

BẢN CỨNG DẸO TRONG VÙNG BIẾN DẠNG LỚN II

VŨ VĂN THE

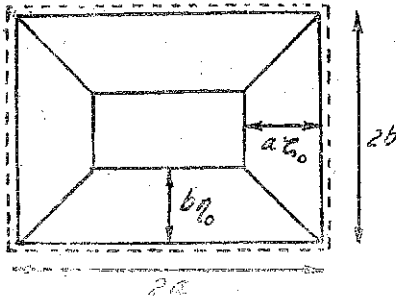
§ MỞ ĐẦU

Trong bài [8] đã trình bày nội dung cơ bản của phương pháp đánh giá mối liên hệ giữa ngoại lực và dịch chuyển trong bản đẳng hướng có chu tuyến bất kỳ chịu tải trọng có dạng bất kỳ. Biểu thức đánh giá tổng quát mối liên hệ ngoại lực dịch chuyển đã thu được. Phần dưới đây khảo sát ví dụ cụ thể, phân tích và chỉ ra ảnh hưởng của việc chọn cơ cấu phá hủy và điều kiện dẻo lên kết quả nhận được.

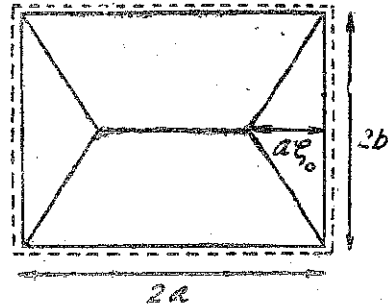
Xét bản chữ nhật đẳng hướng chịu liên kết khớp theo toàn bộ biên C, kích thước $2a \times 2b$, $a \geq b$, độ dày $2H$ chịu tải trọng phân bố đều $P_0 = \text{Const}$, theo hướng vuông góc với mặt trung bình của bản. Khi đó công thức (2.12) trong [8] có dạng sau đây

$$\int_A P_0 \dot{W}^* dA \leq \sum_{C_n}^R \int_{C_n} F(W, \dot{\theta}^*) dC \quad (0.1)$$

Việc xác định $F(W, \dot{\theta}^*)$ phụ thuộc vào điều kiện dẻo và cơ cấu phá hủy, ở đây chúng ta sẽ sử dụng các điều kiện dẻo ứng suất pháp cực đại và điều kiện hình vuông (xem hình 3, 4 trong [8]) và cơ cấu các đường gãy chỉ ra trên hình 1, 2 dưới đây đã được sử dụng trong các công trình [1, 2, 3, 9]



Hình 1



Hình 2

Các ký hiệu: ----- liên kết khớp theo biên đường
ngăn ngoè: các đường gãy hình thành bên
trong bản.

§1. ĐIỀU KIỆN DẸO ỨNG SUẤT PHÁP CỰC ĐẠI

(Hình 3 trong [8])

Dựa trên cơ sở quy luật chảy dẻo chúng ta xác định được trường phân bố ứng suất trên các đường gãy như sau;

$$\frac{N^*}{N_0} = \frac{2W}{2H}, \quad \frac{M^*}{M_0} = 4 \frac{W^2}{4H^2} - 1 \quad \text{với} \quad \frac{W}{2H} \leq \frac{1}{2} \quad (1.1)$$

$$\frac{N^*}{N_0} = 1, \quad M^* = 0 \quad \text{với} \quad \frac{W}{2H} > \frac{1}{2} \quad (1.2)$$

Trường phân bố ứng suất (1.1), (1.2) là khác hẳn với trường ứng suất được xác định trong [1, 2, 3, 4] về dạng hàm phân bố ứng suất theo dịch chuyển cũng như về bản chất đối xứng. Về hình thức (1.1), (1.2) giống như kết quả trong [9] về dạng hàm phân bố ứng suất theo dịch chuyển nhưng khác xa về bản chất đối xứng. Trong (1.1), (1.2) $W(x, y)$ là dịch chuyển thực chưa biết cần xác định chứ không phải là dịch chuyển xác định được của cơ cấu các đường khớp như trong [9].

