Tạp chí Cơ Học T.VII, 1985, Số 4 (Trang 25-31)

SÓNG TRỤ TRONG MÔI TRƯỜNG ĐÀN HỒI PHI TUYẾN VỚI BIẾN DẠNG BAN ĐẦU THUẦN NHẤT

PHẠM THỊ OANH

Bài toán truyền sóng trong môi trường đàn hồi phi tuyến với biến dạng ban đầu thuần nhất đã được nhiều tác giả nghiên cứu, chẳng hạn trong [1, 2, 3] xét các loại sóng phẳng khác nhau. Trong bài này, chúng ta khảo sát sóng trụ. Áp dụng lý thuyết tuyến tính hóa của A. H. Гузь [4] và dựa trên các hệ thức cơ bản đã đưa ra đối với tọa độ trụ, chúng ta giải được bài toán truyền sóng trụ trong không gian vô hạn với lỗ hổng hình trụ. Trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu các kết quả nhận được trùng với các kết quả nêu trong [5]

§ 1. MỘT VÀI HỆ THỨC CƠ BẢN CỦA BÀI TOÁN TUYẾN TÍNH HÓA TRONG HỆ TỌA ĐỘ CONG TRỰC GIAO

Phương trình chuyển động và điều kiện biên viết đối với kích động của tenxơ ứng suất Kiếc khốp

$$\nabla_i t^{im} - \rho \ddot{u}^m = 0, \tag{1.1}$$

$$N_i t^{im} = P^m \text{ trên } S_1. \tag{1.2}$$

Liên hệ vật lý tuyến tính hóa :

$$t^{im} = \omega^{im\alpha\beta} \nabla_\beta u_\alpha, \tag{1.3}$$

trong đó

$$\omega^{im\alpha\beta} = (\delta_t^\alpha + \nabla_t u^{o\alpha})(\delta_n^m + \nabla_n u^{om})(a^{int\beta} + b^{int\beta}) + C^{im\alpha\beta}, \tag{1.4}$$

ở đây đã đưa vào các ký hiệu :

$$a^{int\beta} = \sum^{in} \sum^{t\beta} \Phi^\circ, \qquad C^{im\alpha\beta} = g^{m\alpha} \sum^{i\beta} \Phi^\circ,$$

$$b^{int\beta} = \Big[(g^{i\beta} g^{tn} + g^{n\beta} g^{ti}) \frac{\partial}{\partial A_2^\circ} + \frac{3}{2} (g^{i\beta} g^{nr} g^{st} + g^{it} g^{\beta s} g^{rn} + g^{n\beta} g^{ts} g^{ri} + g^{nt} g^{\beta s} g^{ri}) \gamma_{rs}^\circ \frac{\partial}{\partial A_3^\circ} \Big] \Phi^\circ, \tag{1.5}$$

$$\sum^{in} = \left(g^{in} \frac{\partial}{\partial A_1^\circ} + 2 d^{nr} g^{is} \gamma_{rs}^\circ \frac{\partial}{\partial A_2^\circ} + 3 g^{pi} g^{mr} g^{sn} \gamma_{pm}^\circ \gamma_{rs}^\circ \frac{\partial}{\partial A_3^\circ} \right),$$

Φ° là thế đàn hồi ứng với trạng thái ban đầu

$$\Phi^\circ = \Phi(A_1^\circ, A_2^\circ, A_3^\circ).$$

Liên hệ hình học tuyến tính hóa :

$$2\gamma_{ij} = \nabla_i u_m (\delta_j^m + \nabla_j u^{om}) + \nabla_j u_m (\delta_i^m + \nabla_i u^{om}), \tag{1.6}$$

γ_{ij} là kích động của thành phần tenxơ biến dạng Grin.

$$\begin{aligned} A_1 &= (g^{kp} + g^{kj} \nabla_j u^{op}) \nabla_k u_p, \\ A_2 &= 2\gamma^{okj} (g_j^p + \nabla_j u^{op}) \nabla_k u_p, \\ A_3 &= 3\gamma_s^{ok} \gamma^{osj} (g_j^p + \nabla_j u^{op}) \nabla_k u_p, \end{aligned} \tag{1.7}$$

A_1, A_2, A_3 là kích động của các bất biến đại số của tenxơ biến dạng Grin.

