

# TÍNH KHÔNG GIAN KẾT CẤU MỎNG CÓ GỜ BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

VŨ MẠNH LĂNG

## §1 ĐẶT VẤN ĐỀ

Kết cấu mỏng có gờ thường được sử dụng trong các công trình phương tiện phục vụ giao thông. Trong những tính toán riêng biệt có thể xét kết cấu chỉ làm việc uốn hoặc làm việc kéo. Tuy nhiên có những trường hợp đòi hỏi phải xét đến sự làm việc không gian của kết cấu. Bài toán tính không gian này thường gặp trong khi tính các loại kết cấu phức tạp như thân các loại phương tiện nổi, thân máy bay, các dạng mái lợp...

Để tính toán các dạng kết cấu này có thể sử dụng nhiều phương pháp khác nhau với các cách đơn giản hóa khác nhau. Chẳng hạn để tính toán sức bền chung của thân tàu có thể coi tàu như một dầm đơn giản chịu tác dụng của ngoại lực. Trong những tính toán chi tiết hơn người ta có thể đưa về hệ thanh và sự làm việc của phần vỏ giữa các gờ được thể hiện bằng độ rộng mép kèm vào thanh. Cần phải tìm một phương pháp có hiệu lực để khắc phục hạn chế của những phương pháp tính đã có. Những kết quả về tính toán những kết cấu mỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn được giới thiệu rải rác trong các tạp chí nước ngoài với những quan điểm riêng cho từng loại kết cấu và thường cũng rất sơ lược. Bài này giải quyết những vấn đề liên quan đến việc áp dụng phương pháp phần tử hữu hạn để tính không gian kết cấu mỏng có gờ: Xây dựng mô hình kết cấu lý tưởng, chọn giả thiết về hàm chuyển vị thích hợp đối với các loại phần tử khác nhau và xây dựng các thuật toán tính cần thiết. Dù hiện nay trên thế giới có nhiều phương trình tính theo phương pháp phần tử hữu hạn, nhưng những nghiên cứu này cần thiết đối với từng dạng kết cấu riêng và cho một phương pháp để xây dựng hệ thống chương trình tính phù hợp với các máy tính điện tử có sẵn ở nước ta.

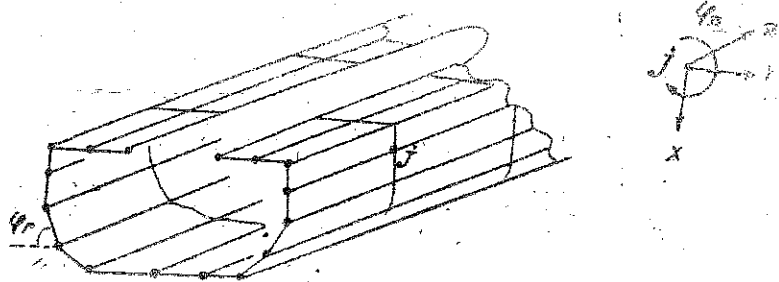
## §2. KẾT CẤU MỎNG CÓ GỜ DẠNG TRỤ DÀI

### 2.1. LÝ TƯỞNG HÓA KẾT CẤU :

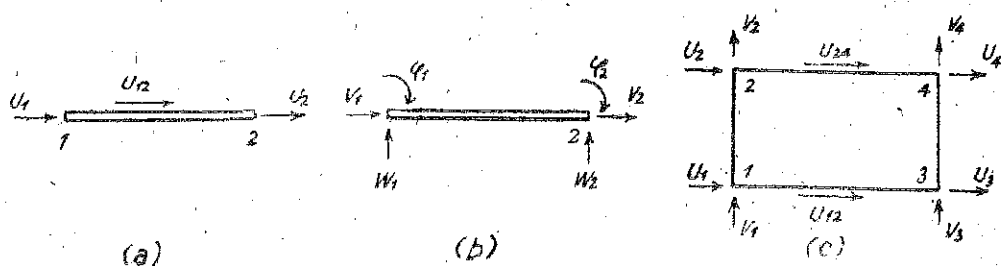
Kết cấu mỏng có gờ dạng trụ thường gặp trong kết cấu thân máy bay, thân phương tiện nổi. Tiết diện ngang có thể là tròn hoặc tựa tròn, kín hoặc hở. Loại kết cấu này có kích thước dài lớn hơn nhiều so với kích thước khác. Kết cấu gồm phần vỏ mỏng lợp phía ngoài, liên kết với hệ thống gờ bên trong. Khi tính theo phương pháp phần tử hữu hạn toàn bộ kết cấu được chia thành các phần tử vỏ, các phần tử gờ dọc và gờ ngang (hình 1).

