Tạp chí Cơ Học T.VII. 1985 Số 4 (Trang 15—19)

BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC CHO HỆ TỰ CHẤN CÓ THÔNG SỐ PHÂN BỐ (TRƯỜNG HỢP DÂY RUNG)

NGUYỄN VĂN ĐẠO

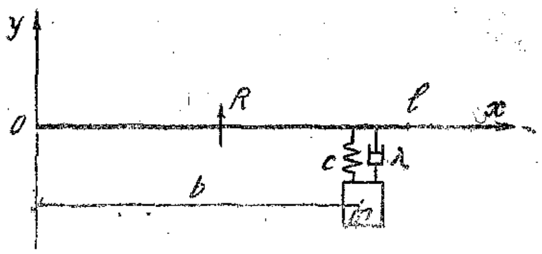
Tiếp tục phát triển nghiên cứu tác dụng của Bộ tắt động lực cho hệ tự chấn có thông số phân bố [3], trong bài báo này xét trường hợp dây rung. Các kết quả thu được có thể ứng dụng vào việc khử rung của dây điện dưới tác dụng của gió.

ĐẶT VẤN ĐỀ

Xét dao động của dây căng giữa hai điểm cố định

Giả thử dây chịu tác dụng của lực phân bố theo suốt chiều dài của nó với cường độ trên mỗi đơn vị chiều dài là $R\,(\partial y/\partial t)$:

$$R(\partial y/\partial t) = h_1 \frac{\partial y}{\partial t} - h_3 \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^3$$



Lực này sẽ gây ra tự chấn của dây theo phương tọa độ y. Để dập tắt dao động của dây ta treo một bộ tắt chấn song song với phương y cách gốc 0 khoảng cách b. Dưới đây sẽ nghiên cứu tác dụng của bộ tắt chấn này.

§ 1. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Gọi μ là khối lượng của đơn vị chiều dài của dây. T_o là lực căng ban đầu va coi lực cản, lực R là nhỏ ta có các phương trình chuyển động như sau:

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T_o \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \varepsilon R\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) + c[u - y(b,t)]\delta(x-b) + $$
$$+ \varepsilon\lambda\left[\dot{u} - \frac{\partial y(b,t)}{\partial t}\right]\delta(x-b),$$
$$m\ddot{u} + c[u - y(b,t)] = -\varepsilon\lambda\left[\dot{u} - \frac{\partial y(b,t)}{\partial t}\right]. \tag{1.1}$$

Điều kiện biên rõ ràng là

$$y(0,t) = y(l,t) = 0 \tag{1.2}$$

Ta biểu diễn hàm $y(x, t)$ như sau:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(t) Y_n(x),$$
$$Y_n(x) = \sin\frac{n\pi}{l}x. \tag{1.3}$$

Trong đó $W_n(t)$ chưa biết.

Thay (1.3) vào (1.1) rồi so sánh các hệ số của $Y_n(x)$ sẽ được các phương trình sau đây đối với W_n, u:

$$\ddot{W}_n + \alpha_n^2 W_n - c_n u = \varepsilon P_1,$$
$$\ddot{u} + \omega^2 u - \omega^2 Y_n(b) W_n = \varepsilon P_2. \qquad (1.4)$$

$$P_1 = \frac{1}{\mu}\left\{\frac{2\lambda}{l} Y_n(b)\dot{u} + \left[h_1 - \frac{2\lambda}{l} Y_n^2(b)\right]\dot{W}_n - \frac{3}{4} h_3 \dot{W}_n^3\right\},$$
$$P_2 = -\frac{\lambda}{m}\left[\dot{u} - Y_n(b)\dot{W}_n\right], \qquad (1.5)$$
$$\alpha_n^2 = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \frac{T_o}{\mu} + \frac{2}{\mu l} c Y_n^2(b), \quad c_n = \frac{2c}{\mu l} Y_n(b), \quad \omega^2 = \frac{c}{m}.$$

Trong các phương trình (1.4) ta đã bỏ qua các số hạng $W_j (j \neq n)$, giả thiết rằng tọa độ W_n có giá trị vượt xa chúng. Trong thực tế, trường hợp quan trọng nhất là $n=1$

§ 2. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH (1.4)