§2. CÁC HỆ THỨC CƠ BẢN TRONG TỌA ĐỘ TRỤ

Trong hệ tọa độ trụ (r, θ, z) tenxơ mêtric có dạng:

$$g^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Trong hệ tọa độ này phương trình chuyển động có dạng:

$$t^{im}_{;i} + \frac{1}{r} t^{1m} + \frac{1}{r} \delta^m_2 (t^{12} + t^{21}) - r\delta^m_1 t^{22} - \rho \ddot{u}^m = 0, \tag{2.1}$$

$$m = 1, 2, 3,$$

trong đó

$$t^{im} = \omega^{im\alpha\beta} u_{\alpha,\beta} + r\omega^{im22} u_1 - \frac{1}{r} (\omega^{im21} + \omega^{im12}) u_2. \tag{2.2}$$

Giả thiết biến dạng ban đầu là thuần nhất và có dạng:

$$u^\circ_1 \equiv u^\circ_r = (\lambda_1 - 1) r, \quad u^\circ_2 \equiv r u^\circ_\theta = 0,$$
$$u^\circ_3 = u^\circ_z = (\lambda_3 - 1) z, \quad \lambda_1, \lambda_3 \text{ là các hằng số.} \tag{2.3}$$

Ta đi xác định các hệ số $\omega^{im\alpha\beta}$. Từ (2.3) ta xác định các thành phần γ°_{ij} theo liên hệ

$$2\gamma^\circ_{ij} = \nabla_i u^\circ_j + \nabla_j u^\circ_i + \nabla_i u^\circ_k \nabla_j u^{\circ k}$$

Sau khi tính toán ta có kết quả:

$$\gamma^\circ_{11} = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - 1), \qquad \gamma^\circ_{22} = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - 1) r^2.$$

$$\gamma^\circ_{33} = \frac{1}{2} (\lambda_3^2 - 1), \qquad \gamma^\circ_{ij} = 0 \text{ với } i \neq j \tag{2.4}$$

Từ (1.5) và (2.4) ta có:

$$\sum^{in} = 0 \text{ với } i \neq n$$

$$\sum^{nn} = g^{nn} \left(\frac{\partial}{\partial A^\circ_1} + 2\gamma^\circ_n \frac{\partial}{\partial A^\circ_2} + 3\gamma_n^2 \frac{\partial}{\partial A^\circ_3} \right)$$

trong đó ta đã ký hiệu $\gamma^\circ_1 \equiv \gamma^\circ_{rr}$, $\gamma^\circ_2 \equiv \gamma^\circ_{\theta\theta}$, $\gamma^\circ_3 \equiv \gamma^\circ_{zz}$. $\gamma^\circ_{rr}, \gamma^\circ_{\theta\theta}, \gamma^\circ_{zz}$ là các thành phần vật lý của tenxơ biến dạng ứng với $\gamma^\circ_{11}, \gamma^\circ_{22}, \gamma^\circ_{33}$.

$$\gamma^\circ_1 \equiv \gamma^\circ_{rr} = \gamma^\circ_{\theta\theta} \equiv \gamma^\circ_2 = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - 1), \gamma^\circ_3 \equiv \gamma^\circ_{zz} = \frac{1}{2} (\lambda_3^2 - 1) \tag{2.5}$$

Ta đưa vào ký hiệu toán tử:

$$\alpha^\circ_i \equiv \frac{\partial}{\partial A^\circ_1} + 2\gamma^\circ_i \frac{\partial}{\partial A^\circ_2} + 3\gamma^{\circ 2}_i \frac{\partial}{\partial A^\circ_3} \tag{2.6}$$

và ký hiệu sau:

$$\alpha_i \equiv \alpha^\circ_i \Phi^\circ, \quad \alpha_{ij} \equiv \alpha^\circ_i \alpha^\circ_j \Phi^\circ,$$
$$\beta_{ij} \equiv \left[\frac{\partial}{\partial A^\circ_2} + \frac{3}{2} (\gamma_i + \gamma^\circ_j) \frac{\partial}{\partial A^\circ_3} \right] \Phi^\circ. \tag{2.7}$$

