Tạp chí Cơ học T.V. 1983, Số 1 (trang 6-13)

DAO ĐỘNG CỦA BẢN MỎNG CHỮ NHẬT CÓ KỂ ĐẾN TÍNH TỪ BIẾN CỦA VẬT LIỆU

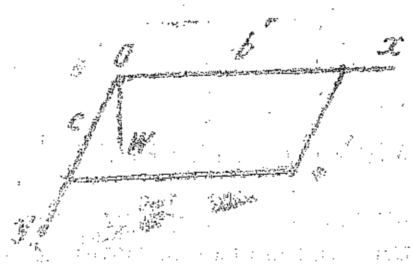
HOÀNG VĂN ĐA

Trong [1], đã nghiên cứu một cách có hệ thống dao động phi tuyến hệ một bậc tự do, được mô tả bằng phương trình vi phân cấp 3. Ở [2] khi kể đến tính từ biến của vật liệu, đã giải một số bài toán dao động tuyến tính một chiều của vật thể đàn hồi. Bài toán dao động phi tuyến hai chiều của vật thể đàn hồi, khi kể đến tính từ biến của vật liệu trong trường hợp tới hạn, theo tác giả vẫn chưa được nghiên cứu.

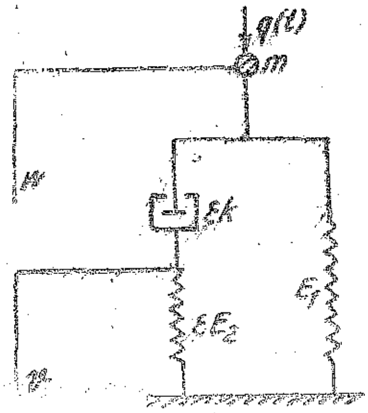
Sau đây sẽ mô hình và lập phương trình chuyển động của bản mỏng chữ nhật của bài toán trên với điều kiện biên tuyến tính, đồng thời xây dựng nghiệm tiệm cận của bài toán đó bằng phương pháp tiệm cận [3] đối với hệ ô-tô-nôm.

§ 1. BÀI TOÁN

Xét bản mỏng chữ nhật có kích thước và hệ tọa độ như hình 1. Trên cơ sở [2], một yếu tố đơn vị bất kỳ của bản có thể mô hình như hình 2.



Hình 1



Hình 2

Trong đó: m, q(t) là khối lượng và lực tác dụng trên đơn vị diện tích, k, E_1, E_2 là các hằng số đặc trưng cho tính chất vật lý của vật liệu [2]. Chuyển động của khối lượng m có thể mô tả bằng hệ phương trình sau:

$$m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = E_1 \left(\frac{\partial Q_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{y1}}{\partial y} \right) + \varepsilon k \left(\frac{\partial^2 Q_{x1}}{\partial t \partial x} - \frac{\partial^2 Q_{vx}}{\partial t \partial x} \right) +$$

$$+ \varepsilon k \left(\frac{\partial^2 Q_{y1}}{\partial t \partial y} - \frac{\partial^2 Q_{vy}}{\partial t \partial y} \right) + q + f. \qquad (1,1)$$

$$\varepsilon k\left(\frac{\partial^2 Q_{vx}}{\partial t\partial x}-\frac{\partial^2 Q_{x1}}{\partial t\partial x}\right)+\varepsilon k\left(\frac{\partial^2 Q_{vy}}{\partial t\partial y}-\frac{\partial^2 Q_{y1}}{\partial t\partial y}\right)+$$

$$+\varepsilon E_2\left(\frac{\partial Q_{vy}}{\partial y}+\frac{\partial Q_{vx}}{\partial x}\right)=0, \tag{1.2}$$

trong đó f là hàm phi tuyến đối với các biến $\left(x, y, w, \dfrac{\partial W}{\partial x}, \ldots\right)$

$$Q_{x1}=-\frac{h^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^3 W}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 W}{\partial x\partial y^2}\right),\ Q_{y1}=-\frac{h^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^3 W}{\partial y\partial x^2}+\frac{\partial^3 W}{\partial y^3}\right), \tag{1.3}$$

$$Q_{vx}=-\frac{h^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 v}{\partial x\partial y^2}\right),\ Q_{vy}=-\frac{h^3}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{\partial^3 v}{\partial y^3}+\frac{\partial^3 v}{\partial y\partial x^2}\right)$$

