Tạp chí Cơ học T. VII, 1985 Số 3 (Trang 24–29)

TRUYỀN SÓNG VUÔNG GÓC VỚI LỚP TRONG MÔI TRƯỜNG VÔ HẠN KHÔNG NÉN ĐƯỢC, PHÂN LỚP TUẦN HOÀN CÓ BIẾN DẠNG BAN ĐẦU THUẦN NHẤT

PHẠM CHÍ VĨNH

Các bài toán truyền sóng vuông góc hoặc dọc lớp trong môi trường vô hạn phân lớp tuần hoàn không nén được mỗi chu kỳ gồm 2; 3 lớp vật liệu khác nhau đã được nghiên cứu trong các công trình [2], [3]. Các công trình trên đã đưa ra dạng nghiệm của bài toán, phương trình tán sắc và trong trường hợp xấp xỉ sóng dài đã tìm được công thức của vận tốc truyền sóng.

Trong bài này, ta xét bài toán truyền sóng vuông góc với lớp trong môi trường vô hạn phân lớp tuần hoàn không nén được mỗi chu kỳ gồm N lớp vật liệu khác nhau ($N \geqslant 2$).

Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài đã tìm được biểu thức cụ thể cho dịch chuyển và vận tốc truyền sóng. Khi cho $N = 3$ ta thu được các kết quả trong [3].

§1. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét môi trường vô hạn phân lớp tuần hoàn không nén được, mỗi chu kỳ gồm N lớp vật liệu khác nhau ($N \geqslant 2$). Ta phân biệt ba trạng thái của môi trường: trạng thái tự nhiên, trạng thái ban đầu (có biến dạng trước) và trạng thái kích động. Ta sử dụng 2 hệ tọa độ: hệ tọa độ Lagrăng $(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)})$ mà ở trạng thái tự nhiên trùng với hệ tọa độ Đề-các vuông góc của các lớp, và hệ tọa độ Đề-các vuông góc $OZ_1Z_2Z_3$ trong trạng thái ban đầu (chung cho tất cả các lớp), trong đó các trục $x_3^{(j)}$, Z_3 vuông góc với mặt phẳng phân chia các lớp (xem h. 1 trong [3]).

Gọi M là một điểm thuộc lớp thứ j của chu kỳ thứ nhất. Tọa độ của điểm này trong trạng thái tự nhiên là $(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)})$, trong trạng thái ban đầu là (Z_1, Z_2, Z_3). Giả sử biến dạng ban đầu trong các lớp vật liệu là thuần nhất, tức là:

$$U_m^{o(j)} = \delta_{mk}(\lambda_m^{(j)} - 1)x_k^{(j)}, \quad \lambda_m^{(j)} = \text{const}, \tag{1.1}$$

δ_{mk} là ký hiệu Krôneke ($m, k = 1, 2, 3$; $j = \overline{1, N}$). Do ý nghĩa vật lý mà các hằng số $\lambda_m^{(j)} > 0$. Khi đó từ (1.1), chúng ta sẽ có:

$$z_1 = \lambda_1^{(j)} x_1^{(j)}, \quad z_2 = \lambda_2^{(j)} x_2^{(j)},$$

$$z_3 = l\tilde{h} + (\lambda_3^{(1)} h^{(1)} + \dots + \lambda_3^{(j-1)} h^{(j-1)}) + \lambda_3^{(j)} x_3^{(j)}, \tag{1.2}$$

trong đó $h^{(j)}$ là chiều dày của lớp thứ j trong trạng thái tự nhiên, $\tilde{h}$ là chiều dày của một chu kỳ trong trạng thái ban đầu. Ở đây:

$$\tilde{h} = \lambda_3^{(1)} h^{(1)} + \dots + \lambda_3^{(N)} h^{(N)}. \tag{1.3}$$