Từ (1.1), (1.2) các ứng suất M^* , N^* sẽ không phụ thuộc vào cơ cấu các đường khớp được chọn mà chỉ phụ thuộc vào trường dịch chuyển thực, nhưng nói chung không phải là trường phân bố ứng suất thực.

Từ (1.1), (1.2) chúng ta có thể xác định được hàm $F(W, \theta^*)$ trong biểu thức (0.1) như sau:

$$F(W, \theta^*) = F^*(W)\theta^* \quad (1.3)$$

ở đây

$$F^*(W) = \begin{cases} M_0 \left(1 + 4 \frac{W^2}{4H^2}\right) & \text{với } \frac{W}{2H} \leq \frac{1}{2} \\ 4M_0 \frac{W}{2H} & \text{với } \frac{W}{2H} > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1.4)$$

Thế (1.4) vào (0.1) ta nhận được

$$\int_A P_0 \dot{W}^* dA \leq \sum_j \int_{C_j} M_0 \left(1 + 4 \frac{W^2}{4H^2}\right) \dot{\theta}^* dC + \sum_i \int_{C_i} 4M_0 \frac{W}{2H} \dot{\theta}^* dC \quad (1.5)$$

ở đây C_j - là các đường khớp trên dầm $W/2H \leq 1/2$

C_i - là các đường khớp trên dầm $W/2H > 1/2$

Vì $W(x, y)$ là dịch chuyển thực chưa biết, nên việc xác định C_i, C_j không thể thực hiện được. Chúng ta sẽ xây dựng các đánh giá sau

$$\text{Khi ký hiệu } \delta = \max_{\forall x, y} \frac{W(x, y)}{2H} \leq \frac{1}{2} \text{ thì } C_i = 0$$

chúng ta có đánh giá

$$\int_A P_0 \dot{W}^* dA \leq \sum_R \int_{C_n} M_0 \left(1 + 4 \frac{W^2}{4H^2}\right) \dot{\theta}^* dC \quad (1.6)$$

Khi $\delta > 1/2$ chúng ta có bất đẳng thức

$$1 + 4 \frac{W^2}{4H^2} \geq 4 \frac{W}{2H}, \quad \forall \frac{W}{2H} \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \quad (1.7)$$

do đó ta có

$$\sum_i \int_{C_i} 4M_0 \frac{W}{2H} \dot{\theta}^* dC < M_0 \sum_i \int_{C_i} \left(1 + 4 \frac{W^2}{4H^2}\right) \dot{\theta}^* dC \quad (1.8)$$

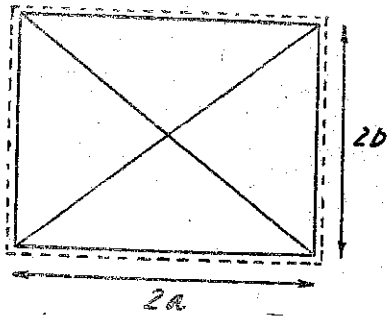
Kết hợp (1.8), (1.5), (1.6) chúng ta nhận được đánh giá

$$\int_A P_0 \dot{W}^* dA \leq M_0 (1 + 4\delta^2) \sum_R \int_{C_n} \dot{\theta}^* dC, \quad \forall \delta \in [0, \infty) \quad (1.9)$$

(1.7) là đánh giá thuần túy toán học về ý nghĩa cơ học chỉ có nghĩa là chúng ta thay mức hao tán trên các đường gãy C_i bằng giá trị hao tán lớn hơn. Như vậy chúng ta sẽ dẫn đến những sai số tính toán, với $1/2 \leq \delta \leq 1$ sai số nhỏ có thể chấp nhận được, khi $\delta > 1$ có thể dẫn đến sai số lớn. Đó là những hạn chế của kết quả (1.9).