Từ hai phương trình (1.1), (1.2) và (1.3) ta có:

$$\frac{\partial^3 W}{\partial t^3}+\xi\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\omega^2\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)+\xi\omega^2\nabla^4 W=$$

$$=\frac{1}{m}\left\{\varepsilon\left[\xi f+\dot f-\frac{E_2 D}{E_1}\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)\right]+\xi q+\dot q\right\} \tag{1.4}$$

ở đây $\xi=\dfrac{E_2}{k}$, $\omega^2=\dfrac{D}{m}$; $D=\dfrac{E_1 h^3}{12(1-\nu^2)}$. Để đơn giản, coi $m=1$. Phương trình (1.4) có thể viết dưới dạng sau:

$$\frac{\partial^3 W}{\partial t^3}+\xi\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\omega^2\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)+\xi\omega^2\nabla^4 W=\varepsilon F\left(\theta, x, y, W, \frac{\partial W}{\partial x}, \ldots\right) \tag{1.5}$$

Giả sử bản chịu các điều kiện biên tuyến tính thuần nhất như sau:

$$L_{1j}[W]=0,\ L_{2j}[W]=0,\ L_{1k}[W]=0,\ L_{2k}[W]=0$$
$$(x=j,\ j=0, b)\qquad (y=k,\ k=0, c) \tag{1.6}$$

$$L_{1j}[W]=L_{1j}\left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right),\ L_{2j}[W]=L_{2j}\left(W, \frac{\partial^3 W}{\partial x^3}, \frac{\partial^3 W}{\partial y^3}\right)$$

$$L_{1k}[W]=L_{1k}\left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right),\ L_{2k}[W]=L_{2k}\left(W, \frac{\partial^3 W}{\partial x^3}, \frac{\partial^3 W}{\partial y^3}\right),$$

trong đó ∇, L_{1j}, L_{2j}, L_{1k}, L_{2k} là các toán tử tuyến tính Laplace với hệ số hằng, F là hàm tuần hoàn chu kỳ 2π theo θ và có thể khai triển thành chuỗi Furie hữu hạn với các hệ số là các hàm giải tích đối với các biến $\left(x, y, w, \dfrac{\partial W}{\partial x}, \ldots\right)$.

§ 2. HỆ Ô-TÔ-NÔM

Phương trình chuyển động có dạng sau đây:

$$\frac{\partial^3 W}{\partial t^3}+\xi\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\omega^2\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)+\xi\omega^2\nabla^4 W=\varepsilon F\left(x, y, W, \frac{\partial W}{\partial x}, \ldots\right) \tag{2.1}$$

trong đó vế phải không chứa t

Giả sử rằng khi $\varepsilon = 0$, với điều kiện biên (1.6) có thể tìm được các giá trị riêng $\{\beta_{rs}\}$ và các hàm riêng tương ứng $\{z_{rs}(x, y)\}$ trực giao trên miền chữ nhật $\Pi\ \{0 \leqslant x \leqslant b; 0 \leqslant y \leqslant c\}$. Khi đó nghiệm của (2.1) có dạng :

$$W_0(x, y, t) = \sum_{r,s=1}^{\infty} A_{rs}\, z_{rs}(x, y) \cos(\Omega_{rs}t + \psi_{rs}) \tag{2.2}$$

