Tạp chí CƠ HỌC T. IV, 1982, Số 1 (trang 1–6)

VỀ VẤN ĐỀ GIẢI PHƯƠNG TRÌNH FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV CHO HỆ CƠ HỌC KHÔNG OTONOM MỘT BẬC TỰ DO BẰNG PHƯƠNG PHÁP KHAI TRIỂN THEO TỌA ĐỘ ẨN SUY RỘNG

NGUYỄN ĐÔNG ANH

HIỆN nay việc nghiên cứu ảnh hưởng đồng thời của các kích động ngẫu nhiên, tuần hoàn, thông số lên hệ cơ học là một bài toán rất quan trọng của lý thuyết dao động. Rất nhiều vấn đề kỹ thuật đưa đến việc phải giải quyết bài toán này.

Trong dao động ngẫu nhiên phương pháp phương trình Fokker–Planck–Kolmogorov (FPK) là một phương pháp khá tổng quát, đặc biệt khi kết hợp nó với phương pháp trung bình hóa [1]. Đầu tiên bằng công thức Itô người ta đưa phương trình dao động về dạng chuẩn, sau đó trung bình hóa và lập phương trình FPK tương ứng cho mật độ xác suất của biên độ và pha. Phương trình này trong trường hợp ôtônôm khá đơn giản và có thể giải được bằng phương pháp tách biến [1]. Tuy nhiên đề cho trường hợp không ôtônôm phương trình FPK tương ứng phức tạp lên rất nhiều và cho đến nay người ta hầu như chưa biết được nghiệm nào của nó. Bài báo này đề cập tới vấn đề giải phương trình FPK cho trường hợp không ôtônôm. Trên cơ sở của phương pháp khai triển theo tọa độ ẩn suy rộng [2] nghiệm của phương trình này được tìm ở dạng chuỗi của biên độ. Đã lập được phương trình vi phân cho phép xác định tuần tự các hệ số của chuỗi đến bậc tùy ý. Kết quả thu được bao gồm trường hợp ôtônôm.

§1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ta xét hệ cơ học ôtônôm một bậc tự do, phương trình chuyển động của hệ này được mô tả bởi phương trình sau:

$$\ddot{X} + \omega^2 X = \varepsilon [f(X, \dot{X}) + \gamma X^2 \cos\nu t + P\cos\nu t] + \sqrt{\varepsilon}\, \sigma\, \dot{\xi}(t) \tag{1.1}$$

trong đó $\dot{\xi}(t)$ – kích động ngẫu nhiên «ồn trắng» có cường độ đơn vị, $f(X, \dot{X})$ – đa thức của $X, \dot{X}$

$$f(X, \dot{X}) = \sum_{S=1}^{m} \alpha_S \Big(\sum_{i,\, j=0}^{i+j=S} \gamma_{ij} X^i \dot{X}^j \Big), \tag{1.2}$$

$$\gamma,\ \sigma,\ \alpha_S,\ \gamma_{ij},\ P = \text{const}$$

Ta xét dao động trong miền cộng hưởng chính

$$\omega^2 = \nu^2 + \varepsilon\Delta \tag{1.3}$$

Từ (1.3) ta viết (1.1) dưới dạng

$$\ddot{X} + \nu^2 X = \varepsilon f_1(X, \dot{X}, \nu t) + \sqrt{\varepsilon}\, \sigma\, \dot{\xi}(t) \tag{1.4}$$

với ký hiệu

$$f_1(X, \dot{X}, \nu t) = f(X, \dot{X}) + \gamma X^2 \cos\nu t + P\cos\nu t - \Delta X \tag{1.5}$$

Bằng phép thế biến [1]

$$X = a\cos\psi,\quad \dot{X} = -a\nu\sin\psi,\quad \psi = \nu t + \theta \tag{1.6}$$

và sử dụng công thức Itô ta đưa phương trình (1.4) về dạng chuẩn:

$$da = -\left[\frac{\varepsilon}{\nu} f_1(a\cos\psi, -a\nu\sin\psi, \nu t)\sin\psi + \frac{\varepsilon\sigma^2}{2\nu^2 a}\cos^2\psi\right]dt - \frac{\sqrt{\varepsilon}\,\sigma}{\nu}\sin\psi d\xi(t) \tag{1.7}$$

$$d\theta = -\left[\frac{\varepsilon}{a\nu} f_1(a\cos\psi, -a\nu\sin\psi, \nu t)\cos\psi + \frac{\varepsilon\sigma^2}{\nu^2 a^2}\sin\psi\cos\psi\right]dt - \frac{\sqrt{\varepsilon}\,\sigma}{a\nu}\cos\psi\, d\xi(t)$$

