

THIẾT KẾ TỐI ƯU KẾT CẤU BÊ TÔNG CỐT THÉP

BÙI NGUYỄN NHẠC

Để thiết kế một kết cấu, chúng ta thường hay sử dụng phương pháp tính thử dần và chọn ra từ một số phương án khả dĩ một phương án hợp lý nhất. Xu thế hiện nay là qui bài toán thiết kế kết cấu về giải một bài toán qui hoạch toán học, cho phép chọn phương án tối ưu trong vô số phương án khả dĩ. Bài này giới thiệu một phương pháp thiết kế tối ưu tiết diện các kết cấu bê tông cốt thép bằng cách thiết lập bài toán qui hoạch toán học và trình bày phương pháp giải bài toán qui hoạch đó. Cuối cùng có ví dụ minh họa bằng một bài toán thiết kế thực tế.

§ 1. PHƯƠNG PHÁP THIẾT KẾ TỐI ƯU CÁC KẾT CẤU BÊ TÔNG CỐT THÉP

Nhiệm vụ đầu tiên của việc thiết kế tối ưu kết cấu là lựa chọn các biến thiết kế. Trong thực tế thiết kế tối ưu, các biến thiết kế có thể là kích thước và hình dáng kết cấu, các đặc trưng cơ lý của vật liệu và các số liệu thiết kế khác. Đối với các kết cấu bê tông cốt thép, người ta thường chọn kích thước tiết diện thanh và hàm lượng cốt thép trong kết cấu làm các biến thiết kế.

Số lượng các biến thiết kế được chọn thường bị hạn chế bởi các phương pháp toán học được sử dụng để tính toán. Càng nhiều biến thiết kế, bài toán càng lâu hội tụ, và đòi hỏi nhiều thời gian máy.

Thiết kế tối ưu kết cấu thông thường nhất là thiết kế kết cấu có giá thành nhỏ nhất. Người ta thường gọi hàm này là hàm đích hay hàm mục tiêu. Một cách tổng quát hàm đích có thể xây dựng trong dạng sau :

$$W = \sum_{i=1}^k S_i K_i \quad (1.1)$$

Ở đây S_i là hàm thể tích (hay trọng lượng) của kết cấu đối với các biến thiết kế, còn K_i là giá thành một đơn vị thể tích (hay một đơn vị trọng lượng) của loại vật liệu được sử dụng.

Tương ứng với một bài toán qui hoạch toán học, trong thiết kế tối ưu chúng ta cũng cần phải xây dựng các điều kiện viết dưới dạng các hàm ràng buộc đối với các biến thiết kế, đảm bảo cho kết cấu không bị phá hỏng, không trở thành không sử dụng được và không vi phạm các điều đã qui định trong các qui trình thiết kế.

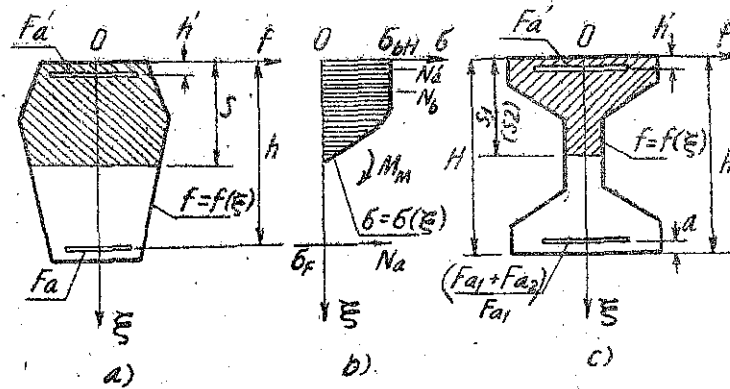
Trong thiết kế các kết cấu bê tông cốt thép, ràng buộc quan trọng nhất là điều kiện tương ứng với các trạng thái giới hạn. Các điều kiện này đảm bảo cho kết cấu trong quá trình khai thác không bị phá hủy do vật liệu của kết cấu làm việc quá cường độ giới hạn, không cho kết cấu bị mất ổn định, không cho kết cấu bị biến dạng quá mức hay bị nứt quá giới hạn cho phép. Một cách tổng quát, chúng ta có thể biểu diễn điều kiện của các trạng thái giới hạn dưới hai dạng bất phương trình sau :

$$Y_M \leq Y_H \quad (1.2)$$

$$\text{và} \quad a_H \leq [a] \quad (1.3)$$

trong đó (1.2) tương ứng với trạng thái giới hạn về mặt cường độ và ổn định, (1.3) tương ứng với trạng thái giới hạn thứ hai và thứ ba, đảm bảo cho kết cấu không bị biến dạng hoặc nứt quá mức độ cho phép.