ở đây, A_{rs}, ψ_{rs} là các hằng số tùy ý xác định từ điều kiện đầu, Ω_{rs} là các tần số riêng

$$\Omega_{rs}^2 = \omega^2\beta_{rs}^2 \tag{2.3}$$

1. TRƯỜNG HỢP ĐƠN TẦN

Giả sử phương trình (2.1), khi $\varepsilon = 0$, có nghiệm không tắt dần với tần số Ω_{11} và không có nội cộng hưởng đối với Ω_{11}

$$(\Omega_{rs}^2 - n^2\Omega_{11}^2) \neq 0, \quad (r, s = 1, 2, \ldots; n = 1, 2, \ldots)$$

Khi đó nghiệm riêng của phương trình (2.1) tìm dưới dạng :

$$W(x, y, t) = az_{11}\cos\varphi + \varepsilon U_1(x, y, a, \varphi) + \varepsilon^2 U_2(x, y, a, \varphi) + \varepsilon^3 \ldots \tag{2.4}$$

$\varphi = \Omega_{11}t + \psi$, U_1, U_2 tuần hoàn chu kỳ 2π theo φ, còn a, ψ được xác định từ hệ phương trình vi phân sau :

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \varepsilon A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \varepsilon^3 \ldots \\ \frac{d\psi}{dt} &= \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \varepsilon^3 \ldots \end{aligned} \tag{2.5}$$

Tính $\frac{\partial W}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^3 W}{\partial t^3}$ từ (2.4), chú ý đến (2.5) rồi thay vào (2.1), trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện, ta thu được

$$\Omega_{11}^3 \frac{\partial^3 U_1}{\partial \varphi^3} + \xi\, \Omega_{11}^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial \varphi^2} + \Omega_{11}\omega^2 \frac{\partial}{\partial \varphi}(\nabla^4 U_1) + \xi\omega^4\nabla^4 U_1 =$$

$$= F_1 + [2\Omega_{11}(\xi A_1 - \Omega_{11}\, a\, B_1)\sin\varphi + (\Omega_{11}A_1 + \xi a B_1)\cos\varphi]\, z_{11}, \tag{2.6}$$

trong đó: $F_1 = F\left(x, y, a\, z_{11}\cos\varphi, a\frac{\partial z_{11}}{\partial x}\cos\varphi, \ldots\right)$. Và U_1 thỏa mãn các điều kiện biên sau :

$$L_{1j}[U_1] = 0, \; L_{2j}[U_1] = 0, \; L_{1k}[U_1] = 0, \; L_{2k}[U_1] = 0 \tag{2.7}$$

Khai triển U_1, F_1 theo các hàm riêng $\{z_{rs}(x, y)\}$ ta có :

$$U_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} U_{1rs}(a, \varphi)\, z_{rs}, \quad F_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} F_{1rs}(a, \varphi)\, z_{rs},$$

$$F_{1rs} = \int_0^b\!\!\int_0^c F_1 z_{rs}\, dx\, dy \Big/ \int_0^b\!\!\int_0^c z_{rs}^2\, dx\, dy$$

Thay các biểu thức này vào (2.6), sau khi tính toán ta có

$$\Omega_{11}^3 \frac{\partial^3 U_{111}}{\partial\varphi^3} + \xi\Omega_{11}^2 \frac{\partial^2 U_{111}}{\partial\varphi^2} + \Omega_{11}^3 \frac{\partial U_{111}}{\partial\varphi} + \xi\,\Omega_{11}^2 U_{111} = F_{111} +$$
$$+ 2\Omega_{11}(\xi A_1 - \Omega_{11} a B_1)\sin\varphi + 2\Omega_{11}(\Omega_{11} A_1 + \xi\, a B_1)\cos\varphi, \qquad (2.8)$$

$$\Omega_{11}^3 \frac{\partial^3 U_{1rs}}{\partial\varphi^3} + \xi\,\Omega_{11}^2 \frac{\partial^2 U_{1rs}}{\partial\varphi^2} + \Omega_{11}\Omega_{rs}^2 \frac{\partial U_{1rs}}{\partial\varphi} + \xi\Omega_{rs}^2 U_{1rs} = F_{1rs} \qquad (2.9)$$
$$(r,\ s = 1, 2, \ldots ;\ r = s \neq 1)$$