Phương trình FPK ứng với hàm mật độ xác suất dừng $W(a, \theta)$ của hệ (1.7) sau khi trung bình hóa sẽ là [1]

$$\frac{\partial}{\partial a}(K_1 W) + \frac{\partial}{\partial\theta}(K_2 W) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2}(K_{11}W) + \frac{\partial^2}{\partial a\partial\theta}(K_{12}W) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}(K_{22}W) \tag{1.8}$$

với chú ý rằng f_l được tính theo (1.5) ta có

$$K_1(a, \theta) = \underset{t}{M}\left\{\frac{\sigma^2}{2a\nu^2}\cos^2\psi - \frac{f_1}{\nu}\sin\psi\right\} = \frac{\sigma^2}{4\nu^2 a} - \frac{\gamma a^2}{8\nu}\sin\theta - \frac{P}{2\nu}\sin\theta - \frac{1}{\nu}\sum_{s=1}^{m}\alpha_s\beta_s a^s,$$

$$\beta_s = \sum_{i,j=0}^{i+j=s}\gamma_{ij}(-\nu)^s \underset{t}{M}(\cos^i\psi\sin^{j+1}\psi),$$

$$K_2(a, \theta) = \underset{t}{M}\left\{-\frac{\sigma^2}{\nu^2 a^2}\sin\psi\cos\psi - \frac{f_1}{a\nu}\cos\psi\right\} = \frac{\Delta}{2\nu} - \left(\frac{3\gamma a}{8\nu} + \frac{P}{2\nu a}\right)\cos\theta - \frac{1}{\nu}\sum_{s=1}^{m}\alpha_s\eta_s a^{s-1},$$

$$\eta_s = \sum_{i,j=0}^{i+j=s}\gamma_{ij}(-\nu)^j \underset{t}{M}(\cos^{i+1}\psi\sin^j\psi).$$

$$K_{11}(a, \theta) = \underset{t}{M}\left\{\left(-\frac{\sigma}{\nu}\sin\psi\right)^2\right\} = \frac{\sigma^2}{2\nu^2},$$

$$K_{12}(a, \theta) = \underset{t}{M}\left\{\left(-\frac{\sigma}{\nu}\sin\psi\right)\left(-\frac{\sigma}{a\nu}\cos\psi\right)\right\} = 0, \tag{1.9}$$

$$K_{22}(a, \theta) = \underset{t}{M}\left\{\left(-\frac{\sigma}{a\nu}\cos\psi\right)^2\right\} = \frac{\sigma^2}{2a^2\nu^2}$$

Bằng phép thế

$$W(a, \theta) = \exp\left[\Phi(a, \theta)\right] \tag{1.10}$$

với chú ý (1.9), ta đưa phương trình (1.10) về dạng.

$$\frac{\partial K_1}{\partial a} + K_1\frac{\partial\Phi}{\partial a} + \frac{\partial K_2}{\partial\theta} + K_2\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} = \frac{1}{2}K_{11}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial a}\right)^2 + \frac{\partial^2\Phi}{\partial a^2}\right] + \frac{1}{2}K_{22}\left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)^2 + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta}\right] \tag{1.11}$$

Vấn đề đặt ra là phải giải phương trình đạo hàm riêng phi tuyến (1.11) trong đó các hệ số $K_1(a, \theta)$, $K_2(a, \theta)$, $K_{11}(a, \theta)$, $K_{22}(a, \theta)$ được tính theo công thức (1.9).

