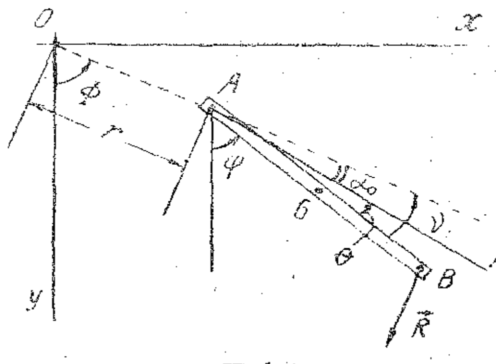
Tạp chí Cơ học T.VI, 1984, Số 1 (Trang 9-13)

VỀ DAO ĐỘNG CỦA BÚA TREO Ở MÁY NGHIỀN

NGUYỄN VĂN ĐẠO

Dao động của búa treo ở máy nghiền được khảo sát trong các công trình [1,2]. Gần đây, Viện thiết kế máy nông nghiệp Bộ Cơ khí Luyện kim đặt vấn đề tiếp tục nghiên cứu bài toán nói trên, có chú ý thêm một số yếu tố mới của chuyển động. Đó là khi tỷ số ρ^2/l^2 không quá nhỏ so với đơn vị (xem [1]), khi có lực cản tác dụng và giải thích hiện tượng dao động của búa không phải quanh đường thẳng OA mà quanh AA', làm với OA một góc không đổi α_0 (hình 1).



Hình 1

Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng trong trường hợp tỷ số ρ^2/l^2 không quá nhỏ so với 1, các giá trị cộng hưởng của tỷ số r/l lớn hơn các giá trị tương ứng khi ρ^2/l^2 rất nhỏ so với 1 (xem [1]), khoảng 33%. Khi có lực cản tác dụng thì trục đối xứng của dao động tương đối của búa sẽ bị lệch một góc α_0.

Để tiện theo dõi, chúng tôi dùng các ký hiệu gần với bài [1] ; ρ là bán kính quán tính của búa treo AB đối với trục GZ' đi qua trọng tâm G của búa và song song với trục Z, còn r là bán kính của rôto ; l là khoảng cách từ tâm treo búa A đến trọng tâm G.

§1. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Ta coi búa treo là thanh đồng chất, chiều dài $2l$, khối lượng m. Lấy tọa độ suy rộng là các góc Φ và φ do bán kính OA và thanh AB tạo với đường thẳng đứng (hình 1). Gọi I là mô men quán tính của rôto đối với trục OZ, còn J là mô men quán tính của thanh AB đối với trục qua A và vuông góc với mặt phẳng XOY, $J = \frac{4}{3} ml^2$.

Động năng của hệ gồm rô-to và thanh AB là

$$T = \frac{1}{2} I\dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2}(mr^2\dot{\Phi}^2 + 2mrl\cos\nu\,\dot{\Phi}\dot{\varphi} + J\dot{\varphi}^2),\ \nu = \Phi - \varphi. \tag{1.1}$$

Thế năng của trọng lực có dạng

$$\pi = -mg\,(r\cos\Phi + l\cos\varphi) \tag{1.2}$$

Giả thiết rằng lực cản $\vec{R}$ đặt tại điểm B, cách A một đoạn s và có một trong các dạng sau đây :

$$1)\ \vec{R} = -h\vec{v}_B,\quad 2)\ \vec{R} = -h_1 v_B^2\,.\,\vec{v}_B^{\,o},\quad 3)\ \vec{R} = -h_2 v_B^{2/5}\,.\,\vec{v}_B^{\,o}, \tag{1.3}$$

trong đó h, h_1, h_2 là hệ số tỷ lệ, $\vec{v}_B^0$ là véc-tơ vận tốc đơn vị, v_B là giá trị vận tốc điểm B.

Công nguyên tố của lực cản là

$$\delta A = \vec{R} \cdot \delta \vec{r}_B = Q_\varphi \, \delta\varphi + Q_\Phi \, \delta\Phi,$$

$$\vec{r}_B = (r \sin \Phi + S \sin \varphi) \, \vec{i} + (r \cos \Phi + S \cos \varphi) \, \vec{j}.$$

Q_Φ, Q_φ là các ký hiệu chỉ lực cản suy rộng :

$$Q_\varphi = - S R_o, \; R_o = h\omega \, [S (1 - v') + r \cos v].$$

Ở đây, dấu chấm và dấu phẩy trên các chữ chỉ tương ứng đạo hàm theo t và t_1 : $\cdot = d/dt$, $' = d/dt_1$, $t_1 = \omega t$, $\omega = \dot{\Phi}$ – vận tốc góc của rô to.