Ta đưa vào các tọa độ chuẩn ξ_1, ξ_2 theo các công thức

$$W_n = \xi_1 + \xi_2, \qquad u = d_1\xi_1 + d_2\xi_2, \qquad (2.1)$$
$$d_1 = \frac{\omega^2 Y_n(b)}{\alpha_n^2 - \nu_1^2}, \qquad d_2 = \frac{\omega^2 Y_n(b)}{\alpha_n^2 - \nu_2^2},$$
$$2\nu_1^2 = \alpha_n^2 + \omega^2 - \sqrt{(\alpha_n^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 C_n Y_n(b)},$$
$$2\nu_2^2 = \alpha_n^2 + \omega^2 + \sqrt{(\alpha_n^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 C_n Y_n(b)}. \qquad (2.2)$$

Các phương trình đối với biến mới có dạng:

$$\ddot{\xi}_1 + \nu_1^2\xi_1 = \varepsilon k_1\left(P_1 + \frac{2m}{\mu l} d_1 P_2\right),$$
$$\ddot{\xi}_2 + \nu_2^2\xi_2 = \varepsilon k_2\left(P_1 + \frac{2m}{\mu l} d_2 P_2\right), \qquad (2.3)$$
$$k_i = \frac{\mu l}{\mu l + 2m d_i^2} \qquad (2.4)$$

Ta tìm nghiệm của hệ (2.3) dưới dạng

$$\xi_1 = a_1\cos\theta_1, \qquad \dot{\xi}_1 = -a_1\nu_1\sin\theta_1; \qquad \theta_1 = \nu_1 t + \psi_1,$$
$$\xi_2 = a_2\cos\theta_2, \qquad \dot{\xi}_2 = -a_2\nu_2\sin\theta_2, \qquad \theta_2 = \nu_2 t + \psi_2. \qquad (2.5)$$

Các phương trình đối với biến mới a_i, ψ_i sẽ là:

$$\nu_1\dot{a}_1 = -\varepsilon k_1\left(P_1 + \frac{2md_1}{\mu l} P_2\right)\sin\theta_1,$$
$$\nu_1 a_1\dot{\psi}_1 = -\varepsilon k_1\left(P_1 + \frac{2md_1}{\mu l} P_2\right)\cos\theta_1,$$
$$\nu_2\dot{a}_2 = -\varepsilon k_2\left(P_1 + \frac{2md_2}{\mu l} P_2\right)\sin\theta_2,$$
$$\nu_2 a_2\dot{\psi}_2 = -\varepsilon k_2\left(P_1 + \frac{2md_2}{\mu l} P_2\right)\cos\theta_2. \qquad (2.6)$$

Trong xấp xỉ thứ nhất ta có thể thay (2.6) bằng các phương trình trung bình hóa sau đây:

$$\nu_1\dot{a}_1 = \frac{\varepsilon k_1}{2\mu}\nu_1 a_1\left[h_1 - q_1^2\lambda - \frac{9}{16}h_3(\nu_1^2 a_1^2 + 2\nu_2^2 a_2^2)\right],$$
$$\nu_2\dot{a}_2 = \frac{\varepsilon k_2}{2\mu}\nu_2 a_2\left[h_1 - q_2^2\lambda - \frac{9}{16}h_3(\nu_2^2 a_2^2 + 2\nu_1^2 a_1^2)\right].$$
$$\nu_1 a_1\dot{\psi}_1 = 0, \qquad \nu_2 a_2\dot{\psi}_2 = 0. \qquad (2.7)$$

Từ (2.7) ta tìm được các nghiệm dừng như sau:

1. $a_2 = 0$, $a_1 \neq 0$ xác định bởi:

$$A_1 = \frac{9}{16} h_3 \nu_1^2 a_1^2 = h_1 - q_1^2 \lambda. \tag{2.8}$$

Nghiệm này ổn định nếu:

$$\frac{9}{16} h_3 \nu_1^2 a_1^2 > \frac{1}{2}(h_1 - q_2^2\lambda) = \frac{1}{2} A_2, \tag{2.9}$$

2. $a_1 = 0$, $a_2 \neq 0$ xác định bởi:

$$A_2 = \frac{9}{16} h_3 \nu_2^2 a_2^2 = h_1 - q_2^2 \lambda. \tag{2.10}$$

ổn định nếu:

$$\frac{9}{16} h_3 \nu_2^2 a_2^2 > \frac{1}{2}(h_1 - q_1^2\lambda) = \frac{1}{2} A_1.$$

3. $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$. Nghiệm này luôn luôn không ổn định.