Gọi chiều dày của lớp thứ j ở trạng thái ban đầu là $\tilde{h}^{(j)}$. Từ (1.1), ta có:

$$\tilde{h}^{(j)} = \lambda_3^{(j)} h^{(j)} \tag{1.4}$$

Giả sử môi trường không nén được, khi đó, phương trình cơ bản viết cho nhiễu động dịch chuyển là ((11), [3]):

$$\tilde{N}^{(j)}_{m\alpha} U^{(j)}_{\alpha} = 0, \tag{1.5}$$

$$\tilde{N}^{(j)}_{m\alpha} = \left(\tilde{\varkappa}^{(j)}_{im\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \rho^{(j)}\delta_{m\alpha}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)(1-\delta_{m4})(1-\delta_{\alpha 4}) + \delta_{\alpha 4}(1-\delta_{m4})\frac{\partial}{\partial z_m} +$$

$$+ \delta_{m4}(1-\delta_{\alpha 4})\frac{\partial}{\partial z_\alpha}, \ (m, \alpha = \overline{1,4};\ i, \beta = \overline{1,3})$$

Ở đây
$$\tilde{\varkappa}^{(j)}_{im\alpha\beta} = \lambda^{(j)}_i \lambda^{(j)}_\beta \varkappa^{(j)}_{im\alpha\beta}, \quad U^{(j)}_4 \equiv P^{(j)}, \tag{1.6}$$

$$\varkappa^{(j)}_{im\alpha\beta} = \lambda^{(j)}_m \lambda^{(j)}_\alpha [\delta_{im}\delta_{\alpha\beta} a^{(j)}_{i\beta} + \delta_{i\alpha}\delta_{m\beta}(1-\delta_{im})\mu^{(j)}_{im} +$$

$$+ \delta_{m\alpha}\delta_{i\beta}(1-\delta_{im})\mu^{(j)}_{\beta m}] + \delta_{m\alpha}\delta_{i\beta}\sigma^{*o(j)}_{ii}, \tag{1.7}$$

trong đó $a^{(j)}_{i\beta}$, $\mu^{(j)}_{im}$, $\sigma^{*o(j)}_{ii}$ được xác định bởi các công thức (14), (15) trong [3].

Tải trọng tại mặt $Z_3 = \text{const}$ cho bởi công thức sau [1]:

$$\tilde{P}^{(j)}_m = \tilde{\varkappa}^{(j)}_{3m\alpha\beta} \frac{\partial U^{(j)}_\alpha}{\partial z_\beta} + \delta_{3m} P^{(j)} \ (m, \alpha, \beta = 1, 2, 3). \tag{1.8}$$

Gọi thành phần của vectơ sóng $\vec{K}$ trên hệ tọa độ (Z_1, Z_2, Z_3) là (k_1, k_2, k_3). Ở đây ta nghiên cứu trường hợp $k_1 = k_2 = 0$, $k_3 = k \neq 0$.

§2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ta tìm nghiệm của hệ phương trình (1.5) dưới dạng.

$$U^{(j)}_\alpha = \hat{U}^{(j)}_\alpha(Z_3)\exp i(kZ_3 - \omega\tau). \tag{2.1}$$

$\hat{U}^{(j)}_\alpha(Z_3) = A^{(j)}_\alpha \exp i\tilde{a}^{(j)} Z_3 (\alpha = \overline{1,4})$, trong đó các hằng số $A^{(j)}_\alpha$ không đồng thời bằng không.

Thay (2.1) vào hệ (1.5), ta có:

$$[\tilde{\varkappa}^{(j)}_{3113}(\beta^{(j)})^2 - \rho^{(j)}\omega^2]\, A^{(j)}_1 = 0, \tag{2.2}$$

$$[\tilde{\varkappa}^{(j)}_{3223}(\beta^{(j)})^2 - \rho^{(j)}\omega^2] A^{(j)}_2 = 0 \tag{2.3}$$

$$[\tilde{\varkappa}^{(j)}_{3333}(\beta^{(j)2}) - \rho^{(j)}\omega^2] A^{(j)}_3 + A^{(j)}_4 \beta^{(j)} = 0, \tag{2.4}$$

$$\tilde{A}^{(j)}_3 \beta^{(j)} = 0. \tag{2.5}$$

trong đó
$$\beta^{(j)} = \tilde{a}^{(j)} + k$$

Vì sóng truyền theo hướng OZ_3 mà môi trường là không nén được, cho nên không tồn tại sóng dãn nén, suy ra $U^{(j)}_3 \equiv 0$ (nghĩa là $A^{(j)}_3 = 0$). Do vậy ta chỉ chú ý đến các phương trình (2.2) và (2.3).