Trạng thái giới hạn về mặt cường độ và ổn định là trạng thái giới hạn quan trọng nhất. Để làm sáng tỏ hơn cách xây dựng điều kiện ràng buộc của trạng thái giới hạn này, chúng ta hãy viết điều kiện chịu mô men của dầm chịu uốn thuần túy. Mô men bất lợi nhất tác dụng lên một tiết diện nào đó của dầm là M_M còn mô men giới hạn của tiết diện thì được tính toán bằng công thức sau đây (hình vẽ 1a, b).



Hình 1

$$M_H = N_a h - N_a' h' - M_b \quad (1.4)$$

trong đó

$$N_a = F_a \sigma_v \text{ và } N_a' = F_a' \sigma_v'$$

lần lượt là tổng hợp lực của cốt thép chịu kéo có diện tích tiết diện F_a và cốt thép chịu nén có diện tích tiết diện F_a' , σ_v và σ_v' là hàm phân bố ứng suất trong cốt thép chịu kéo và chịu nén, M_b là mômen do tổng hợp lực N_b của phần bê tông chịu nén lấy đối với trục biên trên của tiết diện, nó được tính bằng công thức :

$$M_b = \int_0^S \xi \sigma(\xi) f(\xi) d\xi \quad (1.5)$$

Vị trí trục trung hòa S tính từ mép tiết diện bê tông chịu nén được xác định từ phương trình cân bằng của tiết diện.

$$N_b - F_a \sigma_v + F_a' \sigma_v' = 0, \quad (1.6)$$

trong đó N_b được xác định bằng công thức :

$$N_b = \int_0^S \sigma(\xi) f(\xi) d\xi \quad (1.7)$$

Trong các công thức trên, $f(\xi)$ là hàm mô tả hình dáng tiết diện, $\sigma(\xi)$ là hàm phân bố ứng suất trong vùng bê tông chịu nén.

Theo (1.2) điều kiện của trạng thái giới hạn về mặt cường độ sẽ là :

$$\int_0^S \sigma(\xi) f(\xi) d\xi - F_a \sigma_v + F_a' \sigma_v' = 0, \quad (1.8)$$

$$F_a \sigma_v h - F_a' \sigma_v' h' - \int_0^S \xi \sigma(\xi) f(\xi) d\xi \geq M_M \quad (1.9)$$

Các điều kiện ràng buộc loại thứ hai là các điều kiện đảm bảo cho kết cấu thỏa mãn các yêu cầu về mặt thi công và sử dụng đã được qui định trong các qui trình thiết kế, ngoài ra là các yêu cầu đặc biệt khác về mặt thiết kế cần phải thỏa mãn. Trong lĩnh vực thiết kế các kết cấu bê tông cốt thép các điều kiện này thường là qui định về hàm lượng cốt thép của một tiết diện bê tông cốt thép chịu uốn :

$$F_a/F_b \geq 0,02 \quad (1.10)$$

Ở đây F_b là diện tích tiết diện dầm bê tông cốt thép và F_a là diện tích tiết diện cốt thép chịu kéo bố trí trong tiết diện đó.

Ngoài ra, nếu gọi x_i ($i = 1, \dots, n$) là các biến thiết kế thì còn cần phải thỏa mãn các điều kiện :