§2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH FPK BẰNG PHƯƠNG PHÁP KHAI TRIỂN THEO TỌA ĐỘ ẨN SUY RỘNG

Ta nhận xét rằng trong phương trình (1.11) biên độ a đóng vai trò của tọa độ ẩn suy rộng (các hệ số của phương trình là các đa thức với số mũ nguyên của biên độ a). Do đó theo [2] nghiệm của (1.11) sẽ được tìm ở dạng đa thức với các số mũ nguyên của biên độ

$$\frac{\partial\Phi}{\partial a} = a^{-1} + \sum_{i=1}^{\infty} i\mu_i(\theta)\, a^{i-1} \tag{2.1}$$

hay là

$$\Phi(a, \theta) = \ln a + \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i(\theta) a^i \qquad (2.2)$$

trong đó $\mu_i(\theta)$ là các hệ số chưa biết phụ thuộc vào θ. Thay (2.2) và (1.9) vào (1.11) ta có

$$- \frac{\sigma^2}{4v^2a^2} - \frac{\gamma a}{4v}\sin\theta - \frac{1}{v}\sum_{S=1}^{m} S\alpha_S\beta_S a^{S-1} + \left[\frac{\sigma^2}{4v^2 a} - \left(\frac{\gamma a^2}{8v} + \frac{P}{2v}\right)\sin\theta - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{v}\sum_{S=1}^{m}\alpha_S\beta_S a^S\right]\left(\frac{1}{a} + \sum_{i=1}^{\infty} i\mu_i a^{i-1}\right) + \left(\frac{3\gamma a}{8v} + \frac{P}{2va}\right)\sin\theta + \left[\frac{\Delta}{2v} - \left(\frac{3\gamma a}{8v} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{P}{2va}\right)\cos\theta - \frac{1}{v}\sum_{s=1}^{m'}\alpha_s\eta_s a^{S-1}\right]\left(\sum_{i=0}^{\infty}\mu_i' a^i\right) = \frac{\sigma^2}{4v^2}\left\{\frac{\mu_o'' + \mu_o'^2}{a^2} + \right. \qquad (2.3)$$

$$+ \frac{2\mu_1 + \mu_1'' + 2\mu_o'\mu_1'}{a} + \sum_{i=2}^{\infty}\left[i(i+1)\mu_i + 2\mu_o'\mu_i' + \mu_i''\right]a^{i-2} +$$

$$\left. + \sum_{i,j=1}^{\infty}(ij\mu_i\mu_j' + \mu_i'\mu_j')a^{i+j-2}\right\}$$

trong đó ký hiệu $(') = \frac{d}{d\theta}$

So sánh các hệ số của a^{-2}, a^{-1}, a^0, a^1, a^2, a^n ($n \geqslant 3$) ở hai vế của phương trình (2, 3) ta di đến hệ phương trình sau

$$a^{-2}: \qquad \mu_o'' + \mu_o'^2 = 0$$

$$a^{-1}: \qquad \mu_1'' + 2\mu_o'\mu_1' + \mu_1 = -\frac{2vP\cos\theta}{\sigma^2}\mu_o'$$

$$a^0: \qquad \mu_2'' + 2\mu_o'\mu_2' + 4\mu_2 = -\frac{8v}{\sigma^2}\alpha_1\beta_1 + \frac{4v}{\sigma^2}\left(\frac{\Delta}{2} - \alpha_1\eta_1\right)\mu_o' -$$

$$- \frac{2vP}{\sigma^2}\left(\sin\theta\mu_1 + \mu_1'\cos\theta\right) - \left(\mu_1'^2 + \mu_1^2\right)$$

$$a^1: \qquad \mu_3'' + 2\mu_o'\mu_3' + 9\mu_3 = -\frac{12v}{\sigma^2}\alpha_2\beta_2 - \left(\frac{4v}{\sigma^2}\alpha_2\eta_2 + \frac{3}{2}\frac{\gamma v}{\sigma^2}\cos\theta\right)\mu_o' +$$

$$+ \frac{4v^2}{\sigma^2}\left[\left(\frac{\Delta}{2v} - \frac{\alpha_1\eta_1}{v}\right)\mu_1' - \frac{\alpha_1\beta_1}{v}\mu_1\right] - \frac{2vP}{\sigma^2}\left(2\mu_2\sin\theta + \mu_2'\cos\theta\right) -$$

$$- 2\left(2\mu_1\mu_2 + \mu_1'\mu_2'\right)$$

$$a^2: \qquad \mu_4'' + 2\mu_o'\mu_4' + 16\mu_4 = -\frac{16v}{\sigma^2}\alpha_3\beta_3 - \frac{4v}{\sigma^2}\alpha_3\eta_3\mu_o' -$$

$$- \frac{4v}{\sigma^2}\left(\alpha_2\beta_2 + \frac{\gamma}{8}\sin\theta\right)\mu_1 - \frac{4v}{\sigma^2}\left(\alpha_2\eta_2 + \frac{3\gamma}{8}\cos\theta\right)\mu_1' -$$

