_k \frac{\alpha_T}{h_i} \frac{\partial^k}{\partial t^k} F_T(t) \frac{\partial^2}{\partial X^2} \Delta T_i(x)$$ do biến đổi của nhiệt độ.

Ở đây đã giả thiết $q_i(x,t) = q_i(x) \cdot F_q(t)$,

$T_i(x,t) = T_i(x) \cdot F_i(t)$.

$B_{i,S}(x)$ là phần hàm tọa độ của $R_{i,S}(x,t)$. Nếu hàm ngoại tải có thể khai triển Fourie được thì số hạng này có dạng

$$B_{i,S}(X) = \frac{\partial^j}{\partial X^j} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{i,S}^{(n)} \sin n\pi \frac{X}{l_i} \right\} \quad (2.2)$$

$$j = 0,2.$$

$\Phi_{i,S}(t)$ là phần hàm thời gian của $R_{i,S}(x,t)$.

Phương trình (1.4) được giải với vế phải là một số hạng của (2.1). Nghiệm chung sẽ là tổng các nghiệm ứng với số các số hạng ở vế phải.

Để giải (1.4) ta dùng hàm thế có dạng

$$W_{i,S}(X,t) = \sin\alpha_i X \cdot C_{1i,S}(t) + \cos\alpha_i X \cdot C_{2i,S}(t) + C_{3i,S}(t) X + C_{4i,S}(t) + \overline{W}_{i,S}(X) \cdot A_{i,S}(t) \quad (2.3)$$

trong đó: $\alpha_i = \sqrt{P_i/EJ_i}$

$\overline{W}_{i,S}(X) \cdot A_{i,S}(t)$ là nghiệm riêng của (1-4),

$\overline{W}_{i,S}(X)$ là nghiệm của phương trình thanh đàn hồi chịu uốn có lực dọc và các ngoại tác dụng tương tự hình 2.

*Trường hợp dầm liên tục.*

Thay điều kiện $W_{i,S}(l,t) = W_{i,S}(0,t) = 0$ của dầm liên tục trên gối cứng vào (2.3) và dùng phương pháp khử [2] để đưa phương trình vi phân đạo hàm riêng (1.4) theo t và $x$ thành phương trình vi phân thường theo t ta có hệ 3 phương trình vi phân để xác định các hàm thời gian $C_{1i,S}(t)$, $C_{2i,S}(t)$ và $A_{i,S}(t)$.

$$K_{R,i} \sum_{k=o}^{m} (\overline{b}_k - a_k) \frac{\partial^k}{\partial t^k} C_{1i,S}^{(n)}(t) + L_{R,i} \sum_{k=o}^{m} (\overline{b}_k - a_k) \frac{\partial^k}{\partial t^k} C_{2i,S}^{(n)}(t) +$$

$$+ M_{R,i} \frac{\Omega_{i,S}^{(n)}}{\gamma_{i,n}^2} \sum_{k=o}^{m} (\overline{b}_k - \gamma_{i,n} a_k) \frac{\partial^k}{\partial t^k} A_{i,S}^{(n)}(t) = M_{R,i}\, \theta_{i,S}^{(n)} \Phi_{i,S}(t) \quad (2.4)$$

Hệ phương trình này được giải trong vùng biến đổi Laplace. Thay nghiệm của nó vào (2.3) ta có phương trình độ võng của một thanh đàn nhớt $i$

$$W_{i,S}(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left( \sin\alpha_i X + \frac{X}{l_i} \sin \varepsilon_i \right) \left[ \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{G}_o(\xi_k)}{H'(\xi_k)} C_{1i,S}^{(n)}(o) + \right.\right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{G}_1(\xi_k)}{H'(\xi_k)} e^{\xi_k t} \frac{\partial}{\partial t} C_{1i,S}^{(n)}(o) + \dots \right] + \left[ \cos\alpha_i X - \frac{X}{l_i}(\cos\varepsilon_i - 1) - 1 \right]$$

$$\left[ \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{G}_o(\xi_k)}{H'(\xi_k)} C_{2i,S}^{(n)}(o) + \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{G}_1(\xi_k)}{H'(\xi_k)} e^{\xi_k t} \frac{\partial}{\partial t} C_{2i,S}^{(n)}(o) + \dots \right] +$$