Khi sử dụng cơ cấu đường khớp hình 6 chúng ta sẽ thu được kết quả sau:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4\delta^2 \frac{1 + \alpha^2 \xi_0}{\xi_0(3 - \xi_0)} + P_G, \quad \alpha = a/b, \quad (1.10)$$



Hình 3

ở đây $P_G = (1 + \alpha^2 \xi_0) / \xi_0(3 - \xi_0)$ là tải trọng giới hạn khi uốn thuần túy.

Khi $\xi_0 \equiv 1$ chúng ta nhận được đánh giá đối với cơ cấu cho trên hình 3

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4\delta^2 \frac{\alpha^2 + 1}{2} + \frac{\alpha^2 + 1}{2} \quad (1.11)$$

Để dàng chỉ ra rằng cơ cấu với

$$\xi_0 = \alpha^{-2} [-1 + (3\alpha^2 + 1)^{1/2}] \quad (1.11a)$$

cho đánh giá tốt nhất

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4\delta^2 \frac{\alpha^4(3\alpha^2 + 1)^{1/2}}{[-1 + (3\alpha^2 + 1)^{1/2}][3\alpha^2 + 1 - (3\alpha^2 + 1)^{1/2}]} + P_G \quad (1.12)$$

ở đây

$$P_G = \frac{\alpha^4(3\alpha^2 + 1)^{1/2}}{[-1 + (3\alpha^2 + 1)^{1/2}][3\alpha^2 + 1 - (3\alpha^2 + 1)^{1/2}]} \quad (1.12b)$$

Khi $\alpha = 1$ tức là đối với bản hình vuông cơ cấu khớp theo các đường chéo cho đánh giá tốt nhất:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4\delta^2 + 1 \quad (1.13)$$

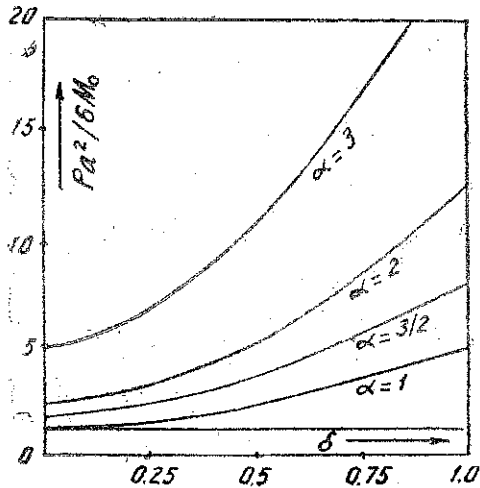
Trên hình 4 chỉ ra sự phụ thuộc của mối liên hệ lực-dịch chuyển vào tham số α .

Khi sử dụng các cơ cấu đường khớp chỉ trên hình 1 chúng ta thu được kết quả sau đây

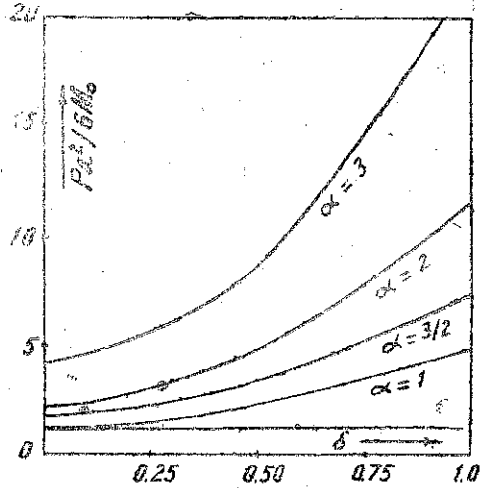
$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq \frac{2\delta^2 \left(\frac{\alpha^2}{\eta_0} + \frac{1}{\xi_0} \right)}{(1 - \xi_0)(1 - \eta_0) + 1 + [(1 - \xi_0)(1 - \eta_0)]^{1/2}} + P_G \quad (1.14)$$

ở đây P_G là lực giới hạn uốn thuần túy khi sử dụng mô hình phá hủy trên hình 5.

$$P_G = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha^2}{\eta_0} + \frac{1}{\xi_0} \right)}{(1 - \xi_0)(1 - \eta_0) + 1 + [(1 - \xi_0)(1 - \eta_0)]^{1/2}} \quad (1.15)$$



Hình 4. Mối liên hệ lực-dịch chuyển theo cơ cấu trên hình 2, khi tỷ lệ kích thước của bản thay đổi.