1. SÓNG PHÂN CỰC TRONG MẶT PHẲNG Oz_1z_3 :

Từ (2.2) ta có: $$\beta_{1,3}^{(j)} = \pm \omega \sqrt{\rho^{(j)}/\tilde{\varkappa}_{3113}^{(j)}} \tag{2.6}$$

Ứng với $\beta_{1,3}^{(j)}$ thì $A_1^{(j)}$ tùy ý khác không, còn $A_2^{(j)} = A_3^{(j)} = A_4^{(j)} = 0$.

Do vậy $U_2^{(j)} \equiv U_3^{(j)} \equiv U_4^{(j)} \equiv 0$, $U_1^{(j)}$ có dạng sau:

$$U_1^{(j)} = \widehat{U}_1^{(j)}(z_3)\exp i(kz_3 - \omega\tau), \tag{2.7}$$

$$\widehat{U}_1^{(j)}(z_3) = [A_1^{(j)}\exp(i\beta_1^{(j)}z_3) - B_1^{(j)}\exp(-i\beta_1^{(j)}z_3)]e^{-ikz_3}.$$

Từ (1.8) ta có: $$\tilde{P}_1^{(j)} = \widehat{P}_1^{(j)}(z_3)\exp i(kz_3 - \omega\tau). \tag{2.8}$$

$$\widehat{P}_1^{(j)}(z_3) = ie^{-ikz_3}\tilde{\varkappa}_{3113}^{(j)}\beta_1^{(j)}(A_1^{(j)}\exp i\beta_1^{(j)}z_3 + B_1^{(j)}\exp(-i\beta_1^{(j)}z_3)),$$

$$\tilde{P}_2^{(j)} \equiv \tilde{P}_3^{(j)} \equiv 0.$$

Từ điều kiện liên tục giữa các mặt phân chia các lớp :

$$U_1^{(j)}(h_*^{(j)}) = U_1^{(j+1)}(h_*^{(j)}), \quad \tilde{P}_1^{(j)}(h_*^{(j)}) = \tilde{P}_1^{(j+1)}(h_*^{(j)}) \tag{2.9}$$

và điều kiện tuần hoàn đối với biên độ (xem (25) trong [3])

$$\widehat{U}_1^{(N)}(\tilde{h}) = \widehat{U}_1^{(1)}(o), \quad \widehat{P}_1^{(N)}(\tilde{h}) = \widehat{P}_1^{(1)}(0) \tag{2.10}$$

trong đó: $$h_*^{(j)} = \tilde{h}^{(1)} + \dots + \tilde{h}^{(j)} \quad (j = \overline{1, N-1}) \tag{2.11}$$

ta sẽ thu được hệ phương trình sau đây để xác định các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$:

$$\begin{aligned}
M[a_1^{(1)}, 0]\, X_1^{(1)} &= M[a_1^{(2)}, \theta_1^{(2)}]\, X_1^{(2)},\\
M[a_1^{(2)}, 0]\, X_1^{(2)} &= M[a_1^{(3)}, \theta_1^{(3)}]\, X_1^{(3)},\\
&\dots\dots\dots\dots\\
M[a_1^{(N-1)}, 0]\, X_1^{(N-1)} &= M[a_1^{(N)}, \theta_1^{(N)}]\, X_1^{(N)},\\
M[a_1^{(N)}, 0]\, X_1^{(N)} &= M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}]\, X_1^{(1)},
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Ở đây: $$X_1^{(j)} = \begin{Vmatrix} A_1^{(j)}\exp i\beta_1^{(1)}h_*^{(j)} \\ B_1^{(j)}\exp(-i\beta_1^{(j)}h_*^{(j)}) \end{Vmatrix}, \tag{2.13}$$

$$M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}] = \begin{Vmatrix} \exp(-i\theta_1^{(j)}) & -\exp i\,\theta_1^{(j)} \\ a_1^{(j)}\exp(-i\theta_1^{(j)}) & a_1^{(j)}\exp i\,\theta_1^{(j)} \end{Vmatrix}, \tag{2.14}$$

$$\theta_1^{(j)} = \tilde{h}_1^{(j)}\beta_1^{(j)}, \qquad a_1^{(j)} = \tilde{\varkappa}_{3113}^{(j)}\beta_1^{(j)} \tag{2.15}$$