Như vậy là trong thực tế, ở xấp xỉ thứ nhất dây sẽ dao động theo luật:

$$y(x, t) = a_i \cos(\nu_i t + \psi_i) \sin \frac{n\pi}{l} x,$$

$$u = a_i d_i \cos(\nu_i t + \psi_i),\ i = 1, 2. \tag{2.11}$$

Từ các biểu thức (2.8), (2.10) suy ra dao động của dây sẽ giảm đi khi tăng lực cản (λ). Vậy trong trường hợp khảo sát, tăng lực cản sẽ là biện pháp có hiệu quả để giảm hoặc dập tắt tự dao động của dây dưới tác dụng của lực $R(\partial y/\partial t)$.

§ 3. BỘ TẮT CHẤN YẾU

Giả thử rằng C và m nhỏ. Khi đó thay cho (1.1) ta có các phương trình.

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \varepsilon \left\{ R\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) + C[u - y(b, t)]\,\delta(x - b) + \right.$$
$$\left. + \lambda \left[\dot{u} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t}\right] \delta(x - b) \right\},$$
$$m\ddot{u} + C[u - y(b, t)] = -\lambda\left[\dot{u} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t}\right]. \tag{3.1}$$

Các phương trình đối với W_n và u bây giờ có dạng:

$$\ddot{W}_n + \beta_n^2 W_n = \varepsilon[P_1 + C_n u - C_n Y_n(b) W_n],$$
$$m\ddot{u} + \lambda\dot{u} + Cu = Y_n(b)\,(CW_n + \lambda\dot{W}_n),$$
$$\beta_n^2 = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \frac{T_0}{\mu}. \tag{3.2}$$

Ta tìm nghiệm của hệ (3.2) dưới dạng

$$W_n = b\cos\varphi,\quad \dot{W}_n = -b\beta_n \sin\varphi,\quad \varphi = \beta_n t + \Phi,$$
$$u = b\,(V_1\cos\varphi + V_2\sin\varphi),$$
$$\dot{u} = b\beta_n(-V_1\sin\varphi + V_2\cos\varphi), \tag{3.3}$$
$$V_1 = \frac{C(C - m\beta_n^2) + \lambda^2\beta_n^2}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2} Y_n(b),$$
$$V_2 = \frac{\lambda m \beta_n^3}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2} Y_n(b). \tag{3.4}$$

trong đó b, Φ là những hàm chưa biết, cần xác định.

Các phương trình đối với b và Φ sẽ là:

$$\beta_n \frac{db}{dt} = -\varepsilon[P_1 + C_n u - C_n Y_n(b) W_n]\sin\varphi,$$
$$b\beta_n \frac{d\Phi}{dt} = -\varepsilon[P_1 + C_n u - C_n Y_n(b) W_n]\cos\varphi. \tag{3.5}$$

Từ (3.5) ta có các phương trình trung bình hóa

$$\beta_n \frac{db}{dt} = \frac{\varepsilon b}{2\mu} \beta_n \left\{ h_1 - \frac{r^2\lambda}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2} - \frac{9}{16} h_3\beta_n^2 b^2 \right\}.$$

$$b\beta_n \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\varepsilon b}{\mu l} m\beta_n^2 Y_n^2(b) \frac{\lambda^2\beta_n^2 + C(C - m\beta_n^2)}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2}, \tag{3.6}$$

$$r^2 = \frac{2}{l} m^2\beta_n^4 Y_n^2(b). \tag{3.7}$$

Nghiệm dừng của hệ (3.6) sẽ là :

1. $b = 0$, ổn định nếu $h_1 < \frac{r^2\lambda}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2}$ và không ổn định trong trường hợp ngược lại.

b) $b \neq 0$, xác định bởi phương trình :

$$B = \frac{9}{16} h_3\beta_n^2 b^2 = h_1 - \frac{r^2\lambda}{\lambda^2\beta_n^2 + (C - m\beta_n^2)^2} \tag{3.8}$$

Trường hợp này dao động của dây được mô tả bởi phương trình :

$$y(x, t) = b\cos(\beta_n t + \Phi) \sin \frac{n\pi}{l} x \tag{3.9}$$

Căn cứ vào biểu thức cho biên độ dao động b (3.8) có thể thấy rằng:

1. Biên độ dao động của dây phụ thuộc quan trọng vào hệ số cản λ của bộ tắt chấn. Với $\lambda = 0$ hoặc λ quá lớn bộ tắt chấn không có tác dụng. Giá trị λ tốt nhất đối với việc dập tắt dao động sẽ là.

$$\lambda_{opt} = \frac{|C - m\beta_n^2|}{\beta_n}. \tag{3.10}$$

2. Hệ số r^2 trong (3.8) có biểu thức (3.7). Rõ ràng là hiệu quả tắt chấn sẽ cao nếu r^2 lớn. Có thể đạt được điều này nếu chọn b sao cho $Y_n(b) = \sin \frac{n\pi}{l} b = 1$ hoặc $b = \frac{l}{2n}$

Như vậy là cần treo bộ tắt chấn vào bụng thứ nhất của dạng dao động tương ứng.