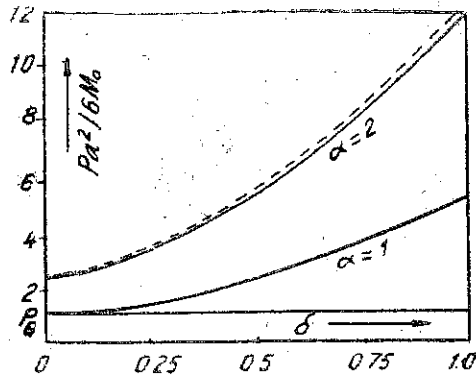


Hình 5. Mối liên hệ lực-dịch chuyển theo cơ cấu đường khớp đường chéo khi tham số thay đổi.

Để dàng chỉ ra rằng đánh giá tốt nhất đạt được khi $\xi_0 = 1, \eta_0 = 1$ chúng ta nhận lại được kết quả (1.11)

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 2\delta^2(1 + \alpha^2) + \frac{1 + \alpha^2}{2} \quad (1.16)$$

Trong trường hợp $\alpha = 1$ tức là đối với hình vuông từ (1.11) ta rút ra $\xi_0 = 1$. Cơ cấu các đường khớp theo đường chéo sẽ cho đánh giá tốt nhất. Sự phụ thuộc của đánh giá (1.16) vào tham số α được chỉ trên hình 5. So sánh các kết quả khi sử dụng các cơ cấu khác nhau được chỉ trên hình 6.



— cơ cấu hình 2.
 - - - cơ cấu hình 1.
 đường nằm { lực phá hủy uốn
 ngang { thuần túy.

Hình 6. So sánh kết quả khi sử dụng các cơ cấu khác nhau.

§ 2. ĐIỀU KIỆN ĐEO HÌNH VUÔNG (Hình 7)

Từ hàm hao tán năng lượng

$$D^* = N^* W \dot{\theta}^* - M^* \dot{\theta}^* \quad (2.1)$$

khi thừa nhận các biến dạng tổng quát $\dot{\lambda}_{nn}^* = -\dot{\theta}^*$, $\dot{\lambda}_{nn}^* = W \dot{\theta}^*$ qua quy luật chảy dẻo để dàng xác định được profil ứng suất tương ứng tại điểm D

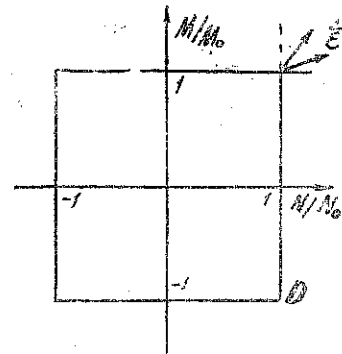
$$M^* = -M_0, N^* = N_0 \quad (2.2)$$

Vậy thì trạng thái ứng suất (2.2) không phụ thuộc vào việc chọn cơ cấu biến dạng động cho phép $\dot{\theta}^*$ và vào trường dịch chuyển thực W. Thay (2.2) vào (2.1) chúng ta có

$$D^* = (N_0 W + M_0) \dot{\theta}^* = M_0 \left(4 \frac{2W}{2H} + 1 \right) \dot{\theta}^* \quad (2.3)$$

Do đó

$$F^*(W) = M_0 \left(4 \frac{W}{2H} + 1 \right) \quad (2.4)$$



Hình 7

Thế (2.4) vào (0.1) và sau khi thực hiện các phép tính ước lượng chúng ta thu được đánh giá sau đây

$$\int_A P_0 \dot{W}^* dA \leq M_0 \sum_{C_n}^R \int \dot{\theta}^* dc (4\delta + 1) \quad (2.5)$$