Ký hiệu $\|\ldots\|$ biểu thị ma trận. Từ (2.12) ta có :

$$\|e^{ik\tilde{h}} M_1^{(N)} M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}] - M[a_1^{(1)}, 0]\| X_1^{(1)} = 0 \tag{2.16}$$

trong đó :

$$M_1^{(j)} = M[a_1^{(2)}, \theta_1^{(2)}]M^{-1}[a_1^{(2)}, 0] \ldots M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}]M^{-1}[a_1^{(j)}, 0], (j = \overline{2, N}). \tag{2.17}$$

Do $X_1^{(1)} \neq 0$ nên :

$$\det\| e^{ik\tilde{h}}M_1^{(N)}M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}] - M[a_1^{(1)}, 0]\| = 0 \tag{2.18}$$

Đó chính là phương trình tán sắc của sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_1Z_3.
Nghiệm của hệ (2.12) được biểu diễn dưới dạng :

$$X_1^{(j)} = M^{-1}[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}]\,(M_1^{(j-1)})^{-1}\, M[a_1^{(1)}, 0]X_1^{(1)} \tag{2.1}$$

Sử dụng (2.13), từ 2.19) ta sẽ xác định được các hằng số $A_j^{(1)}$, $B_1^{(j)}$

Trường hợp xấp xỉ sóng dài :

Trường hợp xấp xỉ sóng dài, tức là khi $\tilde{h}^{(j)} \ll \lambda$, $\forall j = \overline{1, N}$ (2.20)

(λ là bước sóng) thì ta sẽ tường minh hóa được (2.19), đặc biệt từ (2.16) ta s tìm được công thức tính vận tốc sóng.

Sử dụng (2.6), (2.15) và (2.20) ta có :

$$\sin\theta_1^{(j)} \approx \theta_1^{(j)}, \qquad \cos\theta_1^{(j)} \approx 1 \tag{2.21}$$

Từ (2.14 ta có :

$$M^{-1}[a_1^{(j)}, 0] = \begin{Vmatrix} 1/2 & 1/2a_1^{(j)} \\ -1/2 & 1/2a_1^{(j)} \end{Vmatrix} \tag{2.22}$$

Sử dụng (2.21), bỏ qua các đại lượng bé bậc cao ta có :

$$M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}]M^{-1}[a_1^{(j)}, 0] = \begin{Vmatrix} 1 & -i\theta_1^{(j)}/a_1^{(j)} \\ -ia_1^{(j)}\theta_1^{(j)} & 1 \end{Vmatrix}. \tag{2.23}$$

Sử dụng phương pháp qui nạp, bỏ qua các đại lượng bé cấp hai, ta chứng minh được công thức sau :

$$M_1^{(j)} = \begin{Vmatrix} 1 & -i\sum\limits_{k=2}^{j-1} \theta_1^{(k)}/a_1^{(k)} \\ \sum\limits_{k=2}^{j-1} a_1^{(k)}\theta_1^{(k)} & 1 \end{Vmatrix}, \ (j = \overline{2, N}) \tag{2.24}$$

Thay (2.24) vào (2.18), sau một số phép biến đổi đơn giản ta có :

$$k^2\tilde{h}^2 = \sum_{j=1}^{N} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} \sum_{j=1}^{N} \theta_1^{(j)}/a_1^{(j)}. \tag{2.25}$$