Để có thể mô tả đúng cách làm việc của từng loại phần tử cần căn cứ vào cách làm việc của toàn hệ kết cấu. Dựa vào cách lập luận của các phương pháp tính toán đã có, khi lý tưởng hóa kết cấu ta sẽ coi các gờ dọc chủ yếu làm việc kéo và nén cùng với hệ thống vỏ. Xét theo kích thước ngang - kết cấu phải chống đỡ các tác động nén ép của môi trường: Hệ thống gờ ngang được bố trí để chịu tác động này. Toàn hệ kết cấu làm việc rất phức tạp, việc phân tích này nhằm xác

định tác dụng chịu lực chính của từng loại cơ cấu. Từ đó chọn giả thiết về hàm chuyển vị thích hợp cho từng loại phần tử thỏa mãn điều kiện hội tụ [3].



Hình 1



Hình 2

Đối với phần tử gờ dọc làm việc kéo và nén có các chuyển vị dọc trục, chọn hàm chuyển vị có dạng : (hình 2a)

$$U = a_1 + a_2x + a_3x^2$$

Gờ ngang chịu tác dụng của lực ép trong mặt phẳng của tiết diện. Tại mỗi phần tử gờ ngang có các chuyển vị  $W$  vuông góc với trục dọc của phần tử ở trong mặt phẳng của gờ ngang, ngoài ra còn có các chuyển vị quay tương ứng. Phần tử gờ ngang liên đới làm việc với phần tử bản vì vậy phải kể đến các chuyển vị dọc trục  $v$ . Hàm chuyển vị đối với phần tử gờ ngang (hình 2b) :

$$W = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3,$$

$$V = a_1 + a_2y.$$

Phần tử bản làm việc liên đới với phần tử gờ dọc và gờ ngang. Trong cách làm việc tổng thể, vỏ được coi không chịu mô men, phần tử bản làm việc kéo. Trong mặt phẳng của phần tử có các chuyển vị theo hai hướng  $U, V$ , giả thiết về hàm chuyển vị như sau (hình 2c) :

$$U = a_1 + a_2x + a_3x^2 + y(a_4 - a_5x + a_6x^2),$$

$$V = b_1 + b_2y + x(b_3 + b_4y).$$

Nếu trong kết cấu lý tưởng, phần tử bản có các sóng dọc phụ tạo nên tính trục hướng thì điều này cũng được thể hiện trong ma trận cứng. Từ giả thiết về hàm chuyển vị đối với các loại phần tử trên, ma trận cứng được xây dựng theo các lập luận của phương pháp phần tử hữu hạn, kết quả có thể được giới thiệu trong [3], [4].

$\bar{K}_b^k$  - ma trận cứng của phần tử bản kéo cấp  $(8 \times 8)$

$\bar{K}_g^k$  - ma trận cứng của phần tử gờ kéo cấp  $(3 \times 3)$

$\bar{K}_g^u$  - ma trận cứng của phần tử gờ uốn cấp  $(6 \times 6)$ .



kết cấu có thể có hình dạng kín hoặc hở. Quá trình xây dựng mối quan hệ giữa lực và chuyển vị cho từng dải cũng như cho toàn kết cấu được xây dựng tương tự [4] với các ma trận cứng  $K_1^i, K_2^i, K_3^i$ .

Ngoại lực bất kỳ tác động lên kết cấu được phân ra cho từng loại phần tử. Lực bất kỳ tác động lên phần tử được đưa về các điểm nút theo công thức :

$$\vec{Q} = U \times \vec{P}$$

$\vec{P}$  là lực tác động tại vị trí bất kỳ của phần tử.

$\vec{Q}$  là lực tương đương ở nút.

$U$  là ma trận của hàm nội suy được xây dựng dựa theo giả thiết về các hàm chuyển vị của từng loại phần tử.

Sau khi thực hiện điều kiện biên bằng cách cắt các hàng và các cột của ma trận của hệ phương trình cơ bản tương ứng với vị trí không có chuyển vị, ta thu được hệ phương trình :

$$K \vec{r} = \vec{R}$$

$K$  có dạng ba đường chéo khối.