Với cách khai triển này U_1 tự thỏa mãn điều kiện biên (2.7)

Một lần nữa khai triển các hàm U_{1rs}, F_{1rs}, theo φ

$$U_{1rs} = \sum_{n=0}^{\infty} (v_{1n}^{(r,s)}(a)\cos n\varphi + W_{1n}^{(r,s)}(a)\sin n\varphi),$$

$$F_{1rs} = \sum_{n=0}^{\infty} (g_{1n}^{(r,s)}(a)\cos n\varphi + h_{1n}^{(r,s)}(a)\sin n\varphi), \qquad (2.10)$$

$$g_{10}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}\, d\varphi,\quad g_{1n}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}\cos n\varphi\, d\varphi,$$

$$h_{1n}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{1rs}\sin n\varphi\, d\varphi.$$

Thế (2.10) vào (2.8), (2.9) với điều kiện U_{111} không chứa các số hạng điều hòa $\cos\varphi$, $\sin\varphi$, A_1, B_1, U_1 được xác định theo các công thức sau đây :

$$A_1 = -\frac{\Omega_{11} g_{11}^{(1,1)}(a) + \xi h_{11}^{(1,1)}(a)}{2\Omega_{11}(\Omega_{11}^2 + \xi^2)},\quad B_1 = -\frac{\xi g_{11}^{(1,1)}(a) - \Omega_{11} h_{11}^{(1,1)}(a)}{2a\Omega_{11}(\Omega_{11}^2 + \xi^2)} \qquad (2.11)$$

$$U_1 = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r,s=1}^{\infty} \{[(\xi g_{1n}^{(r,s)}(a) - n\Omega_{11} h_{1n}^{(r,s)}(a))\cos n\varphi + (n\Omega_{11} g_{1n}^{(r,s)}(a) +$$
$$+ \xi h_{1n}^{(r,s)}(a))\sin n\varphi]/(\xi^2 + n^2\Omega_{11}^2)(\Omega_{rs}^2 - n^2\Omega_{11}^2)\}\, z_{rs}(x, y) \qquad (2.12)$$

Khi $r = s = 1$ thì $n \neq 1$

Như vậy nghiệm (2.4) trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện đã được xác định.

2. TRƯỜNG HỢP ĐA TẦN

Giả sử rằng, khi $\varepsilon = 0$ với giá trị ban đầu nào đó, hệ tồn tại N^2 dao động không tắt dần với tần số : $(\Omega_{11}, \Omega_{12}, \ldots, \Omega_{NN})$ và không có nội cộng hưởng đối với các tần số trên, tức là

$$\Omega_{rs}^2 - \left(\sum_{k,l=1}^{N} q_{kl}\,\Omega_{kl}\right)^2 \neq 0,\ (r, s = 1, 2, \ldots) \qquad (2.13)$$

q_{kl} là những hằng số nguyên nào đó. Khi đó nghiệm riêng của (2.1) tìm dưới dạng sau :

$$W(x, y, t) = \sum_{k,l=1}^{N} a_{kl}z_{kl}\cos\Phi_{kl} + \varepsilon U_1(x, y, a, \Phi) + \varepsilon^2 U_2(x, y, a, \Phi) + \varepsilon^3 \ldots \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \frac{da_{kl}}{dt} &= \varepsilon A_{1kl}(a) + \varepsilon^2 A_{2kl}(a) + \varepsilon^3 \ldots \\ \frac{d\psi_{kl}}{dt} &= \varepsilon B_{1kl}(a) + \varepsilon^2 B_{2kl}(a) + \varepsilon^3 \ldots \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$a = (a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{NN})\ ;\ \Phi = (\Phi_{11}, \Phi_{12}, \ldots, \Phi_{NN})\ ;\ \Phi_{kl} = \Omega_{kl}t + \psi_{kl}$$