Nếu sử dụng phương pháp được trình bày trong [5, 6, 8] đối với các điều kiện dẻo ứng suất pháp cực đại và tiêu chuẩn hình vuông chúng ta luôn luôn nhận được kết quả như (2.5) tức là luôn luôn nhận được sự phụ thuộc tuyến tính giữa lực và dịch chuyển. So sánh những kết quả trong tiết một và trong phần này cho chúng ta thấy phương pháp trình bày trong công trình này có khả năng mở tả tốt hơn cả đặc trưng cơ

học của bản. Việc sử dụng các điều kiện dẻo khác nhau sẽ ảnh hưởng trực tiếp đến kết quả. Khi sử dụng tiêu chuẩn ứng suất pháp cực đại chúng ta đã nhận được mối liên hệ phi tuyến giữa ngoại lực và dịch chuyển thực; điều đó mô tả được đặc trưng phi tuyến của đường cong thực nghiệm [1,2]. Từ (2.5) khi sử dụng cơ cấu các đường gãy chỉ trên hình 2 chúng ta nhận được kết quả sau:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4 \frac{1 + \alpha^2 \xi_0}{\xi_0(3 - \xi_0)} \delta + P_G, \quad \forall \delta \in [0, \infty) \quad (2.6)$$

Ở đây tải trọng giới hạn uốn thuần túy P_G được xác định bởi hệ thức:

$$P_G = (1 - \alpha^2 \xi_0) / \xi_0(3 - \xi_0) \quad (2.7)$$

Như đã chỉ ra ở phần trên đánh giá tốt nhất ứng với cơ cấu có $\xi_0 = \alpha^{-2}[-1 + (3\alpha^2 + 1)^{1/2}]$. Thay vào (2.6), (2.7) ta có:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq \frac{4\alpha^2(3\alpha^2 + 1)^{1/2}}{[-1 + (3\alpha^2 + 1)^{1/2}][3\alpha^2 + 1 - (3\alpha^2 + 1)^{1/2}]} \delta + P_G \quad (2.8)$$

ở đây P_G được xác định theo (1.12b).

Từ (2.5) khi sử dụng cơ cấu đường khớp chỉ trên hình 1 chúng ta nhận được đánh giá sau đây:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 4P_G \delta + P_G \quad (2.9)$$

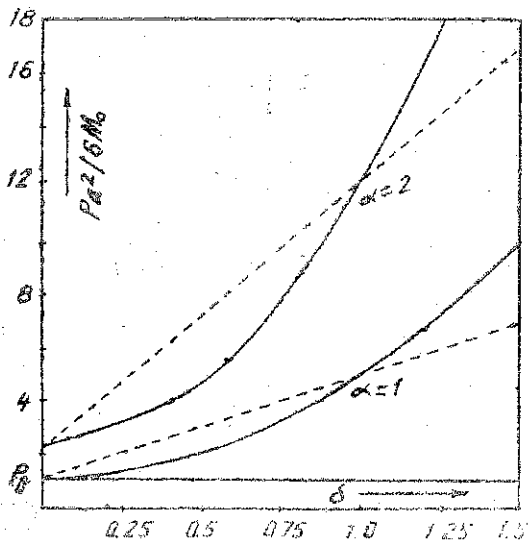
ở đây P_G được xác định theo (1.15), (2.9) cho ta đánh giá tốt nhất khi $\xi_0 = 1$, $\eta_0 = 1$. Từ (2.9) suy ra:

$$\frac{P_0 a^2}{6M_0} \leq 2(\alpha^2 + 1)\delta + \frac{\alpha^2 + 1}{2} \quad (2.10)$$

So sánh kết quả khi sử dụng các điều kiện dẻo khác nhau và các cơ cấu khác nhau được chỉ ra trên hình 6, 8.

KẾT LUẬN

Trên đây đã trình bày ví dụ bản chữ nhật chịu tải trọng phân bố đều về biên tựa bản lề. Thu được các biểu thức đánh giá đối với các điều kiện dẻo ứng suất pháp cực đại và hình vuông với hai cơ cấu các đường khớp (Hình 1, 2). Ảnh hưởng hình dáng của bản lên biểu thức đánh giá lực-dịch chuyển được chỉ ra trên hình 4.5.