Giải hệ trên ta nhận được véc tơ chuyển vị, trong đó thứ tự các chuyển vị được sắp xếp theo từng dải một.

$$\vec{r}^* = \{r_1, r_2, \dots, r_j, \dots, r_m\}$$

$\vec{r}_j$  là chuyển vị của sườn  $j$  ở giữa hai dải  $D_j$  và  $D_{j+1}$

$$\vec{r}_j^* = \{r_{j1}, r_{j2}, \dots, r_{jk}, \dots\}$$

là chuyển vị của nút  $i$  của gờ ngang  $j$ ,

$$\vec{r}_{ij}^* = \{x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}, \varphi_{ij}\}$$

Để tính nội lực trong các phần tử cần đưa các chuyển vị trong hệ tọa độ chung và các chuyển vị riêng cho từng loại phần tử và xây dựng các ma trận nội lực để tính toán.

### § 3. KẾT CẤU MỎNG CÓ GỜ DẠNG BẤT KỲ

Kết cấu mỏng có gờ xét trong phần này có các cơ cấu đều làm việc kéo và uốn. Loại kết cấu này thường gặp trong các kết cấu mái lợp, hầm... Toàn hệ được chia thành các phần tử vỏ và các phần tử gờ. Do cách làm việc của kết cấu vừa kéo và vừa uốn nên tại mỗi điểm nút xét các chuyển vị thẳng và chuyển vị quay theo các hướng tọa độ  $J, V, W, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ . Ở đây giả thiết biến dạng nhỏ nên các chuyển vị uốn không gây ảnh hưởng đến các chuyển vị khác và ngược lại. Đối với phần tử gờ giả thiết về hàm chuyển vị như sau (kể cả gờ dọc lẫn gờ ngang) :

$$U = a_1 + a_2x,$$

$$W = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3.$$

Phần tử bản vừa làm việc kéo trong mặt phẳng của bản, vừa làm việc uốn, hàm chuyển vị được chọn như sau :

$$U = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$$

$$V = b_0 + b_1x + b_2y + b_3xy$$

$$W = c_1 + c_2x + c_3y + c_4x^2 + c_5xy + c_6y^2 + c_7x^3 + c_8x^2y + c_9xy^2 + c_{10}y^3 + c_{11}x^3y + c_{12}xy^3.$$

Từ những hàm chuyển vị trên đây có thể xây dựng được các ma trận cứng cần thiết. Việc tập hợp các phần tử lập nên hệ và thành lập hệ phương trình tính toán được thực hiện tương tự trước. Ở đây cần chú ý việc đưa ma trận cứng của từng phần tử riêng biệt về ma trận cứng ở hệ tọa độ chung có thể sử dụng tích của các phép biến đổi trực giao để xác định các góc nghiêng cho dễ dàng.

#### § 4. XÂY DỰNG HỆ THỐNG CHƯƠNG TRÌNH TÍNH

4.1 - Khối lượng tính toán các bài toán xác định nội lực trong kết cấu móng có gờ rất lớn, mặt khác lại rất đa dạng. Có được hệ thống tính rất có ích trong việc giải các bài toán khác nhau. Xuất phát từ hoàn cảnh, đặc điểm các máy tính có sẵn ở nước ta, cần xây dựng một hệ thống tính toán phù hợp, đáp ứng được các yêu cầu sản xuất và nghiên cứu. Thuật toán tính không gian kết cấu móng có gờ trình bày ở trên thỏa mãn được việc xây dựng hệ thống tính này. Hệ thống chương trình gồm các chương trình con chuyên dụng có thể dùng cho nhiều bài toán khác nhau. Khi gặp một bài toán mới có thể lập một chương trình ngắn liên hợp các chương trình con lại theo cách thức phù hợp với bài toán cần giải.

4.2 - Trên cơ sở trình bày ở trên đã xây dựng chương trình tính chuyên dùng SPAEF để tính kết cấu móng có gờ dạng trụ. Số ẩn số cao nhất được 1000 ẩn số. Đặc điểm của chương trình là có thể sử dụng các máy tính loại nhỏ, trung bình có sẵn ở nước ta. Do khối lượng thông tin đưa vào ít nên việc chuẩn bị số liệu nhanh chóng và dễ dàng. Chương trình đã được sử dụng tính một số thân phương tiện nổi xi-măng lưới thép như: Xà lan, thuyền...

Để sử dụng chương trình này cần các bìa điều khiển như sau: (Ngôn ngữ FORTRAN cho máy IBM 360-40)

a) MA, LA, IA, IB

FORMAT (1X, 14)

MA là số phần tử của dải.

LA là số dải.

IA = 1 nếu chu tuyến không kín.