KẾT LUẬN :

Từ các nghiên cứu trên ta đi đến kết luận như sau :

Để làm giảm hoặc dập tắt tự dao động của dây rung ta có thể dùng bộ tắt chấn động lực như trong trường hợp hệ có khối lượng tập trung [1, 2].

Với bộ tắt chấn động lực mạnh (m, c hữu hạn), tăng lực cản (λ) sẽ làm tăng hiệu quả tắt chấn.

Với bộ tắt chấn động lực yếu (m, c nhỏ, cần chọn hệ số cản λ theo công thức (3.10). Hiệu quả tắt chấn sẽ lớn nếu ta đặt bộ tắt chấn ở điểm $b = \frac{l}{2n}$ (với $n = 1$, $b = \frac{l}{2}$)

Địa chỉ: Viện KHVN

Nhận ngày 23/3/1985

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN ĐÌNH: Bộ tắt chấn trong hệ tự chấn á–tuyến. Tạp chí Cơ học, số 3–4, 1979
2. NGUYỄN VĂN ĐẠO. về bộ tắt chấn động lực. Tạp chí Cơ học, Số 2, 1982.
3. NGUYỄN VĂN ĐẠO, Quenching of self – excited Oscillations of mechanical system. ICNO-X, Bulgarie, 1984.

SUMMARY

DYNAMIC ABSORBER FOR SELF – EXCITED SYSTEM WITH DISTRIBUTED PARAMETERS (VIBRATING STRING)

The dynamic absorber may be used to damp the self – excited vibration of the string. The friction mechanism of absorber (λ) has decisive influence on the amplitude of self – excited vibration of the string.

For the strong dynamic absorber (m, c are finite) the increasing of the friction force(λ) leads to the decreasing of the amplitude of vibration of the string. For the weak dynamic absorber (m, c are small) the effect of damping will be achieved only with some mean values of the friction force.

VỀ HOẠT ĐỘNG CỦA GS. H. Fraczkiewicz Ở VIỆT NAM

Theo kế hoạch hợp tác khoa học giữa Viện Cơ học Viện Khoa học Việt Nam và Viện các vấn đề Cơ bản của kỹ thuật (IPPT) Viện Hàn lâm Khoa học Ba Lan, GS. Fraczkiewicz – Viện trưởng IPPT, chuyên gia Cơ học vật rắn biến dạng – đã đến Hà nội ngày 16/4/1985.

Trong các ngày 18, 19 và 22 tháng 4, tại Viện Cơ học GS. Fraczkiewicz đã trình bày một số kết quả nghiên cứu về cơ sở toán của cơ học hệ cấu trúc lưới, một trong những công cụ hiện đại mô phỏng số các hệ cơ học. Xemninar đã thu hút nhiều cán bộ nghiên cứu và giảng dạy từ các Viện và Trường Đại học. GS. Fraczkiewicz đã gặp gỡ cán bộ cơ học của các trường Đại học Tổng hợp, Đại học xây dựng, Đại học Bách khoa Hà Nội và từ 24 đến 26 tháng 4, làm việc với Phân viện Cơ học thành phố Hồ Chí Minh.

Ngày 30/4/1985, GS. Nguyễn Văn Đạo và GS. Fraczkiewicz đã ký văn bản kế hoạch hợp tác khoa học giữa Viện Cơ học và IPPT trong thời gian 1986 – 1990. Theo đó, hai bên sẽ kết hợp nghiên cứu các vấn đề của cơ học vật rắn biến dạng, nghiên cứu và ứng dụng siêu âm trong kỹ thuật, trao đổi kết quả, thông tin, tạp chí, công bố các công trình khoa học, IPPT nhận giúp Viện Cơ học xây dựng một số cơ sở thí nghiệm phục vụ các vấn đề nêu trên, giúp đào tạo bồi dưỡng cán bộ nghiên cứu và thực nghiệm. Viện Cơ học sẽ đón tiếp cán bộ khoa học, chuyên viên kỹ thuật của IPPT đến trình bày các kết quả lý thuyết và huấn luyện khai thác máy móc thiết bị do IPPT cung cấp.

Sau hai tuần làm việc, GS. Fraczkiewicz đã rời Hà Nội ngày 1/5/1985.

(Đưa tin Trần Dương Hiền)