$$+ \overline{W}_{i,S}^{(n)}(X) \left[ \frac{\theta_{i,S}^{(n)} \gamma_{i,n}^2}{\Omega_{i,S}^{(n)}} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\overline{\Phi}_{i,S}(P)}{\overline{h}'_{i,n}(P)} \right\} + \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{g}_{oi,n}(\lambda_k)}{\overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} e^{\lambda_k t} A_{i,S}^{(n)}(o) + \right.$$

$$\left.\left. + \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{g}_{1i,n}(\lambda_k)}{\overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} e^{\lambda_k t} \frac{\partial}{\partial t} A_{i,S}^{(n)}(o) + \dots \right] \right\} \quad (2.5)$$

Phương trình góc xoay là

$$\varphi_{i,S}(X,t) = \frac{\partial}{\partial X} W_{i,S}(X,t)$$

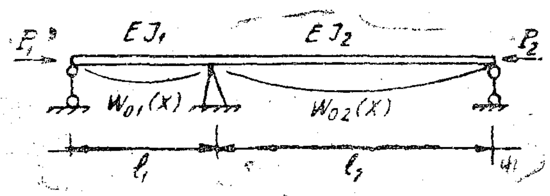
Mômen được xác định từ độ võng nhờ quan hệ giữa mômen và độ võng trong một vật thể đàn nhớt [4]

$$M(X,t) = -EJ\int_{\tau=0}^{t} L(t-\tau)\left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} W(X,\tau) + \frac{\alpha_T}{h}\Delta T(X)\, F_T(\tau)\right] d\tau \qquad (2.6)$$

Phương trình lực cắt được xác định nhờ biểu thức

$$Q_{i,S}(x,t) = \frac{\partial}{\partial x} M_{i,S}(x,t)$$

Trong phương trình độ võng còn chứa các hằng số $C^{(n)}_{1,iS}(0)$, $C^{(n)}_{2i,S}(0)$ và $A^{(n)}_{i,S}(0)$ và các đạo hàm bậc cao của nó $\frac{\partial^k}{\partial t^k} C^{(n)}_{1i,S}(0)$, $\frac{\partial^k}{\partial t^k} C_{2i,S}(0)$ và $\frac{\partial^k}{\partial t^k} A_{i,S}(0)$, $(k = 1,2,\ldots,m)$.




*Hình 3*

| k | $a_k$ | $b_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $0.5522.10^{-4}$ | 0.2794.10 |
| 1 | $2.2261.10^{-2}$ | 0.1353.10 |
| 2 | 0.8331 | 0.5925 |
| 3 | 3.1302 | 2.5531 |
| 4 | 1.0000 | 1.0000 |

Những hằng số này được xác định nhờ điều kiện biên và các điều kiện liên tục của hệ thanh [4].

*Ví dụ tính toán :*

Xét một dầm liên tục hai nhịp (như hình dưới đây) làm bằng GUP (Polyesterharz) được gia cường 27,6% sợi thủy tinh, có các hằng số vật liệu như bảng [5]. Nó chịu tác dụng của

- lực dọc $P_i$
- biến dạng trước

$$W_{i,o}(x) = y_{i,n}\sin\frac{n\pi}{l_i}x$$

Hàm thời gian của nghiệm riêng $A_{i,o}(t)$ cho trường hợp này có dạng

$$A_{i,o}(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left\{-a_o(1-\gamma'_{i,n})\sum_{k=1}^{m}\frac{1-e^{\lambda_k t}}{\lambda_k \bar{h}'_{i,n}(\lambda_k)} + \sum_{k=1}^{m}\frac{\bar{g}_{o i,n}(\lambda_k)}{\bar{h}'_{i,n}(\lambda_k)} e^{\lambda_k t} + \ldots\right\}$$