$$- \frac{4v}{\sigma^2}\left[\left(\frac{\Delta}{2} - \alpha_1\eta_1\right)\mu_2' - 2\alpha_1\beta_1\mu_2\right] - \frac{2vP}{\sigma^2}\left(3\sin\theta\mu_3 + \cos\theta\mu_3'\right) -$$

$$- 2(3\mu_1\mu_3 + \mu_1'\mu_3') - (4\mu_2^2 + \mu_2'^2)$$

$$\mu^{n}: \mu''_{n+2} + 2\mu'_0 \mu'_{n+2} + (n+2)^2\mu_{n+2} = -\frac{4\nu}{\sigma^2}(n+2)\,\alpha_{n+1}\beta_{n+1} - \frac{4\nu}{\sigma^2}\sum_{i,\,s=1}^{i+s=n+1} i\mu_i\alpha_s\beta_s$$

$$-\frac{2\nu P}{\sigma^2}\left[(n+1)\,\mu_{n+1}\sin\theta + \mu'_{n+1}\cos\theta\right] + \frac{2\nu\Delta}{\sigma^2}\mu'_n - \frac{\Upsilon\nu}{2\sigma^2}\sin\theta\,(n-1)\,\mu_{n-1} -$$

$$\frac{3\Upsilon\nu}{2\sigma^2}\cos\theta\mu'_{n-1} - \frac{4\nu}{\sigma^2}\sum_{i=0,\,S=1}^{i+S=n+1}\mu'_i\alpha_s\eta_s - \sum_{i,\,j=1}^{i+j=n+2}(ij\mu_i\mu_j + \mu'_i\mu'_j),\ n \geqslant 3 \qquad (2.4)$$

Như vậy ta đã lập được hệ phương trình vi phân cho các hệ số chưa biết $\mu_i(\theta)$. Các phương trình này phân ly đối với các ẩn $\mu_i(\theta)$ và cho phép xác định tuần tự $\mu_o(\theta)$, $\mu_1(\theta)$,...

Tóm lại bằng cách tìm nghiệm của phương trình FPK (1.11) ở dạng (2,2) ta đã đưa phương trình đạo hàm riêng phi tuyến mạnh (1.11) về hệ phương trình vi phân phân ly (2.4). Trong các nghiệm của (2.4) ta đặc biệt chú ý tới các nghiệm riêng tuần hoàn.

$$\mu_0 = \ln C = \text{const}, \qquad C > 0$$

$$\mu''_1 + \mu_1 = 0$$

$$\mu''_2 + 4\mu_2 = -\frac{8\nu}{\sigma^2}\alpha_1\beta_1 - \frac{2\nu P}{\sigma^2}(\sin\theta\mu_1 + \mu'_1\cos\theta) - (\mu'^2_1 + \mu^2_1)$$

$$\mu''_3 + 9\mu_3 = -\frac{12\nu}{\sigma^2}\alpha_2\beta_2 + \frac{4\nu^2}{\sigma^2}\left[\left(\frac{\Delta}{2\nu} - \frac{\alpha_1\eta_1}{\nu}\right)\mu'_1 - \frac{\alpha_1\beta_1}{\nu}\mu_1\right] - \frac{2\nu P}{\sigma^2}$$

$$(2\mu_2\sin\theta + \mu'_2\cos\theta) - 2(2\mu_1\mu_2 + \mu'_1\mu'_2)$$

$$\mu''_4 + 16\mu_4 = -\frac{16\nu}{\sigma^2}\alpha_3\beta_3 - \frac{4\nu}{\sigma^2}\left(\alpha_2\beta_2 + \frac{\Upsilon}{8}\sin\theta\right)\mu_1 - \frac{4\nu}{\sigma^2}\left(\alpha_2\eta_2 + \frac{3\Upsilon}{8}\cos\theta\right)\mu'_1 -$$

$$-\frac{4\nu}{\sigma^2}\left[\left(\frac{\Delta}{2} - \alpha_1\eta_1\right)\mu'_2 - 2\alpha_1\beta_1\mu_2\right] - \frac{2\nu P}{\sigma^2}(3\sin\theta\,\mu_3 + \cos\theta\mu'_3) - 2(3\mu_1\mu_3$$