IB = 1 nếu đối xứng.

b) EB, EJS, EFS, EF, ALFA

FORMAT (1X, 5 (1X, E11.4))

A, B, T, PN

FORMAT (1X, 4 (1X, 11.4))

EB là độ cứng của phần tử bản.

EJS độ cứng chống uốn của phần tử gờ ngang.

EFS độ cứng chống kéo của phần tử gờ ngang.

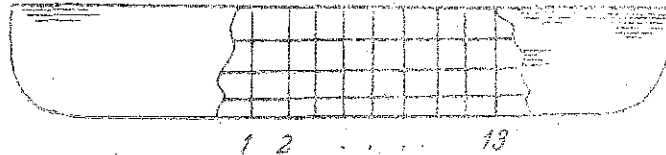
EF độ cứng chống kéo của phần tử gờ dọc.

ALFA góc lệch của hệ các phần tử gờ, bản kề nhau so với toạ độ chung

A, B kích thước của phần tử bản đồng thời cũng là kích thước của gờ dọc, ngang.

T, PN độ dày và hệ số vật liệu của bản.

Những bìa này được chuẩn bị tương tự cho các phần tử liên tiếp của dải cho đến hết.



Hình 3

c) I1, I2, I3, PP

FORMAT (1X, 3I3, E11.4)

I1 = 1 hết tải trọng

I2 vị trí đầu tiên đặt tải giống nhau

I3 số tải trọng giống nhau

PP giá trị của tải trọng

d) MBI (1), I = 1,20

FORMAT (1X, 20I3)

MBI (1) số các điều kiện biên trong một dải

MBI (I + 1) vị trí đặt hạn chế lên chuyển vị của các nút

4.3 - Ví dụ.

Xét kết cấu mỏng có góc (h. 4) là đoạn giữa của thân phương tiện nổi. Hệ kết cấu gồm 13 sườn ngang và 12 sống dọc cùng liên đới làm việc với phần vỏ. Hệ được chia thành các phần tử sườn ngang, dọc, và các phần tử tấm. Tại mỗi điểm nút các chuyển vị thẳng theo các hướng X, Y, Z và các chuyển vị quay theo trục Z. Để xác định chuyển vị và nội lực trong kết cấu đã sử dụng thuật toán trên. Các số liệu đưa vào tính toán:

Kích thước phần tử tấm:  $a = 0,8M$ ,  $b = 0,55M$ , độ dày  $t = 0,025M$   
 modun đàn hồi  $E = 0,31 \cdot 10^7 T/m^2$

Đối với phần tử sườn ngang  $EI_N = 0,124 \cdot 10^3$ ,  $EF_N = 0,378 \cdot 10^5$

Đối với phần tử sườn dọc  $EF_D = 0,558 \cdot 10^5$

Góc giữa tọa độ riêng của phần tử sườn ngang với tọa độ chung của hệ lần lượt được xác định như sau:

$$\cos\varphi_1 = 1; \quad \sin\varphi_1 = 0; \quad \cos\varphi_4 = -1; \quad \sin\varphi_4 = 0;$$

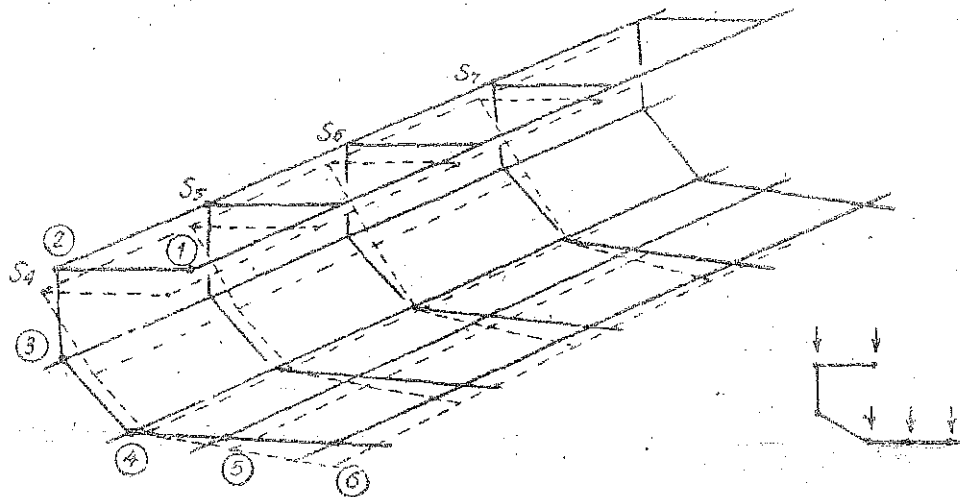
$$\cos\varphi_2 = 0; \quad \sin\varphi_2 = 1; \quad \cos\varphi_5 = -1; \quad \sin\varphi_5 = 0.$$

$$\cos\varphi_3 = 0,6855; \quad \sin\varphi_3 = 0,7283;$$

Dưới đây là các kết quả chuyển vị của các điểm nút của các sườn 4, 5, 6, 7.