Các hằng số $C_{1i,o}(0)$ và $C_{2i,o}(0)$ được xác định qua việc giải hệ các phương trình về điều kiện biên và điều kiện liên tục [4]. Từ (2.5) và (2.6) ta có lời giải cho độ võng và mômen trong nhịp 1 như sau

$$W_{1,o}(X,t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\gamma_{1,n}}{1-\gamma_{1,n}} y_{1,n}\left[-(-1)^n\frac{\alpha^{(n)}_{E,1}}{\varepsilon_D}\left(\sin\alpha_1 X - \frac{X}{l_1}\sin\varepsilon_1\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left.\sin\frac{n\pi}{l_1}X\right] A^{(n)}_{1,0}(t) + \frac{\gamma_{2,n}}{1-\gamma_{2,n}} y_{2,n}\frac{\alpha^{(n)}_{E,2}}{\varepsilon_D}\left(\sin\alpha_1 X - \frac{X}{l_1}\sin\varepsilon_1\right) A^{(0,n)}_{2,0}(t)\right\}$$

$$M_{1,o}(X,t) = EJ_1\frac{\bar{b}_m}{\alpha_m}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{\gamma_{1,n}}{1-\gamma_{1,n}} y_{1n}\,\alpha^{(n)}_{E,1}\left[-(-1)^n\frac{\alpha_1^2}{\varepsilon_D}\sin_n\alpha_1 X + \alpha^{(n)}_{E,1}\sin\frac{n\pi}{l_1}X\right]\right.$$

$$\left. T^{(n)}_{1,0}(t) + \frac{\gamma_{2,n}}{1-\gamma_{2,n}} y_{2n}\frac{\alpha_{E,2}\,\alpha_1^2}{\varepsilon_D}\sin\alpha_1 X\; T^{(n)}_{2,0}(t)\right\}$$

Trong đó :

$$\gamma_{i,n} = \frac{P_i}{P_E}, \; P_E \to P_{Euler}$$

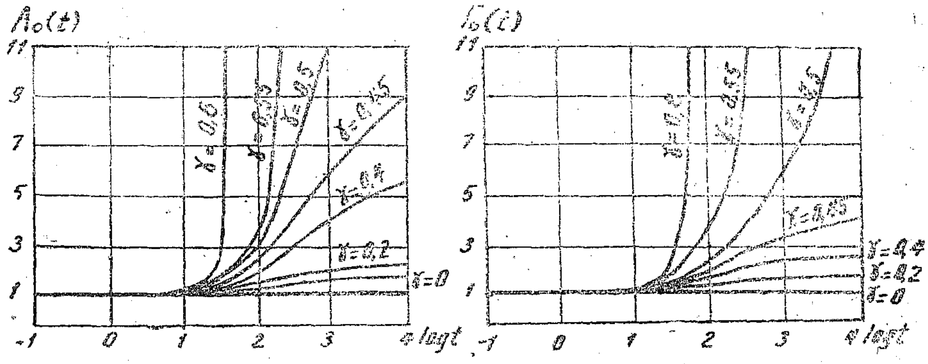
$$\alpha_{Ei} = \frac{h\pi}{l_i}$$

$$T^{(n)}_{i,0}(t) = -a_o(1-\gamma_{i,n})\sum_{k=1}^{m} \frac{1-e^{\lambda_k t}}{\lambda_k \overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} + \sum_{k=1}^{m} \frac{\overline{g}_{01,n}(\lambda_k)}{\overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} e^{\lambda_k t} -$$

$$- a_o(1-\gamma_{i,n}) \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\lambda_k \overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} \cdot \frac{\overline{N}(\psi_j)}{\overline{b}_m \overline{M}'(\psi_j)} \left( \frac{e^{\psi_j t} - 1}{\psi_j} - \frac{e^{\lambda_k t} - e^{\psi_j t}}{\lambda_k - \psi_j} \right)$$

$$+ \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{\overline{g}_{01,n}(\lambda_k)}{\overline{h}'_{i,n}(\lambda_k)} \cdot \frac{\overline{N}(\psi_j)}{\overline{b}_m \overline{M}'(\psi_j)} \cdot \frac{e^{\lambda_k t} - e^{\psi_j t}}{\lambda_k - \psi_j} \; . \qquad i = 1, 2.$$

Dưới đây là đường biểu diễn các hàm $A_{i,o}(t)$ và $T_{i,o}(t)$ cho loại vật liệu này ứng với các trị khác nhau của $\gamma_{i,n}$




*Hình 4*

Xét trường hợp đặc biệt, tại thời điểm $t = 0$, các hàm $A_{i,o}(t)$ và $T_{i,o}(t)$ có trị 1, các lời giải trên trở lại trùng với lời giải đàn hồi.