Phương trình La-gơ-răng đối với tọa độ φ có dạng

$$J\ddot{\varphi} - mrl\omega^2 \sin v + mgl \sin \varphi = - S R_o \tag{1.4}$$

hoặc dưới dạng khai triển

$$\frac{4}{3} v'' + \lambda^2 v = S^* h (r + s) - Hv' + \frac{\lambda^2}{6} v^3 + \sigma \sin t_1 - \sigma v \cos t_1 - \frac{\sigma}{2} v^2 \sin t_1 +$$

$$+ \frac{\sigma}{6} v^3 \cos t_1 - H_1 v^2 + \ldots, \tag{1.5}$$

trong đó các số hạng không viết ra là những số hạng chứa v ở các lũy thừa bậc cao hơn 3,

$$S^* = S/ml^2\omega, \; H = S^* h s, \; \sigma = \omega_o^2/\omega^2, \; \omega_o^2 = g/l, \; \lambda^2 = r/l. \tag{1.6}$$

Giả thiết lực cản (h) là nhỏ. Đại lượng σ nhỏ khi rô-to quay nhanh ($\omega \gg \omega_o$). Ở đây ta xét dao động nhỏ của thanh AB. Số hạng $\lambda^2 v^3$ là nhỏ (λ^2 – hữu hạn). Các số hạng σv^2, hv^2 được giả thử là những vô cùng bé bậc cao hơn các số hạng vừa nói ở trên. Nếu chỉ giữ lại ở vế phải của (1.5) các số hạng vô cùng bé cùng bậc và đưa vào ký hiệu ε để chỉ độ bé ấy ta sẽ có phương trình vi phân của chuyển động của búa như sau

$$\frac{4}{3} v'' + \lambda^2 v = \varepsilon \left\{ S^* h (r + s) - Hv' + \frac{\lambda^2}{6} v^3 + \sigma \sin t_1 - \sigma v \cos t_1 \right\}. \tag{1.7}$$

Số hạng không đổi $\varepsilon S^* h (r + s)$ ở vế phải là thành phần thứ nhất của lực cản suy rộng sẽ làm lệch trục dao động của búa một góc α_o xác định bởi công thức

$$\alpha_o = \varepsilon S^* h (r + s)/\lambda^2. \tag{1.8}$$

Với các thông số [1] : $r = 7.9$ cm, $l = 3.50$ cm, $\omega = 300 \text{ sec}^{-1}$, $s = 6.3$ cm, $P = 3$ N (trọng lượng búa), $h = 7.10^{-2}$ Nsec/cm, ta có $\alpha_o = 0.246$ rad $\simeq 14°05$

Đặt $\theta = v - \alpha_o$ ta có thể viết phương trình (1.7) dưới dạng

$$\theta'' + \Omega^2\theta = \varepsilon f (t_1, \theta, \theta'), \tag{1.9}$$

ở đây bỏ qua các số hạng vô cùng bé bậc cao hơn 1,

$$f (t_1, \theta, \theta') = \frac{3}{4} \left(- H\theta' + \frac{\lambda^2}{6} \theta^3 + \sigma \sin t_1 - \sigma \theta \cos t_1 \right), \; \Omega^2 = \frac{3}{4} \lambda^2. \tag{1.10}$$

§ 2. TRƯỜNG HỢP CỘNG HƯỞNG CHÍNH

Giả thiết rằng tần số dao động riêng Ω lấy các giá trị xấp xỉ bằng 1:

$$\Omega^2 = 1 + \varepsilon \Delta \tag{2.1}$$

trong đó $\varepsilon\Delta$ là độ lệch tần số. Ta tìm nghiệm của phương trình (1.9) dưới dạng

$$\theta = a \cos \xi, \; \theta' = - a \sin \xi, \; \xi = t_1 + \psi. \tag{2.2}$$