Sử dụng (2.6), (2.15), từ (2.25) ta sẽ có :

$$C_1^2 = [\tilde{S}^{(1)}\rho^{(1)} + \ldots + \tilde{S}^{(N)}\rho^{(N)}]^{-1} \left[\frac{\tilde{S}^{(1)}}{\tilde{\chi}_{3113}^{(1)}} + \ldots + \frac{\tilde{S}^{(N)}}{\tilde{\chi}_{3113}^{(N)}}\right]^{-1}. \tag{2.26}$$

trong đó $C_1 = \dfrac{\omega}{k}$ là vận tốc sóng, $\widetilde{S}^{(j)} = \widetilde{h}^{(j)}/\widetilde{h}$ $(j = \overline{1, N})$. Khi cho $N = 3$, thì (2.26) trùng với kết quả (54) trong [3]. Thay (2.24) vào (2.19), sau một số phép biến đổi ta có :

$$X_1^{(k)} = \left\| \begin{matrix} \dfrac{1+i\theta_1^{(k)}}{2(1+\Sigma)}\left\{1+\dfrac{i}{a_1^{(k)}}\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} + a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} + i\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} & \dfrac{-(1+i\theta_1^{(k)})}{2(1+\Sigma)}\left\{1+\dfrac{i}{a_1^{(k)}}\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} - a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} + i\displaystyle\sum_{j=1}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} \\ \dfrac{-(1-i\theta_1^{(k)})}{2(1+\Sigma)}\left\{1-\dfrac{i}{a_1^{(k)}}\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} - a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} - i\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} & \dfrac{1-i\theta_1^{(k)}}{2(1+\Sigma)}\left\{1-\dfrac{i}{a_1^{(k)}}\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} - a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} - i\displaystyle\sum_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} \end{matrix} \right\| X_1^{(1)} \qquad (2.27)$$

trong đó :

$$\Sigma = \sum_{j=2}^{k=1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} \sum_{j=2}^{k-2} \theta_1^{(j)}/a_1^{(j)} \qquad (2.28)$$

Đem các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$ xác định bởi (2.27) vào (2.7), ta sẽ xác định được dạng cụ thể của nhiễu chuyển dịch của sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_1Z_3 và các đại lượng khác. Do (2.18) nên $A_1^{(1)}$ phụ thuộc vào $B_1^{(1)}$, do vậy các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$ xác định chính xác đến một nhân tử hằng số.

II – SÓNG PHÂN CỰC TRONG MẶT PHẲNG OZ_2Z_3:

Tiến hành hoàn toàn tương tự như trên đối với sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_2Z_3 $(u_1^{(j)} \equiv u_3^{(j)} \equiv u_4^{(j)} \equiv 0,\ u_2^{(j)} \neq 0)$ ta cũng có:

– Biểu thức nghiệm:

$$u_2^{(j)} = \widehat{u}_2^{(j)}(z_3)\exp i(kz_3 - \omega\tau)\,;\quad \widetilde{P}_2^{(j)} = \widehat{P}_2^{(j)}(z_3)\exp i(kz_3 - \omega\tau),$$

$$\widehat{u}_2^{(j)}(z_3) = e^{-ikz_3}\left(A_2^{(j)}\exp(i\beta_2^{(j)}z_3) - B_2^{(j)}\exp(-i\beta_2^{(j)}z_3)\right); \qquad (2.29)$$

$$\widehat{P}_2^{(j)}(z_3) = ie^{-ikz_3}\left(A_2^{(j)}\exp(i\beta_2^{(j)}z_3) + B_2^{(j)}\exp(-i\beta_2^{(j)}z_3)\right)\widetilde{\varkappa}_{3223}^{(j)}\beta_2^{(j)},$$

trong đó $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$ là những hằng số, $\beta_2^{(j)} = \omega\sqrt{\rho^{(j)}/\widetilde{\varkappa}_{3223}^{(j)}}$ là nghiệm của phương trình (2.3).

— Phương trình tán sắc:

$$\det\left\| e^{ik\widetilde{h}} M_2^{(N)} M[a_2^{(1)}, \theta_2^{(1)}] - M[a_2^{(1)}, 0]\right\| = 0, \qquad (2.30)$$

trong đó $a_2^{(j)} = \widetilde{\varkappa}_{3223}^{(j)}\beta_2^{(j)}$, $\theta_2^{(j)} = \widetilde{h}^{(j)}\beta_2^{(j)}$, $M_2^{(j)}$ $(j = \overline{2, N})$ và $M[a_2^{(j)}, \theta_2^{(j)}]$ được xác định bởi các công thức (2.17) và (2.14) trong đó $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$ được thay bởi $a_2^{(j)}$, $\beta_2^{(j)}$.