Sau khi tính toán từ (1.5) ta nhận được:

$$a^{nit\beta} = 0 \text{ với } i \neq n \text{ hoặc } t \neq \beta,$$
$$a^{nn\beta\beta} = g^{nn} g^{\beta\beta} \alpha_{n\beta},$$
$$C^{jm\alpha\beta} = 0 \text{ với } m \neq \alpha \text{ hoặc } i \neq \beta, \tag{2.8}$$
$$C^{immi} = g^{mm} \alpha_i,$$

$$b^{in\iota\beta} = 0 \text{ với } i \neq \iota \text{ hoặc } n \neq \beta,$$

$$b^{inin} = g^{ii} g^{nn} \beta_{in} .$$

Từ (1.4), (2.3) và (2.8) ta có được:

$$\omega^{1111} = \lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1,$$

$$\omega^{1212} = \frac{1}{r^2}\lambda_1^2\beta_{11}, \qquad \omega^{1221} = \frac{1}{r^2}(\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1),$$

$$\omega^{1122} = \frac{1}{r^2}\lambda_1^2\alpha_{11}, \qquad \omega^{1133} = \lambda_1\lambda_2\alpha_{13},$$

$$\omega^{1313} = \lambda_1\lambda_3\beta_{13}, \qquad \omega^{1331} = \lambda_3^2\beta_{13} + \alpha_1,$$

$$\omega^{2112} = \omega^{1221}, \qquad \omega^{2121} = \omega^{1212}, \quad \omega^{2211} = \omega^{1122},$$

$$\omega^{2222} = \frac{1}{r^4}\omega^{1111}, \qquad \omega^{2233} = \frac{1}{r^2}\omega^{1133},$$

$$\omega^{2323} = \frac{1}{r^2}\omega^{1313}, \qquad \omega^{2332} = \frac{1}{r^2}\omega^{1331},$$

$$\omega^{3131} = \omega^{1313}, \qquad \omega^{3113} = \lambda_1^2\beta_{13} + \alpha_3,$$

$$\omega^{3232} = \omega^{2323}, \qquad \omega^{3223} = \frac{1}{r^2}\omega^{3113},$$

$$\omega^{3311} = \omega^{1133}, \qquad \omega^{3322} = \omega^{2233},$$

$$\omega^{3333} = \lambda_3^2(\alpha_{33} + 2\beta_{33}) + \alpha_3. \tag{2.9}$$

Sử dụng (2.9), (2.2) và (2.1) ta viết phương trình chuyển động theo kích động của huyền dịch theo các thành phần vật lý của $\vec{u}$

$$[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1]u_{r,rr} + \frac{1}{r^2}(\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)u_{r,\theta\theta} +$$

$$+(\lambda_1^2\beta_{13} + \alpha_3)u_{r,zz} + \frac{1}{r}\lambda_1^2(\alpha_{11} + \beta_{11})u_{\theta,r\theta} + \lambda_1\lambda_3(\alpha_{13} + \beta_{13})u_{z,rz} +$$

$$+\frac{1}{r}[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1]u_{r,r} - \frac{1}{r^2}[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 3\beta_{11}) + 2\alpha_1] \times$$

$$\times u_{\theta,\theta} - \frac{1}{r^2}[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1]u_r = \rho\ddot{u}_r,$$

$$(\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)u_{\theta,rr} + \frac{1}{r^2}[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1]u_{\theta,\theta\theta} +$$

$$+(\lambda_1^2\beta_{13} + \alpha_3)u_{\theta,zz} + \frac{1}{r}\lambda_1^2(\beta_{11} + \alpha_{11})u_{r,r\theta} + \frac{1}{r}\lambda_1\lambda_3(\alpha_{13} + \beta_{13})u_{z,\theta z} +$$

$$+\frac{1}{r}(\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)u_{\theta,r} + \frac{1}{r^2}[\lambda_1^2(\alpha_{11} + 3\beta_{11}) + 2\alpha_1]u_{r,\theta} -$$

$$-\frac{1}{r^2}(\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)u_\theta = \rho\ddot{u}_\theta,$$