Hình 8: So sánh các đánh giá nhận được khi sử dụng các điều kiện dẻo khác nhau.

Ký hiệu: ——— điều kiện ứng suất pháp cực đại
 ——— điều kiện hình vuông.
 đường nằm ngang: lực giới hạn uốn

Việc chọn điều kiện dẻo và cơ cấu phá hủy các đường khớp có ảnh hưởng rất lớn đến kết quả (xem hình 6.8). Phương pháp trình bày ở trên ưu việt hơn phương pháp được sử dụng trong [5]. Nó cho phép nhận được hệ thức phi tuyến lực - dịch chuyển khi sử dụng điều kiện dẻo ứng suất pháp cực đại. Sai số của phương pháp tích lũy qua ba bước ước lượng: — khi sử dụng định đề ổn định Drucker sai số sẽ xảy ra do sự chênh lệch giữa trường phân bố ứng suất thực và động cho phép. — Khi thay thế năng lượng hao tán trên đường khớp bằng năng lượng hao tán lớn hơn (xem biểu thức (1.7)). — cuối cùng là việc thay thế dịch chuyển thực bằng giá trị lớn nhất của nó. Như ta đã biết lớp các cơ cấu đường khớp không bao hết các trường động cho phép, đồng thời do sai số tích lũy đã nêu phương pháp trình bày trên đây không cho phép chúng ta nhận được lời giải chính xác của bài toán. Nhưng dù sao chúng ta vẫn hy vọng nâng cao độ chính xác của phương pháp qua việc chọn thích hợp cơ cấu các đường gãy ý đồ này nảy sinh trên cơ sở khảo sát đồ thị mô tả trên hình 6. Trong trường hợp không nhận được lời giải chính xác phương pháp xấp xỉ đóng vai trò quan trọng. Trong số các phương pháp xấp xỉ [1, 2, 3, 4] phương pháp trình bày trên đây có giá trị tích cực hơn do nó đã chỉ ra vùng nguy hiểm khi thiết kế sơ bộ.

Địa chỉ:
Viện Cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 29/5/1984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. SAVE M. A. MASSONNET C. E. Plastic analysis and design of plates, shells and disks North-holland publishing Com. 1972
2. WOOD R. H. Plastic and elastic design of slabs and plates. Thames and Hudson London 1961.
3. SAWCZUK A. On initiation of the membrane action in rigid plastic plates. J. Mech Vol. 3, N^o 1, 1964.
4. SAWCZUK A. Large deflections of rigid plastic plates. Proc. IIth. Cong. Appl. Mech. Munich, 1964.
5. VŨ VĂN THỂ, SAWCZUK A. Lower bounds to large displacements of impulsively loaded plastically orthotropic structures. Int. J. Sol. Struct. Vol. 19, N^o 3, 1983
6. SAWCZUK A, VŨ VĂN THE A lower bound to moderately large displacements of rigid plastic structures. WASHIZU MEMORIAL USSUE Pergamen Press, 1983.
7. JOHANSEN W. Yield line theory. Cement and Concrete Ass. 1962
8. VŨ VĂN THỂ: Bản cứng dẻo trong vùng biến dạng lớn (Phần I) Tạp chí cơ học số 1, 1985
9. JONES N. A theoretical study of the dynamic plastic behavior of beams and plates with finite deflections. Int. J. Sol. Struct. Vol. 7, N^o 8, 1971.
10. JANAS M. Large plastic deformations of reinforced concrete slabs. Int. J. Sol. Struct. Vol. 4, N^o 1, 1968.

SUMMARY

RIGID PASTIC PLATES AT LARGE DEFORMATIONS

The method developed in [8] is applied herein in order to obtain estimations of the load-deflection relationship of the hinge supported rectangular plates acted on by a uniformly distributed loading. The plate is made from rigid perfectly plastic material which yields according to the square yield condition and maximum normal yield condition. The plastic hinge line patterns shown in figs. 1, 2, are chosen. The obtained results are presented in figs. 4, 5, 6, 8.