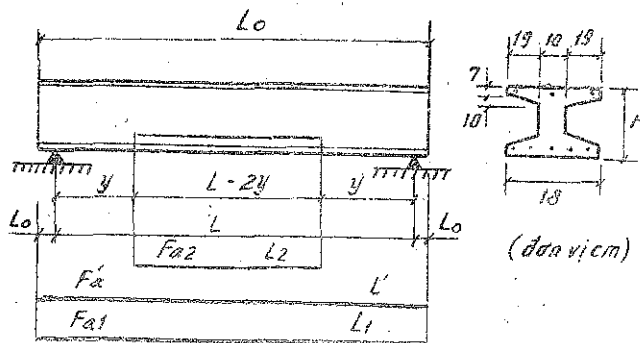
$$x_i \geq 0 \quad (1.11)$$

Sau khi xây dựng xong hàm đích và các hàm ràng buộc theo các biến thiết kế đã lựa chọn, tức là thiết lập xong bài toán qui hoạch toán học, chúng ta phải tìm cách giải bài toán qui hoạch đó. Để giải bài toán qui hoạch phi tuyến nhiều biến tổng quát, có hai phương pháp có hiệu quả là phương pháp qui bài toán qui hoạch phi tuyến thành bài toán qui hoạch tuyến tính lồi và phương pháp áp dụng các hàm phạt. Việc giải bài toán qui hoạch phi tuyến bằng phương pháp hàm phạt với chương trình tính « OPTIMA » để tính trên máy tính điện tử, đã được người viết những dòng này tổng kết trong tài liệu [5]. Bằng chương trình tính « OPTIMA » giải bài toán qui hoạch toán học đã thiết lập được ở trên, giá trị của các biến thiết kế làm cực tiểu hàm đích đồng thời đảm bảo cho các điều kiện ràng buộc thỏa mãn sẽ cho ta phương án tối ưu của kết cấu về mặt giá thành, trọng lượng hoặc thể tích.

§ 2. THÍ DỤ ÁP DỤNG

Thiết kế một dầm bê tông cốt thép có kết cấu nhịp đơn giản, chiều dài nhịp lý thuyết $L = 10,3$ m có tiết diện chữ I không đổi trên suốt chiều dài dầm, chịu tải trọng bất lợi nhất là lực phân bố đều theo chiều dài dầm có cường độ $q = 3800$ kg/m, sao cho dầm có giá thành vật liệu được sử dụng là ít nhất.

Hình 2 cho tiết diện và sơ đồ bố trí cốt thép của dầm sẽ được thiết kế.



Hình 2. Tiết diện và sơ đồ bố trí cốt thép.

Cốt thép dọc chịu kéo có diện tích tiết diện F_{a1} và chịu nén có diện tích tiết diện F'_a chạy suốt chiều dài dầm và cốt thép dọc chịu kéo có diện tích tiết diện F_{a2} được đặt ở khoảng giữa dầm mỗi đầu cách gối tựa một đoạn là y .

Các biến thiết kế được chọn là : diện tích tiết diện các cốt thép F_{a1} , F_{a2} , F'_a , chiều cao có ích h của tiết diện dầm và chiều dài cắt bớt cốt thép có tiết diện F_{a2} : y . Số biến thiết kế là 5.

Trong trường hợp này hàm đích có dạng :

$$W = L_0 F_b K_b + L_0 F'_a \gamma_a K'_a + L_0 F_{a1} \gamma_a K_a + (L - 2y) F_{a2} \gamma_a K_a$$

ở đây: F_b là diện tích tiết diện dầm = $912 + 10(h + a)$ (cm²)

L_0 là chiều dài toàn dầm = $L + 2l_0$,

L - Chiều dài tính toán,

γ_a - là trọng lượng riêng của cốt thép,

K_b - là giá tiền 1m³ bê tông,

K_a và K_a' là giá tiền 1 tấn thép dùng làm cốt thép chịu kéo và chịu nén.

Để thiết lập các hàm ràng buộc có thể dựa vào sơ đồ tính toán (hình 1c). Chúng ta sẽ chỉ kiểm tra theo trạng thái giới hạn về mặt cường độ đối với các thiết diện thẳng góc, tức là khả năng chịu mô men uốn.

Tiết diện cần kiểm tra sẽ là tiết diện giữa nhịp ($y = L/2$) và một tiết diện nằm ở vị trí bất đầu cắt bớt cốt thép chịu kéo, cách gối tựa một khoảng là y . Theo (1.8) và (1.9) chúng ta có thể viết điều kiện của trạng thái giới hạn về mặt cường độ là:

- Tiết diện giữa nhịp:

$$2 \int_0^{S_1} f(\xi) \sigma(\xi) d\xi - (F_{a1} + F_{a2})\sigma_{V1} + F_a'\sigma_{V1}' = 0$$

$$(F_{a1} + F_{a2})\sigma_{V1}h - F_a'\sigma_{V1}'h' - 2 \int_0^{S_1} f(\xi)\sigma(\xi)\xi d\xi \geq qL^2/8$$

- Tiết diện cách gối tựa một đoạn là y :

$$2 \int_0^{S_2} f(\xi)\sigma(\xi)d\xi - F_{a1}\sigma_{V2} + F_a'\sigma_{V2}' = 0$$

$$F_{a1}\sigma_{V2}h - F_a'\sigma_{V2}'h' - 2 \int_0^{S_2} f(\xi)\sigma(\xi)\xi d\xi \geq \frac{qy}{2} (L - y)$$

Trong các công thức trên $f(\xi)$ là hàm số mô tả hình dáng một nửa tiết diện đối xứng, nó được cho như sau (hình 2), (1.C) (đơn vị cm):

Nếu $0 \leq \xi < 7$ thì $f = 24$

Nếu $7 \leq \xi < 17$ thì $f = -1.9\xi + 37.3$

Nếu $17 \leq \xi$ thì $f = 5$

Điều kiện (1.10) ở đây là khoảng cách từ mép tiết diện bê tông chịu nén tới vị trí trục trung hòa của các tiết diện đang xét phải thỏa mãn:

$$S_1 \geq \psi h$$

$$S_2 \geq \psi h$$

Trong đó ψ là một hệ số nhỏ hơn 1 phụ thuộc vào chất lượng bê tông và cốt thép được sử dụng [1].