$$\lambda_1\lambda_3(\beta_{13} + \alpha_{13})u_{r,rz} + \frac{1}{r}\lambda_1\lambda_3(\beta_{13} + \alpha_{13})u_{\theta,\theta z} +$$

$$(\lambda_3^2\beta_{13} + \alpha_1)u_{z,rr} + \frac{1}{r^2}(\lambda_3^2\beta_{13} + \alpha_1)u_{z,\theta\theta} + [\lambda_3^2(\alpha_{33} + 2\beta_{33}) + \alpha_3]u_{z,zz} +$$

$$+\frac{1}{r}\lambda_1\lambda_3(\beta_{13}+\alpha_{13})u_{r,z}+\frac{1}{r}(\lambda_3^2\beta_{13}+\alpha_1)u_{z,r}=\rho\ddot{u}_z. \tag{2.10}$$

Hoàn toàn tương tự, ta viết điều kiện biên theo thành phần vật lý của vecto $\vec{u}$ và $\vec{P}$ (kích động của lực ngoài tác dụng trên mặt biên) trên mặt biên $r = r_o$:

$$[\lambda_1^2(\alpha_{11}+2\beta_{11})+\alpha_1]u_{r,r}+\frac{1}{r}\lambda_1^2\alpha_{11}u_{\theta,\theta}+\lambda_1\lambda_3\alpha_{13}u_{z,z}+\frac{1}{r}\lambda_1^2\alpha_{11}u_r=P_r,$$

$$\lambda_1^2\beta_{11}\frac{1}{r^2}u_{r,\theta}+(\lambda_1^2\beta_{11}+\alpha_1)\frac{1}{r}u_{\theta,r}-\lambda_1^2\beta_{11}\frac{1}{r^2}u_\theta=\frac{1}{r}P_\theta,$$

$$\lambda_1\lambda_3\beta_{13}u_{r,z}+(\lambda_3^2\beta_{13}+\alpha_1)u_{z,r}=P_z. \tag{2.11}$$

và trên mặt $z = z_o$:

$$\lambda_1\lambda_3\beta_{13}u_{z,r}+(\lambda_1^2\beta_{13}+\alpha_3)u_{r,z}=q_r,$$

$$\lambda_1\lambda_3\beta_{13}\frac{1}{r^2}u_{z,\theta}+\frac{1}{r}(\lambda_1^2\beta_{13}+\alpha_3)u_{\theta,z}=\frac{1}{r}q_\theta,$$

$$\lambda_1\lambda_3\alpha_{13}u_{r,r}+\frac{1}{r}\lambda_1\lambda_3\alpha_{13}u_{\theta,\theta}+$$

$$+[\lambda_3^2(\alpha_{33}+2\beta_{33})+\alpha_3]u_{z,z}+\frac{1}{r}\lambda_1\lambda_3\alpha_{13}u_r=q_z. \tag{2.12}$$

Hệ (2.10), (2.11) và (2.12) cho phép giải bài toán động của môi trường đàn hồi phi tuyến, với biến dạng ban đầu thuần nhất, trong hệ tọa độ trụ. Trong trường hợp bài toán có đặc trưng đối xứng trục $u_\theta = u_z = o$ và $u_r = u_r(r, t)$ thì phương trình thứ 2, 3 của (2.10) thỏa mãn đồng nhất, còn phương trình thứ nhất dẫn về dạng:

$$u_{r,rr}+\frac{1}{r}u_{r,r}-\frac{1}{r^2}u_r=\frac{\rho}{\lambda_1^2(\alpha_{11}+2\beta_{11})+\alpha_1}\ddot{u}_r \tag{2.13}$$

Điều kiện biên thứ nhất trong (2.11) trở thành:

$$[\lambda_1^2(\alpha_{11}+2\beta_{11})+\alpha_1]u_{r,r}+\lambda_1^2\alpha_{11}\frac{1}{r}u_r\Big|_{r=r_o}=P_r \tag{2.14}$$

Hai điều kiện còn lại tự thỏa mãn (trong trường hợp bài toán đang xét thì điều kiện cần là $P_\theta = P_Z = 0$).

Các đại lượng α_{11}, β_{11}, α_1 được xác định theo (2.6) và (2.7).