Dễ thấy rằng a và Ψ thỏa mãn hệ phương trình

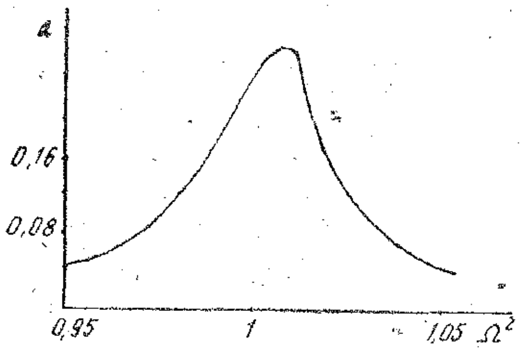
$$\frac{da}{dt_1} = -\varepsilon(-\Delta\theta + f)\sin\xi,$$
$$a\frac{d\Psi}{dt_1} = -\varepsilon(-\Delta\theta + f)\cos\xi. \qquad (2.3)$$

Trong xấp xỉ thứ nhất ta có thể thay vế phải của (2.3) bằng các giá trị trung bình của chúng [3]. Chú ý rằng theo (1.10) trong trường hợp này $\lambda^2 = 4/3$, ta có

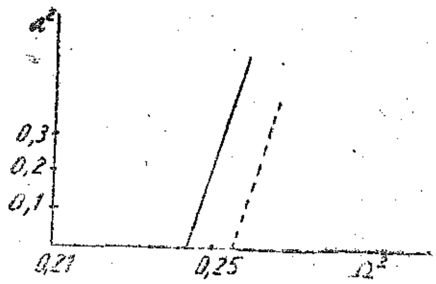
$$\frac{da}{dt_1} = -\frac{3}{8}\varepsilon(Ha + \sigma\cos\psi),$$
$$a\frac{d\psi}{dt_1} = \frac{3}{8}\varepsilon\left(\frac{4}{3}\Delta a - \frac{1}{6}a^3 + \sigma\sin\Psi\right). \qquad (2.4)$$

Dao động dừng được xác định bởi các phương trình $\frac{da}{dt_1} = \frac{d\psi}{dt_1} = 0$. Trên hình 2 biểu diễn đường cộng hưởng ứng với các thông số $\sigma = 3{,}1 \,.\, 10^{-3}$, $H = 12{,}3 \,.\, 10^{-3}$ theo công thức :

$$\Omega^2 = 1 + \frac{a^2}{8} \pm \frac{3}{4}\sqrt{-H^2 + \sigma^2/a^2}. \qquad (2.5)$$



Hình 2



Hình 3

§3. CỘNG HƯỞNG THỨ ĐIỀU HÒA CẤP 2

Giả thử Ω lấy các giá trị lân cận 1/2 ($\lambda^2 \approx 1/3$) :

$$\Omega^2 = \frac{1}{4} + \varepsilon\Delta. \qquad (3.1)$$

Ta tìm nghiệm của phương trình (1.9) dưới dạng

$$\theta = a\cos\xi, \quad \theta' = -\frac{a}{2}\sin\xi, \quad \xi = \frac{1}{2}t_1 + \Psi. \qquad (3.2)$$

Các phương trình xấp xỉ thứ nhất đối với a và Ψ sẽ là

$$\frac{da}{dt_1} = -\frac{3}{8}\varepsilon(Ha - \sigma a\sin 2\psi),$$
$$a\frac{d\psi}{dt_1} = \frac{3}{8}\varepsilon\left(\frac{8}{3}\Delta a - \frac{a^3}{12} + \sigma a\cos 2\Psi\right). \qquad (3.3)$$

Hệ này có các nghiệm dừng

1. $a = 0$.

2. $a \neq 0$, $tg2\psi = H / \left(\frac{a^2}{12} - \frac{8}{3}\Delta \right)$, (3.4)

$$\Omega^2 = \frac{1}{4} + \frac{a^2}{32} \pm \frac{3}{8}\sqrt{\sigma^2 - H^2}. \qquad (3.5)$$

Trên hình 3 cho đường cộng hưởng trong trường hợp $\sigma = 3.1 \,.\, 10^{-2}$, $H = 2{,}5 \,.\, 10^{-2}$. Những đoạn vẽ đứt nét tương ứng với chế độ chuyển động không ổn định.