$$+ \mu'_1\mu'_3) - (4\mu^2_2 + \mu'^2_2)$$

$$\mu''_{n+2} + (n+2)^2\mu_{n+2} = -\frac{4\nu}{\sigma^2}(n+2)\,\alpha_{n+1}\beta_{n+1} - \frac{4\nu}{\sigma^2}\sum_{i,\,S=1}^{i+S=n+1} i\,\mu_i\alpha_S\beta_S -$$

$$-\frac{2\nu P}{\sigma^2}\left[(n+1)\,\mu_{n+1}\sin\theta + \mu'_{n+1}\cos\theta\right] + \frac{2\nu\Delta}{\sigma^2}\mu'_n - \frac{\Upsilon\nu}{2\sigma^2}\sin\theta(n-1)\,\mu_{n-1} -$$

$$-\frac{3\Upsilon\nu}{2\sigma^2}\cos\theta\mu'_{n-1} - \frac{4\nu}{\sigma^2}\sum_{i,\,S=1}^{i+S=n+1}\mu'_i\alpha_S\eta_S - \sum_{i,\,j=1}^{i+j=n+2}(ij\mu_i\mu_j + \mu'_i\mu'_j), \quad n \geqslant 3 \qquad (2.5)$$

Ta chú ý tới một tính chất thú vị của hệ (2.5) là trong nhiều trường hợp hệ phương trình (2.5) cho các nghiệm đúng ngắt đuôi dạng

$$\mu_i(\theta) = \varphi_i(\theta), \quad \mu_k(\theta) = 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad K \geqslant N+1 \qquad (2.6)$$

khi ấy ta tìm được nghiệm đúng của phương trình FPK (1.11) ở dạng

$$\frac{\partial\Phi}{\partial a} = \frac{1}{a} + \varphi_1(\theta) + 2\varphi_2(\theta)\,a + \ldots + N\varphi_N(\theta)\,a^{N-1}$$

hay

$$\Phi(a, \theta) = \ln a + \ln c + \varphi_1(\theta)\,a + \ldots + \varphi_N(\theta)\,a^N \qquad (2.7)$$

Từ đó hàm mật độ xác suất sẽ là

$$W(a, \theta) = Ca\exp\left\{\varphi_1(\theta)\,a + \ldots + \varphi_N(\theta)a^N\right\} \qquad (2.8)$$

Tính chất trên sẽ đúng với nhiều hệ tự chấn tại chính miền cộng hưởng ($\Delta = 0$). Chẳng hạn đối với hệ Vander Pol

$$\ddot{X} + \omega^2 X = \varepsilon(1 - \gamma_1 X^2)\dot{X} + \varepsilon P \cos\nu t + \sqrt{\varepsilon}\,\sigma\,\xi(t) \tag{2.9}$$

ở đây ta có

$$K_1(a, \theta) = \frac{\sigma^2}{4\nu^2 a} + \frac{a}{2} - \frac{\gamma_1 a^3}{8} - \frac{P\sin\theta}{2\nu},$$

$$K_2 = \frac{\Delta}{2\nu} - \frac{P\cos\theta}{2a\nu}, \tag{2.10}$$

$$K_{11} = \frac{\sigma^2}{2\nu^2}, \quad K_{12} = 0, \quad K_{22} = \frac{\sigma^2}{2a^2\nu^2}$$

Phương trình FPK tương ứng sẽ là

$$\frac{\partial}{\partial a}\left[\left(\frac{\sigma^2}{4\nu^2 a} + \frac{a}{2} - \frac{\gamma_1 a^3}{8} - \frac{P\sin\theta}{2\nu}\right)W\right] + \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\left(\frac{\Delta}{2\nu} - \frac{P\cos\theta}{2a\nu}\right)W\right] =$$

$$= \frac{\sigma^2}{4\nu^2}\frac{\partial^2 W}{\partial a^2} + \frac{\sigma^2}{4\nu^2 a^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}.$$

Khi tần số ngoại lực ν trùng với tần số riêng của hệ ω

$$\Delta = 0 \tag{2.11}$$

hệ phương trình tương ứng (2.5) cho nghiệm đúng

$$\mu_1(\theta) = -\frac{2\nu P}{\sigma^2}\sin\theta, \quad \mu_2(\theta) = \frac{\nu^2}{\sigma^2}, \quad \mu_3(\theta) = 0,$$

$$\mu_4(\theta) = -\frac{\gamma_1\nu^2}{8\sigma^2}, \quad \mu_n(\theta) = 0, \quad n \geqslant 5 \tag{2.12}$$