§ 3. SÓNG TRỤ

Xét sóng trụ trong không gian vô hạn với lỗ hổng hình trụ bán kính trong trạng thái ban đầu là R_o. Vật liệu giả thiết là đàn hồi lý tưởng, nên được và thế biến dạng là tùy ý, trạng thái biến dạng ban đầu là thuần nhất. Giả thiết rằng kích động có tính chất đối xứng trục và không phụ thuộc vào tọa độ z hướng dọc trục hình trụ. Khi đó: $u = (u_r, 0, 0)$, $u_r - u_r(r, t)$, đồng thời u_r thỏa mãn phương trình

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r}-\frac{u_r}{r^2}=\frac{\rho}{\lambda_1^2(\alpha_{11}+2\beta_{11})+\alpha_1}\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \tag{3.1}$$

và điều kiện biên:

$$[\lambda_1^2(\alpha_{11}+2\beta_{11})+\alpha_1]u_{r,r}+\lambda_1^2\alpha_{11}\frac{1}{r}u_r\Big|_{r=R}=-q(t) \tag{3.2}$$

R — bán kính lỗ hổng trong trạng thái tự nhiên, $R = \lambda_1^{-1}R_o$, q(t) kích động của lực mặt tác động trên biên $r = R$. Hệ (3.2), (3.1) có dạng hoàn toàn trùng với dạng của hệ để giải bài toán về sóng trụ trong môi trường đàn hồi tuyến tính không có biến dạng ban đầu. Hệ này và nghiệm của nó đã được trình bày trong nhiều tài liệu, chẳng hạn trong [5] cho các trường hợp $q(t) \equiv p_0 e^{i\omega t}$ hay $q(t) = p(t)H(t)$.

Do đó, việc giải bài toán sóng trụ trong trường hợp đàn hồi tuyến tính hóa hoàn toàn tương tự như trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu và ta có thể dùng nghiệm đã có của bài toán đàn hồi tuyến tính cho bài toán đang xét. Vì vậy, để giải bài toán truyền sóng trụ trong môi trường đàn hồi phi tuyến ta chỉ cần tìm các hệ số α_1, α_{11}, β_{11}. Các hệ số này sẽ tìm được nếu cho dạng cụ thể của thế đàn hồi. Sau đây, ta tính các hệ số α_1, α_{11}, β_{11} với vài dạng thế đàn hồi cụ thể.

1. TRƯỜNG HỢP THẾ MURNAGHAN

$$\Phi = \frac{1}{2}\lambda A_1^2 + \mu A_2 + \frac{a}{3}A_1^3 + bA_1A_2 + \frac{1}{3}cA_3, \tag{3.3}$$

λ, μ, a, b, c là các hằng số đàn hồi.

Từ (1.4) chúng ta nhận được:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \lambda(\lambda_1^2 - 1) + \mu(\lambda_1^2 - 1) + a(\lambda_1^2 - 1)^2 + \frac{3}{2}b(\lambda_1^2 - 1)^2 + \frac{c}{4}(\lambda_1^2 - 1)^2,\\
\alpha_{11} &= \lambda + 2a(\lambda_1^2 - 1) + 2b(\lambda_1^2 - 1),\\
\beta_{11} &= \mu + b(\lambda_1^2 - 1) + \frac{c}{2}(\lambda_1^2 - 1).
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Nhờ (3.4) ta hoàn toàn xác định được các hệ số của phương trình (3.1) và điều kiện biên (3.2), do đó xác định được tốc độ truyền sóng trụ

$$C^2 = \frac{\lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1}{\rho}, \tag{3.5}$$

nếu cho trước biến dạng ban đầu, tức cho trước λ_1^2.