Tất cả phần tính toán trên có thể được thực hiện nhờ chương trình VISTAB [4]. Chương trình VISTAB được viết bằng FORTRAN IV cho hệ IBM 360, sao cho phép tính chuyển vị và nội lực theo thời gian của dầm liên tục trên gối cứng có số nhịp bất kỳ làm bằng vật liệu đàn nhớt, có hằng số vật liệu cho trước, chịu tác dụng của lực dọc tổ hợp với các ngoại tác dụng :

- Biến dạng trước.
- Lực phân bố ngang.
- Biến đổi của nhiệt độ.

## § 3. LỜI GIẢI CHO BÀI TOÁN ỔN ĐỊNH

Phương trình ổn định của một thanh đàn nhớt theo [4] có dạng

$$\sum_{k=0}^{m} EJ_i \overline{b}_k \frac{\partial^k}{\partial t^k} \left\{ \frac{\partial^4}{\partial x^4} W_i(X, t) \right\} + \sum_{k=0}^{m} a_k P_i \frac{\partial^k}{\partial t^k} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial X^2} W_i(X, t) \right\} = 0 \qquad (3.1)$$

Nghiệm của nó được xác định dưới dạng

$$W_i(X, t) = \sin \alpha_i X C_{1i}(t) + \cos \alpha_i X\, C_{2i}(t) + C_{3i}(t) X + C_{4i}(t)$$

Quá trình xác định các hàm thời gian của lời giải được tiến hành tương tự như trong mục 2. Các điều kiện đầu của các hàm này được xác định nhờ điều kiện biên và liên tục của hệ. Trường hợp dầm liên tục s nhịp, các điều kiện này dẫn tới hệ 2s phương trình để xác định 2s các giá trị ban đầu của hàm thời gian [4].

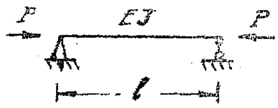
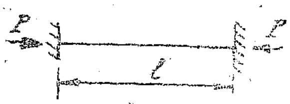
$$\mathbb{R}\,\mathbb{L}\,(0) = 0$$

Trong đó $\mathbb{R}$ là ma trận hệ số của hệ.

Điều kiện mất ổn định của hệ là điều kiện để định thức của ma trận này bằng không.

$$\det\,(\mathbb{R}) = 0$$

Lực tới hạn của hệ được xác định nhờ giải phương trình mất ổn định trên. Bảng dưới đây cho biết lực tới hạn của một số trường hợp đơn giản. Qua các trị này ta thấy, lực tới hạn của thanh đàn nhớt có trục thanh thẳng lý tưởng trùng với lực tới hạn của lời giải đàn hồi. Song nếu thanh có một độ cong trước hoặc chịu tác dụng của một ngoại lực khác thì trong thanh xuất hiện một trạng thái ứng xuất biến dạng. Trạng thái này phụ thuộc vào các hàm thời gian $A_{i,s}$ (t) và $T_{i,s}$ (t) (xem mục 2). Các hàm thời gian này rất nhanh đạt trị vô cùng nếu đa thức $h_{i,n}$ (p) có nghiệm dương. Điều kiện để đa thức này có nghiệm dương là việc đổi dấu của các hệ số.

| | Điều kiện biên | Định thức ổn định | Phương trình ổn định và lực tới hạn |
|---|---|---|---|
| a)  | $M(0, t)=0$<br>$M(l, t)=0$ | $\begin{matrix} 0 & \alpha^2 \\ \alpha^2 \sin\varepsilon & \alpha^2\cos\varepsilon \end{matrix}$ | $\sin\alpha = 0$<br>$P_K = \dfrac{EJn^2\pi^2}{l^2}$ |
| b)  | $\varphi(0, t)=0$<br>$\varphi(l, t)=0$ | $\begin{matrix} \dfrac{\varepsilon-\sin\varepsilon}{l} & \dfrac{\cos\varepsilon-1}{l} \\ \dfrac{\varepsilon\cos\varepsilon-\sin\varepsilon}{l} & \dfrac{1-\varepsilon\sin\varepsilon-\cos\varepsilon}{l} \end{matrix}$ | $2-\varepsilon\sin\varepsilon$<br>$-2\cos\varepsilon = 0$<br>$P_K = \dfrac{EJn^2\pi^2}{(0{,}5l)^2}$ |

$$(\bar{b}_k - \gamma_{i,n}a_k)\,.\,(\bar{b}_{k+1} - \gamma_{i,n}a_{k+1}) < 0,\; k = 0, 1, 2, \ldots, m-1$$

Hay trong trường hợp tới hạn

$$b_k - \gamma^{th}_{i,n}a_k = 0 \qquad (3.2)$$

Trong đó

$$\gamma^{th}_{i,n} = \frac{P^{th}}{P_E}$$

(3.2) được gọi là điều kiện ổn định đàn nhớt của thanh làm bằng vật liệu đàn nhớt.