Do đó hàm mật độ xác suất (2.8) sẽ là

$$W(a, \theta) = C a \exp\left\{-\frac{2\nu P}{\sigma^2}\sin\theta a + \frac{\nu^2 a^2}{\sigma^2} - \frac{\gamma_1\nu^2}{8\sigma^2}a^4\right\} \tag{2.13}$$

Khi lực tuần hoàn triệt tiêu ($P = 0$), hệ (2.9) sẽ là hệ Vander–Pol ôtônôm và nghiệm (2.13) trùng với nghiệm đã biết [1] thu được bằng phương pháp tách biến

$$W(a, \theta) = C a \exp\left\{\frac{\nu^2 a^2}{\sigma^2} - \frac{\gamma_1\nu^2}{8\sigma^2}a^4\right\}. \tag{2.14}$$

Hàm mật độ xác suất (2.13) sẽ đạt cực trị tại các điểm dừng (a_0, θ_0) sao cho

$$\frac{\partial W}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial\theta} = 0 \tag{2.15}$$

Từ đây ta thu được hệ phương trình để xác định giá trị trung bình của biên độ và pha

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma^2}{a_0} + 2\nu^2 a_0 - \dfrac{\gamma_1\nu^2}{2}a_0^3 - 2\nu P\sin\theta = 0 \\ -2\nu P a\cos\theta = 0 \end{cases} \tag{2.16}$$

Trong trường hợp không có lực ngẫu nhiên ($\sigma = 0$) hệ (2.16) trùng với hệ thu được cho trường hợp tiền định.

Địa chỉ:
Viện Cơ Học, Viện KHVN

Nhận ngày 22/5/1981

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А., КОЛОМИЕЦ В. Г. Применение асимптотических методов в стохастических системах. Сб. «Приближенные методы исследования нелинейных систем». Киев, 1976.

2. NGUYỄN ĐÔNG ANH. Về vấn đề khảo sát phương trình FPK bằng phương pháp khai triển chuỗi Maclorin theo tọa độ ẩn. — Tạp chí cơ học, N° 1—2, 1979

РЕЗЮМЕ

К ВОПРОСУ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ФОККЕРА—ПЛАНКА—КОЛЬМОГОРОВА ДЛЯ НЕАВТОНОМНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ МЕТОДОМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ОБОБЩЕННОЙ ЦИКЛИЧЕСКОЙ КООРДИНАТЕ

В работе предлагается метод решения уравнений ФПК в переменных амплитуды и фазы. Показано, что этот метод позволяет разделить переменные в указанных уравнениях. В качестве примера было получено решение уравнения ФПК для уравнения Ван—Дер—Поля под действием периодической силы и белого шума.

TIN HOẠT ĐỘNG CƠ HỌC

BAN TRÙ BỊ THÀNH LẬP BAN CƠ HỌC THUỘC VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC VIỆT NAM HỌP PHIÊN ĐẦU TIÊN

Ngày 01 tháng 4 năm 1982 tại trụ sở Viện Cơ học, 208Đ Đội Cấn Hà nội, Ban trù bị thành lập Ban Cơ học thuộc Viện Hàn lâm khoa học Việt nam đã họp phiên đầu tiên dưới sự điều khiển của đồng chí trưởng ban Nguyễn Văn Đạo.

Tham dự họp có đầy đủ các đồng chí Ủy viên Ban: Lê Quý An, Đặng Đình Áng, Đào Huy Bích, Nguyễn Hữu Chí, Lê Văn Chiến, Nguyễn Xuân Hùng, Nguyễn Thiện Phúc, Nguyễn Văn Hướng, trừ đồng chí Nguyễn Văn Điệp vắng mặt vì đi công tác xa.

Tham dự họp còn có đồng chí Đỗ Sơn, thư khoa học Viện Cơ học, được chỉ định làm thư ký cho Ban trù bị.

Nội dung cuộc họp là trao đổi và góp ý kiến với bản dự thảo đề án «Phương hướng nhiệm vụ và tổ chức hoạt động của ngành Cơ học nước ta trong những năm tới», nghe các văn bản dự thảo về chức năng nhiệm vụ và tổ chức các Ban của Viện Hàn lâm và vạch ra các bước triển khai công việc của Ban trù bị trong thời gian tới.