Trong trường hợp cho trước trạng thái ứng suất ban đầu thì trước hết ta cần xác định λ_1^2. Giả sử ứng suất ban đầu có dạng:

$$\begin{aligned}
\sigma^{o}_{rr} &= \sigma^{o}_{\theta\theta} = \sigma,\ \sigma^{o}_{zz} = 0,\\
\sigma^{o}_{r\theta} &= \sigma^{o}_{\theta z} = \sigma^{o}_{rz} = 0
\end{aligned} \tag{3.6}$$

ở đây σ^{o}_{rr}, $\sigma^{o}_{\theta\theta}$, ..., $\sigma^{o}_{\theta z}$ là các thành phần vật lý của ten xơ ứng suất S^{oij} trong trạng thái ban đầu. Trong hệ tọa độ cong trực giao ta có:

$$S^{oij} = (\lambda A_1^o + aA_1^{o2} + bA_2^o)g^{ij} + 2(\mu + bA_1^o)\gamma^{oij} + C\gamma_k^{oj}\gamma^{oki}$$

Vì vậy trong trường hợp đang xét ta nhận được liên hệ

$$\sigma^o_{rr} = \lambda A_1^o + 2\mu\gamma^o_{rr} + aA_1^{o2} + b(A_2^o + 2A_1^o\gamma^o_{rr}) + C\gamma^{o2}_{rr} \tag{3.7}$$

Thế (2.5) vào (3.7) ta dẫn đến:

$$\sigma^o_{rr} = (\lambda_1^2 - 1)\lambda + (\lambda_1^2 - 1)\mu + (\lambda_1^2 - 1)^2 a + \frac{3}{2}(\lambda_1^2 - 1)^2 b + \frac{1}{4}(\lambda_1^2 - 1)c. \tag{3.8}$$

Từ phương trình

$$(\lambda_1^2 - 1)\left[\lambda + \mu + \left(a + \frac{3b}{2} + \frac{c}{4}\right)(\lambda_1^2 - 1)\right] = \sigma. \tag{3.9}$$

ta sẽ tìm được λ_1^2. Thế giá trị của λ_1^2 vào (3.4) ta xác định được α_1, α_{11}, β_{11}

2. TRƯỜNG HỢP ĐÀN HỒI TUYẾN TÍNH KHÔNG CÓ ỨNG SUẤT BAN ĐẦU

$$\Phi = \frac{1}{2}\lambda A_1^2 + \mu A_2$$

$$\sigma^o_{rr} = \sigma^o_{\theta\theta} = \ldots = \sigma^o_{rz} = 0 \tag{3.10}$$

Trường hợp này ứng với:

$$a = b = c = 0, \quad \lambda_1 = 1. \tag{3.11}$$

Thế (3.11) vào (3.4) ta nhận được

$$\alpha_{11} = \lambda, \quad \lambda_1^2(\alpha_{11} + 2\beta_{11}) + \alpha_1 = \lambda + 2\mu \tag{3.12}$$

Từ (3.12), (3.1) ta nhận được các kết quả tương ứng của lý thuyết đàn hồi tuyến tính không có biến dạng ban đầu [5]

§ 4. VÍ DỤ

Xét trường hợp trên biên $r = R_o$ (R_o bán kính lỗ hổng trong trạng thái ban đầu kích động của lực mặt có dạng: $q(t) = p_o \cos \omega t$ hay biểu diễn dưới dạng phức $q(t) = p_o e^{i\omega t}$.

Đưa vào hàm ψ và đặt $u_r = \dfrac{\partial \psi}{\partial r}$, khi đó (3.1) dẫn về dạng:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi = 0 \tag{4.1}$$

và (3.2) dẫn về:

$$(2\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{\lambda_1^2\alpha_{11}}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\bigg|_{r=R} = -P_o e^{i\omega t}, \tag{4.2}$$

R: bán kính lỗ hổng trong trạng thái tự nhiên.

Nghiệm (4.1) thỏa mãn điều kiện (4.2) có dạng:

$$\psi = A H_o^{(1)}(r\,k)\,e^{i\omega t}, \quad k = \frac{\omega}{c}, \tag{4.3}$$

$H_o^{(1)}$ là hàm Han ken bậc 0 loại 1.