Với GUP có gia cường sợi thủy tinh như trong ví dụ ở mục 2, lực tới hạn đàn nhớt được tính với k = 0 là

$$P^{th} = \frac{\bar{b}_o}{a_o}\,.\,P_E = 0{,}505\;\frac{EJ_in^2\pi^2}{l_i^2}$$

*Tóm lại :* Trạng thái ứng suất và biến dạng của thanh đàn nhớt phụ thuộc vào thời gian. Trong trường hợp tổng quát trạng thái này không thể biểu diễn được dưới dạng tích của lời giải đàn hồi và một hàm thời gian. Lời giải chung chứa các hàm thời gian đặc trưng cho mỗi thanh. Các hàm thời gian này chỉ phụ thuộc vào đặc trưng của vật liệu và đặc trưng hình học của thanh. Lời giải đàn hồi có thể được xác định từ lời giải trên khi xét đến các trường hợp đặc biệt.

Trạng thái mất ổn định của hệ được xác định qua hai tiêu chuẩn là lực tới hạn đàn hồi, được xác định như trong lý thuyết đàn hồi, và lực tới hạn đàn nhớt.

*Nhận ngày 25/2/1980*

*Địa chỉ :*
*Cục máy tính UBKH và KTNN*

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nowacki W. Theorie des Kriechens. Franz. Deutsche, Wien, 1965

2. Kantarewitsch L. W., Krylow W. I. Naeherungsmethode der hoeheren Analyses Deutscher Verlag der Wissenschaften in Berlin 1956

3. Doetsch C. Laplace — Transformation R. Oldenburg Muenchen 1956

4. Beitrag zur Berechnung des zeitabhaengigen Tragverhalten von durchlauftraegers aus viskoelastischem Materialien nach der Theorie II. Ordnung. Mai — Anh, dissertation

5. Ackermann G. Viskoelastische Stabwerke. Bauinformation. H; 50, DDR, Berlin 1972

## ZUSAMMENFASSUNG

EIN BEITRAG ZUR BERECHNUNG VON STABWERKEN AUS VISKOELASTISCHEM MATERIAL NACH DER THEORIE II. ORDNUNG

In der letzten Zeit werden Kunststoffen und Plaste umfangreich im Bauwesen sowie im Maschinenbau eingesetzt. Im Gegensatz zu den klassischen Baustoffen zeigen Bauteile aus neuen Materialien bedeutende zeitabhaengige Veraenderungen im Spannungs —, und Verformungszustand sowie im Stabilitaetsverhalten. Auf der Grundlage der Reduktionsmethod und mit der Anwendung der Laplace — Transformation wird in dieser Arbeit die Grunddifferentialgleichung eines beliebigen Stabes aus allgemeinen viskoelastischen Materialien geloest. Das Berechnungsverfahren wird angewand fuer den konkreten Fall der durchlauftraeger auf starren Stuetzen unter der Wirkung der Laengdruckskraefte im Kombination mit Vorverformung, Querbelastung und Temperaturaenderung. Die zeitabhaengigen Loesungen fuer Spannungs — und Deformationszustand sowie Stabilitaetsproblem mit Anwendungsbeispiel werden angegeben.

---

## BẠN ĐỌC CẦN BIẾT

Xêmina Cơ học vật rắn biến dạng, do trường Đại học bách khoa Hà nội, trường Đại học tổng hợp và Viện Cơ học phối hợp tổ chức, tiếp tục sinh hoạt vào sáng thứ tư của tuần thứ ba hàng tháng tại khoa chế tạo máy trường Đại học bách khoa Hà nội.

Việc đăng ký báo cáo và tham dự Xêmina có thể liên hệ tại bộ môn sức bền vật liệu trường Đại học bách khoa Hà nội.