§ 4. NHẬN XÉT

1. Với $\Omega \neq 1, \frac{1}{4}$ ta có trong xấp xỉ thứ nhất nghiệm sau đây của phương trình (1.9)

$$\theta = a\cos\xi,$$
$$\frac{da}{dt_1} = -\frac{3}{8}\varepsilon Ha. \qquad (4.1)$$

Rõ ràng là $a \to 0$ khi $t \to \infty$ và vị trí $\theta = 0$ ổn định tiệm cận. Vậy trong trường hợp $\Omega^2 \neq 1, \frac{1}{4}$ hoặc theo (1.10) khi

$$\frac{r}{l} \neq \frac{4}{3}, \ \frac{1}{3}. \qquad (4.2)$$

Búa treo sẽ nằm ở vị trí AA' ($\theta = 0$), trong đó góc α_o được xác định bởi công thức (1.8). Trong thực tế vì $r > l$ nên khi thiết kế chỉ cần chọn kích thước của búa sao cho $r/l \neq 4/3$.

2. Các kết quả trên đây tìm thấy trong xấp xỉ thứ nhất bằng phương pháp trung bình hóa. Nếu xét đến các xấp xỉ cấp cao hơn ta sẽ tìm được thêm một số giá trị cộng hưởng khác của tỷ số r/l. Tuy nhiên, các giá trị cộng hưởng trong xấp xỉ thứ nhất là quan trọng hơn cả.

3. Nếu lực cản thuộc dạng $\vec{R} = -h_1 v_B^2 \vec{v_B^o}$ thì ta cũng có các kết quả tương tự như trên, với góc lệch α_o và hệ số H xác định bởi các công thức :

$$\alpha_o = \frac{Sh_1 (r+S)^2}{ml^2\lambda^2}, \ H = \frac{2S^2 (r+S) h_1}{ml^2} \qquad (4.3)$$

4. Nếu lực cản có dạng $\vec{R} = -h_2 v^{2/5} \vec{v_B^o}$ thì

$$\alpha_o = S(r+S)\, h_2/ml^2\lambda^2\omega\, [\omega(r+S)]^{3/5},$$
$$H = 2S^2 h_2/5\, ml^2\omega\, [\omega(r+S)]^{3/5}. \qquad (4.4)$$

§ 5. KẾT LUẬN

1. Khi tỷ số ρ^2/l^2 không nhỏ quá so với đơn vị, các thông số của máy nghiền phải chọn sao cho

$$\frac{r}{l} \neq \frac{4}{3}, \ \frac{1}{3}$$

Các giá trị này lớn hơn 33% so với các giá trị tương ứng trong trường hợp $\rho^2/l^2 \ll 1$

2. Vì có lực cản chuyển động nên búa treo sẽ không nằm ở vị trí xuyên tâm, mà nằm lệch một góc α_o xác định bởi công thức (1.8), hoặc (4.3), (4.4).

Địa chỉ :
Viện KHVN

Nhận ngày 1/10/1982

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN THÀNH BANG. Về việc chọn tham số máy nghiền. Nội san Cơ học, tập IV, số 2, 1968, UBKH và KTNN.
2. NGUYỄN THÀNH BANG. Dao động và ổn định của các búa treo trong máy nghiền. Tập san KHKT, số 4 và 5/1978. Viện KHVN.
3. NGUYỄN VĂN ĐẠO. Những phương pháp cơ bản của lý thuyết dao động phi tuyến. Hà nội, 1969, Bộ ĐH và THCN.

SUMMARY

ON VIBRATION OF HANGING PENDULUM IN HAMMER CRUSHER

In this article the vibration of hanging pendulum in hammer crusher is investigated in case when the ratio ρ^2/l^2 is not very small in comparison with 1. It turned out that the suitable parameters in this case are 33% larger than that in the case $\rho^2/l^2 \ll 1$ [1]. Because there is the friction the pendulum vibrates not around straight line OA but around A' with an angle α_o determined by (1.8), (4.3), (4.4).

BẢO VỆ THÀNH CÔNG LUẬT ÁN TIẾN SĨ Ở TRONG NƯỚC

Ngày 6-1-1984 tại Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, đồng chí Đỗ Sanh chủ nhiệm bộ môn cơ lý thuyết, thành viên Ban biên tập Tạp chí Cơ học đã bảo vệ thành công luật án Tiến sĩ Khoa học với đề tài «*Về chuyển động của các hệ Cơ học chịu liên kết*». Đây là luật án Tiến sĩ đầu tiên về cơ học và là luận án Tiến sĩ thứ hai được bảo vệ ở trong nước.