Thế (4.3) vào (4.2) ta xác định được A:

$$A = -P_o\left\{(2\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)\left[\frac{d^2}{dr^2}H_o^{(1)}(kr)\Big|_R - H_o^{(1)}(kR)\right] + \lambda_1^2\alpha_{11}k^2 H_o^{(1)}(kR)\right\}^{-1} =$$

$$-P_o\left\{k^2(2\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)\left[\frac{1}{R}H_1^{(1)}(kR) - H_o^{(1)}(kR)\right] + \lambda_1^2\alpha_{11}k^2 H_o^{(1)}(kR)\right\}^{-1}$$

hay:

$$A = -P_o\left\{(2\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1)k^2\frac{1}{R}H_1^{(1)}(kR) + 2\alpha_{11}k^2\lambda_1^2 H_o^{(1)}(kR)\right\}^{-1}. \tag{4.4}$$

Trong trường hợp đàn hồi tuyến tính, không có ứng suất ban đầu ta có:

$$2\lambda_1^2\beta_{11} + \alpha_1 = 2\mu, \quad \lambda_1^2\alpha_{11} = \lambda$$

$$c = c_1, \quad k = \frac{\omega}{c_1}, \text{ (c_1: tốc độ sóng dọc)} \tag{4.5}$$

Khi đó các kết quả nhận được trùng với kết quả nêu trong [5]

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 30/11/1984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. LÊ MINH KHANH. Propagation des ondes de Floquet dans un milieu elastique périodique avec déformations initiales homogènes. Revue « Mecanique appliquée » N° 2, Tome 26, 1981.
2. PHẠM THỊ OANH. Sự truyền sóng mặt Rơ lây trên mặt trụ của môi trường đàn hồi có biến dạng ban đầu. Tạp chí Cơ học, số 3, 1984.
3. ЖУК А. П. Волны стонлы в среде с начальными напряжениями. П.М. №1, 1980.
4. ГУЗЬ А. Н. Устойчивость упругих тел при всестроннем сжатии. Наукова думка, Киев, 1979.
5. НОВАЦКИЙ В. Теория упругости. Мир, Москва, 1975.

РЕЗЮМЕ

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ С НАЧАЛЬНЫМИ ОДНОРОДНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ

В работе, с помощью основных соотношений линеаризованной теории упругости при конечных начальных деформациях, в цилиндрической системе координат, изложено решение задачи о распространении цилиндрических волн в бесконечном пространстве с цилиндрической полостью. Подучены конкретные результаты для случая упругого потенциала Мурнагана и гармонической нагрузки.

HỘI NGHỊ CƠ HỌC LẦN THỨ NHẤT CÁC NƯỚC XHCN

Hội nghị lần thứ nhất về Cơ học giữa các Viện Hàn lâm khoa học các nước xã hội chủ nghĩa sẽ được tiến hành tại Praha, thủ đô Tiệp Khắc, trong khoảng thời gian từ 29-06 đến 03-07-1987. Mục đích của Hội nghị là trao đổi các kết quả nghiên cứu khoa học, giới thiệu tình hình, huynh hướng phát triển các chuyên ngành Cơ học ở các nước XHCN, các phương pháp và công cụ thực nghiệm hiện đại và thảo luận về các khả năng ứng dụng các thành tựu Cơ học.

Hội nghị sẽ tiến hành theo 10 tiểu ban:

1. Cơ học các hệ vật rắn: các hệ điều chỉnh, tay máy, người máy, lý thuyết con quay, dao động, các hệ phi tuyến, các kết cấu không gian, tương tác của công trình và môi trường, tối ưu hóa...

2. Cơ học vật rắn biến dạng

3. Cơ học các cấu trúc vật chất: Cơ học các cấu trúc vật liệu hỗn hợp, cơ học hóa-lý, ảnh hưởng các quá trình công nghệ đến các tính chất cơ học của hệ thống, xác định các thông số của vật liệu...

4. Cơ địa học: biến dạng và ổn định của các khối đất, đá. Lý thuyết các công trình ngầm, mô hình các quá trình Cơ-địa...

5. Cơ sinh học.

6. Cơ học các chất lỏng Niu-tơn.

7. Cơ học các hệ chất lỏng

8. Động lực học chất khí và các hệ nhiều pha, trao đổi nhiệt và khối lượng.

9. Lý thuyết rối và lớp biên của các chất khí

10. Tự động hóa các phương pháp nghiên cứu cơ học: các mô hình vật lý và các phương pháp thực nghiệm, các phương pháp tĩnh...

Các báo cáo tại hội nghị được trình bày bằng tiếng Nga hoặc tiếng Anh. Các chi ết khác về Hội nghị có thể hỏi ở Viện Cơ học thuộc Viện Khoa học Việt Nam.