Ngoài ra chúng ta còn cần phải thỏa mãn các điều kiện sau:

- Chiều cao toàn bộ của dầm không được nhỏ hơn tổng chiều dày của hai cánh dầm, tức là:

$$h + a \geq 34 \text{ (cm)}$$

- Các biến thiết kế đã chọn ở trên không được có giá trị âm và chiều dài l_2 của cốt thép chịu kéo có tiết diện F_{a2} cũng không thể là một đại lượng âm, tức là:

$$l_2 = L - 2y \geq 0$$

Chọn bê tông mác 400, thép 25Г2С cho cốt chịu kéo và CT3 cho cốt chịu nén, đổi tên các biến thiết kế theo thứ tự như trên là x_1, x_2, x_3, x_4 và x_5 ; thay đổi dạng các bất phương trình từ dạng $g \geq g_0$ thành $g/g_0 - 1 \geq 0$ và sắp xếp lại thứ tự các hàm ràng buộc

chúng ta qui được bài toán thiết kế tối ưu dạng bài toán qui hoạch toán học sau đây:

Hãy làm cực tiểu:

$$W = 99.948 x_1 + 0.0858 (1030 - 2x_4) x_2 + 71.18748 x_3 + 12.826 x_5 + 860.6246$$

trong các điều kiện ràng buộc dạng bất đẳng thức:

$$g_1 = x_1 \geq 0, \quad g_2 = x_2 \geq 0, \quad g_3 = x_3 \geq 0, \quad g_4 = x_4 \geq 0,$$

$$g_5 = \frac{x_5}{31.5} - 1 \geq 0, \quad g_6 = 1 - x_4/515 \geq 0,$$

$$g_7 = \frac{S_1}{0.0816 x_5} - 1 \geq 0, \quad g_8 = \frac{S_2}{0.0846 x_5} - 1 \geq 0$$

$$g_9 = \frac{1}{5039275} [(x_1 + x_2) x_5 \sigma_{v1} - 2.5x_3 \sigma'_{v1} - 2 \int_0^{S_1} f(\xi) \sigma(\xi) \xi d\xi] - 1 \geq 0,$$

$$g_{10} = \frac{1}{19x_4 (10.3 - x_4)} [x_1 x_5 \sigma_{v2} - 2.5x_3 \sigma'_{v2} - 2 \int_0^{S_2} f(\xi) \sigma(\xi) \xi d\xi] - 1 \geq 0$$

và các điều kiện ràng buộc dạng phương trình:

$$h_{11} = 2 \int_0^{S_1} \sigma(\xi) f(\xi) d\xi - (x_1 + x_2) \sigma_{v1} + x_3 \sigma'_{v1} = 0,$$

$$h_{12} = 2 \int_0^{S_2} \sigma(\xi) f(\xi) d\xi - x_1 \sigma_{v2} + x_3 \sigma'_{v2} = 0.$$

Quá trình giải được thực hiện trên máy tính điện tử IBM 360-40 và kết quả cho trên bảng (2.1).

T.T bước tính toán	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$W(\bar{x})$ (đ)
1	21.6878	7.9716	3.8581	190.0722	72.6931	4484.5
2	19.6772	5.1164	0.5781	229.7781	74.4523	3290.2
3	11.7892	5.1144	0.2651	232.7433	75.4614	3168.7
4	11.5344	5.1743	0.0855	234.3995	75.4782	3137.5
5	11.5766	5.1649	0.0650	234.0821	75.4414	3134.2
6	11.5241	5.2052	0.0002	232.9390	75.4681	3128.6

Kết quả tính toán

Phương án ban đầu: x_i^0 ($i = 1, \dots, 5$) = (21, 43,6; 76, 6.200; 70,)

$$W(\bar{x}^0) = 4500d00.$$

Thời gian tính toán 7 phút 17 giây.

Địa chỉ:

Viện kỹ thuật giao thông

Nhận ngày 25/1/1984

(Xem tiếp trang 32)