— Các hằng số $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$ được xác định bởi công thức:

$$X_2^{(j)} = M^{-1}[a_2^{(j)}, \theta_2^{(j)}]\,(M_2^{(j-1)})^{-1}\,M[a_2^{(1)}, 0]\,X_2^{(1)}, \ (j = \overline{2,N}). \tag{2.31}$$

$X_2^{(j)}$ có dạng (2.13) trong đó $\beta_1^{(j)}$ được thay bởi $\beta_2^{(j)}$, $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$ thay bởi $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$.

Trường hợp xấp xỉ sóng dài:

Công thức tính vận tốc truyền sóng:

$$C_2^2 = \left[\tilde{S}^{(1)}\rho^{(1)} + \dots + \tilde{S}^{(N)}\rho^{(N)}\right]^{-(1)} \left[\frac{\tilde{S}^{(1)}}{\tilde{\varkappa}_{3223}^{(1)}} + \dots + \frac{\tilde{S}^{(N)}}{\tilde{\varkappa}_{3223}^{(N)}}\right]^{-1}, \tag{2.32}$$

trong đó $C_2 = \dfrac{\omega}{k}$ là vận tốc truyền của sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_2Z_3.

Các hằng số $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$ được xác định bởi công thức (2.27) trong đó $a_1^{(j)}$, $\theta_1^{(j)}$ được thay bởi $a_2^{(j)}$, $\theta_2^{(j)}$. Chúng xác định chính xác đến một nhân tử hằng số.

§ 3. KẾT LUẬN

Như vậy để nghiên cứu bài toán truyền sóng vuông góc với lớp trong môi trường vô hạn không nén được, phân lớp tuần hoàn mỗi chu kỳ gồm N lớp vật liệu khác nhau N $\geqslant$2), cuối cùng ta phải giải hai hệ phương trình đại số tuyến tính thuần nhất cấp 2N dạng (2.12). Để có được phương trình tán sắc ta phải khai triển 2 định thức cấp 2N.

Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài ta đã tìm được dạng cụ thể của dịch chuyển và vận tốc truyền sóng.

Chú ý rằng để tìm ra công thức tính vận tốc truyền sóng (54) trong [3] (khi $N = 3$) ta phải khai triển định thức cấp $6 = 2.3$, sau đó bỏ đi các đại lượng bé cấp hai trở lên. Trong trường hợp N bất kỳ (ví dụ $N = 10^6$) thì việc khai triển định thục cấp 2N (ví dụ $2 \cdot 10^6$) để tìm công thức giải tích của nó là hết sức khó khăn.

Để khắc phục khó khăn đó ta biến đổi hệ phương trình thuần nhất cấp 2N (2.12) về hệ phương trình cấp hai (2.16). Và do vậy thay cho việc khai triển định thức cấp 2N ta khai triển định thức của ma trận cấp hai dạng tích của N ma trận cấp hai. Bằng cách bỏ những đại lượng bé cấp hai trở lên sau mỗi bước nhân ma trận ta dễ dàng dự đoán và chứng minh được dạng tổng quát của ma trận trên với N bất kỳ.

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 29/10/1984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ГУЗЬ А. Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. Наукова думка, Киев, 1973.
2. ЛЕ МИНЬ КХАНЬ. Распространении волн вдоль слоев в слоистых несжимаемых материалах с начальными деформациями. ПМ, Киев, N°12. 1976.
3. LE MINH KHANH. Propagation des ondes de floquet dans un milieu élastique périodique avec déformations initiales homogènes. Mécanique appliquée, Bucarest, N°2, 1981.

РЕЗЮМЕ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЕ К СЛОЯМ В НЕСЖИМАЕМОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ЧЕРЕДОВАНИМ СЛОЕВ С ОДНОРОДНЫМИ НАЧАЛЬНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ

В этой статье рассматриваются задачи по распространению волн перпендикулярно слоям в несжимаемой бесконечной среде с периодическим чередованием слоев с однородными начальными деформациями

Для длиноволновых приближений получено точное выражение решений и в частности найдена формула для определения скорости распространения волн.