Tính $\frac{\partial W}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^3 W}{\partial t^3}$ từ (2.14), chú ý đến (2.15) rồi thay vào (2.1) trong xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện ta thu được

$$L_3[U_1] + \xi L_2[U_1] + \omega^2 L_1[U_1] + \xi\omega^2\nabla^4 U_1 = F_1 +$$

$$+ 2\sum_{k,l=1}^{N} [\Omega_{kl}(\xi A_{1kl} - \Omega_{kl}a_{kl}B_{1kl})\sin\Phi_{kl} + \Omega_{kl}(\Omega_{kl}A_{1kl} + \xi a_{kl}B_{1kl})\cos\Phi_{kl}]z_{kl} \quad (2.16)$$

$$L_{1j}[U_1] = 0,\ L_{2j}[U_1] = 0,\ L_{1k}[U_1] = 0,\ L_{2k}[U_1] = 0. \quad (2.17)$$

Ở đây :

$$F_1 = F\left(x, y, \sum_{k,l=1}^{N} a_{kl}z_{kl}\cos\Phi_{kl}, \sum_{k,l=1}^{N} a_{kl}\frac{\partial z_{kl}}{\partial x}\cos\Phi_{kl}, \ldots\right)$$

$$L_1[U_1] = \left(\sum_{k,l=1}^{N} \Omega_{kl}\frac{\partial}{\partial\Phi_{kl}}\right)U_1\ ;\ L_2[U_1] = \left(\sum_{k,l=1}^{N} \Omega_{kl}\frac{\partial}{\partial\Phi_{kl}}\right)^2 U_1\ ;$$

$$L_3[U_1] = \left(\sum_{k,l=1}^{N} \Omega_{kl}\frac{\partial}{\partial\Phi_{kl}}\right)^3 U_1$$

Khai triển các hàm U_1, F_1 theo các hàm riêng $\{z_{rs}(x, y)\}$

$$U_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} U_{1rs}(a, \Phi)z_{rs}\ ;\ F_1 = \sum_{r,s=1}^{\infty} F_{1rs}(a, \Phi)z_{rs}\ ;$$

$$F_{1rs} = \int_0^b\int_0^c F_1 z_{rs}\,dx\,dy \Big/ \int_0^b\int_0^c z_{rs}^2\,dx\,dy$$

Với cách khai triển này U_1 tự thỏa mãn điều kiện biên (2.17). Thay các biểu thức này vào (2.16) ta có :

$$L_3[U_{1kl}] + \xi L_2[U_{1kl}] + \Omega_{kl}^2 L_1[U_{1kl}] + \xi\Omega_{kl}^2 U_{1kl} =$$

$$= F_{1kl} + 2\Omega_{kl}(\xi A_{1kl} - \Omega_{kl}a_{kl}B_{1kl})\sin\Phi_{kl} + 2\Omega_{kl}(\Omega_{kl}A_{1kl} + \xi a_{kl}B_{1kl})\cos\Phi_{kl}, \quad (2.18)$$

$$L_3[U_{1rs}] + \xi L_2[U_{1rs}] + \Omega_{rs}^2 L_1[U_{1rs}] + \xi\Omega_{rs}^2 U_{1rs} = F_{1rs} \quad (2.19)$$

$$r, s = (N+1), (N+2), \ldots$$

Một lần nữa khai triển $U_{1rs}(a, \Phi)$, $F_{1rs}(a, \Phi)$, theo Φ ta có

$$U_{1rs} = \sum_p U_{1p}^{(r,s)}(a)\, e^{ip\Phi} \;; \quad F_{1rs} = \sum_p F_{1p}^{(r,s)}(a)\, e^{ip\Phi}$$