(Đơn vị M)

		1	2	3	4	5	6
$S_4$	$U_x$	+9,2003-03	+1,4035-03	+1,3940-03	-5,7597-05	+1,8258-02	+2,8419-02
	$U_y$	-7,6081-04	-7,7283-03	+1,7439-03	+1,2835-04	+5,6822-05	0,0000
	$U_z$	-5,7409-04	+9,5563-05	+4,6033-04	-4,1950-04	+1,1787-05	+1,8705-04
	$\varphi_z$	-6,5940-04	-1,4304-03	+2,4169-03	-5,5744-03	-8,3152-03	-2,2127-09
$S_5$	$U_x$	+8,7637-03	+1,6281-03	+1,6174-03	-1,6251-04	+1,8659-02	+2,8989-02
	$U_y$	-8,7863-04	-8,9333-04	+2,1131-03	+1,4595-04	+7,1425-05	0,0000
	$U_z$	-4,4384-04	-1,3795-05	+4,0147-04	-1,6301-04	-2,8918-04	+4,4025-04
	$\varphi_z$	-6,1806-03	-1,0173-03	+2,5094-03	-5,8801-03	-8,4087-03	-1,2296-09
$S_6$	$U_x$	+8,6092-03	+1,7730-03	+1,7623-03	-1,8295-04	+1,8883-02	+2,9295-02
	$U_y$	-9,3708-04	-9,5342-04	+2,2722-03	+1,3193-04	+7,2780-05	0,0000
	$U_z$	-2,9777-04	-5,8080-05	+2,2846-04	+1,4477-04	-5,3081-04	+5,9293-04
	$\varphi_z$	-5,9934-03	-8,3025-04	+2,5463-03	-6,0281-03	-8,5430-03	-1,3327-09
$S_7$	$U_x$	+8,7645-03	+1,8169-03	+1,8075-03	-9,5484-05	+1,8897-02	+2,9284-02
	$U_y$	-9,4655-04	-9,6306-04	+2,1783-03	+8,9766-05	+5,9885-05	0,0000
	$U_z$	-1,8341-04	-3,5645-05	+1,8280-05	+3,6695-04	-5,8209-04	+5,3636-04
	$\varphi_z$	-6,0631-03	-8,9985-04	+2,5274-03	-5,9832-03	-8,5206-03	-2,2233-10



Hình 4

## § 5. KẾT LUẬN

Kết cấu mỏng có gờ được sử dụng rất rộng rãi trong thiết kế các phương tiện và công trình phục vụ giao thông, đó là kết cấu phức tạp về hình dáng cũng như tính chất làm việc. Thuật toán tính trình bày ở trên có một số thuận lợi:

- Dễ lập chương trình cho máy tính điện tử, tiết kiệm ô nhớ của máy tính, có thể tính trên các loại máy tính loại nhỏ và vừa có sẵn ở nước ta.
- Kết quả thu được đã mô tả gần đúng nhất quá trình làm việc thực của kết cấu

Địa chỉ:  
Viện kỹ thuật giao thông

Nhận ngày 28-5-1982

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ПОСТНОВ В. А., ХАХУРИМ И. Я. Метод конечных элементов в расчётах судовых конструкций. Судостроение, М., 1974.
2. ARGIRIS J. H. Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis Butterworths London 1960.
3. ZIENKIEWICZ O. C. The finite Element Method in Engineering Science Mc Graw - Hill London 1972.
4. VŨ MẠNH LĂNG. Tính ứng suất phẳng trong bản có gờ. Tạp chí cơ học số 4, 1981.

## RESUMÉ

### CALCUL DE TROIS - DIMENSIONS DANS LA STRUCTURE MINCE NERVURÉE AVEC LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

On utilise les structures minces nervurées dans les structures vonelats, flotants, .. Avec le calcul de trois-dimensions dans les structures minces nervurés, on peut bien déterminer le champ de contrainte dans cette structure sous les formes extérieures. Dans ce texte, nous avons construit les modèles idéaux des structures et les opérations nécessaires. Enfin, nous présentons le programme d'ordinateur pour une forme de structure