$$F_{1p}^{(r,s)}(a) = \frac{1}{(2\pi)^{N^2}} \underbrace{\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi}}_{N^2 \text{ lần}} F_{1rs} e^{-ip\Phi}\, d\Phi_{11} \ldots d\Phi_{NN} \qquad (2.20)$$

$$p = (p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{NN})$$

Thay các biểu thức (2.20) vào (2.18), (2.19), với điều kiện U_{1kr} không chứa các điều hòa $\cos\Phi_{kl}$, $\sin\Phi_{kl}$, sau một loạt các tính toán cần thiết ta có:

$$U_1 = \sum_p \sum_{r,s=1}^{\infty} \Big\{ \int_0^{2\pi} \ldots \int_0^{2\pi} \int_0^b \int_0^c F_1 z_{rs} \exp[-i(p_{11}\Phi_{11} + \ldots$$

$$+ p_{NN}\Phi_{NN})]dxdyd\Phi_{11} \ldots d\Phi_{NN}/(2\pi)^{N^2}(\xi + iL_1)(\Omega_{rs}^2 - L_2) \times$$

$$\times \int_0^b \int_0^c z_{rs}^2 dxdy \Big\} z_{rs} \exp[i(p_{11}\Phi_{11} + \ldots + p_{NN}\Phi_{NN})] \qquad (2.21)$$

Khi $r, s \leqslant N$ thì $\Omega_{rs}^2 - L_2 \neq 0$; $L_1 = \sum_{k,l=1}^{N} p_{kl}\Omega_{kl}$; $L_2 = L_1^2$

$$\Omega_{kl}(\Omega_{kl}A_{1kl} + \xi a_{kl}B_{1kl}) =$$

$$= -\frac{1}{(2\pi)^{N^2}} \int_0^{2\pi} \ldots \int_0^{2\pi} F_{1kl}(a, \Phi) \cos\Phi_{kl}\, d\Phi_{11} \ldots d\Phi_{NN} = -G_{kl}(a)$$

$$\Omega_{kl}(\xi A_{1kl} - \Omega_{kl}a_{kl}B_{1kl}) =$$

$$= -\frac{1}{(2\pi)^{N^2}} \int_0^{2\pi} \ldots \int_0^{2\pi} F_{1kl}(a, \Phi) \sin\Phi_{kl} d\Phi_{11} \ldots d\Phi_{NN} = -H_{kl}(a) \qquad (2.22)$$

Từ hệ hai phương trình (2.22) ta tính được

$$A_{1kl} = -\frac{\Omega_{kl}G_{kl}(a) + \xi H_{kl}(a)}{\Omega_{kl}(\Omega_{kl}^2 + \xi^2)},$$

$$B_{1kl} = -\frac{\xi G_{kl}(a) - \Omega_{kl}H_{kl}(a)}{a_{kl}\Omega_{kl}(\Omega_{kl}^2 + \xi^2)}, \qquad (2.23)$$

$$(k, l = 1, 2 \ldots N)$$

Như vậy đối với trường hợp đa tần, xấp xỉ thứ nhất hoàn thiện đã được xác định.

§ 3. VÍ DỤ

Xét bản chữ nhật, chịu liên kết tựa 4 cạnh, có kích thước và hệ tọa độ như hình (1). Chuyển động của bản trên nền đàn hồi có một hệ số nền được mô tả bằng phương trình sau:

$$\frac{\partial^3 W}{\partial t^3} + \xi \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t}(\omega^2 \nabla^4 W + \eta W) + \xi(\omega^2 \nabla^4 W + \eta W) =$$

$$= \varepsilon \left[\xi f + \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{E_2 \Omega^2}{E_1} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)\right]. \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} &W \Big|_{x=o,b} = 0 \,; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \Big|_{x=o,b} = 0 \,; \\ &W \Big|_{y=o,c} = 0 \,; \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{y=o,c} = 0. \end{aligned} \tag{3.2}$$

1) Hệ tuyến tính

$$f\left(x, y, w, \frac{\partial W}{\partial x}, \dots\right) = 0 \,; \quad F = -\frac{E_2 \omega^2}{E_1} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W)$$

Theo công thức (2.11) ta xác định được

$$\begin{aligned} &A_1 = -\xi \mathscr{C} a \,; \; B_1 = \Omega_{11} \mathscr{C} \,; \; a = a_0 \exp(-\varepsilon \xi \mathscr{C} t); \\ &\varphi = \Omega_{11}(1 + \varepsilon \mathscr{C})\, t + \psi_0 ; \; \Omega_{11}^2 = \left\{\omega^2 \left[\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2\right]^2 + \eta\right\}; \\ &\mathscr{C} = E_2 \omega^2 \left[\left(\frac{\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{c}\right)^2\right]^2 \Big/ 2E_1(\Omega_{11}^2 + \xi^2). \end{aligned} \tag{3.3}$$

2) Hệ phi tuyến:

$$f = -\beta W^3 \,; \; \beta = \text{const} > 0 \,;$$

$$F = -\xi \beta W^3 - \frac{\partial}{\partial t}(\beta W^3) - \frac{E_2 \omega^2}{E_1} \frac{\partial}{\partial t}(\nabla^4 W).$$

Tính toán tương tự như trên ta có:

$$\begin{aligned} &A_1 = -\xi \mathscr{C} a \,; \; \beta_1 = \Omega_{11} \mathscr{C} + 27 \beta a^2 / 128 \Omega_{11} \,; \\ &a = a_0 \exp(-\varepsilon \xi \mathscr{C} t) \,; \\ &\varphi = \Omega_{11}(1 + \varepsilon \mathscr{C})\, t + 27\, \beta\, a_0^2 \exp(-2\varepsilon \xi \mathscr{C} t) / 256 \Omega_{11} \xi \mathscr{C}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Qua các công thức (3.3), (3.4) chúng ta thấy rằng, tính chất từ biến của vật liệu có tác dụng làm giảm biên độ dao động như lực cản ngoài. Hàm phi tuyến f chỉ làm thay đổi pha dao động, không ảnh hưởng đến biên độ dao động. Tính chất từ biến của vật liệu đã làm thay đổi tần số riêng một lượng nhỏ cỡ ε.

§ 4. KẾT LUẬN

1. Đã mô hình và lập được phương trình vi phân chuyển động của bản trong trường hợp tới hạn, khi kể đến tính từ biến của vật liệu.

2. Đã xây dựng được nghiệm tiệm cận bằng phương pháp tiệm cận [3] trong hai trường hợp đơn tần và đa tần.

3. Về mặt định tính đã nêu được vài tính chất dao động, do tính từ biến của vật liệu gây ra.

Địa chỉ
Đại học Mỏ – Địa chất

Nhận ngày 12-4-1982

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN ĐẠO. Non-linear oscillations of high order systems. National center of scientific research of Việt Nam – Hà nội, 1979.

2. РЖАНИЦЫН А.Р. Теория ползучести. Изд. литературы по строительству. Москва, 1968.

3. МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А., МОССЕНКОВ Б. М. Асимптотические решения уравнений в частных производных. Изд. при КГУ. Киев, 1976.

SUMMARY

OSCILLATION OF THE RECTANGULAR THIN PLATE WHEN MAKING MENTION OF THE CREEP OF MATERIAL

In this work, the author have modelled and set up the equation of motion of the rectangular thin plate with regard to the creep of material in critical case. The asymptotic solution was constructed by means of method [3] for autonomous system.

To illustrate the presented method a concrete example had been analysed. It is seen that the physical character of the material decreases the amplitude of the oscillation as viscous friction.