Tạp chí Cơ học, T. VII, 1985 số 1 (trang 26 — 32)

TRUYỀN SÓNG VUÔNG GÓC VỚI LỚP TRONG MÔI TRƯỜNG VÔ HẠN, PHÂN LỚP TUẦN HOÀN NÉN ĐƯỢC CÓ BIẾN DẠNG BAN ĐẦU THUẦN NHẤT

PHẠM CHÍ VĨNH

Các bài toán truyền sóng vuông góc, song song hoặc xiên một góc $\alpha \neq 0$ so với mặt phẳng phân chia giữa các lớp trong môi trường vô hạn, phân lớp tuần hoàn nén được, mỗi chu kỳ gồm 2 hoặc 3 lớp. biến dạng ban đầu thuần nhất đã được nghiên cứu trong các công trình [1], [3], [4], [5], [6]. Các công trình đó đã đưa ra dạng nghiệm của bài toán và phương trình tán sắc để xác định tốc độ truyền sóng, đặc biệt là công thức vận tốc sóng trong trường hợp xấp xỉ sóng dài (khi chiều dày của các lớp nhỏ hơn nhiều so với bước sóng).

Một trong những hướng tiếp tục là xét các bài toán trên đây khi mỗi chu kỳ gồm N bất kỳ các lớp vật liệu khác nhau ($N \geqslant 2$). Khi đó, để giải bài toán cuối cùng chúng ta phải giải một hệ phương trình đại số tuyến tính cấp 3N và khai triển một định thức cấp 6N để tìm phương trình tán sắc. Việc làm đó gặp nhiều khó khăn ngay cả trong những trường hợp xấp xỉ sóng dài.

Bài báo này nghiên cứu bài toán truyền sóng vuông góc với lớp trong môi trường trên, đưa ra dạng nghiệm của bài toán, phương trình tán sắc và đặc biệt là dạng nghiệm cụ thể, công thức tính vận tốc sóng trong trường hợp xấp xỉ sóng dài.

§1. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét môi trường vô hạn, phân lớp tuần hoàn nén được, mỗi chu kỳ gồm N lớp vật liệu khác nhau ($N \geqslant 2$). Chúng ta cần phân biệt 3 trạng thái của môi trường: trạng thái tự nhiên khi môi trường chưa bị kích động, trạng thái khi môi trường đã có biến dạng ban đầu (mà ta sẽ gọi là trạng thái ban đầu) và trạng thái nhiễu động nhỏ. Chúng ta sử dụng hệ tọa độ Lagrăng ($x_1^{(j)}$, $x_2^{(j)}$, $x_3^{(j)}$) mà ở trạng thái tự nhiên trùng với hệ tọa độ Đề-các vuông góc với các lớp trục $x_3^{(j)}$ vuông góc với lớp. Ở trạng thái ban đầu ta đưa ra hệ tọa độ Đề-các vuông góc $OZ_1Z_2Z_3$ chung cho tất cả các lớp, trong đó OZ_3 vuông góc với lớp (như h. 1 trong [6]).

Giả sử M là một điểm thuộc lớp thứ j của chu kỳ 1. Ở trạng thái tự nhiên nó có tọa độ ($x_1^{(j)}$, $x_2^{(j)}$, $x_3^{(j)}$), ở trạng thái ban đầu có tọa độ (Z_1, Z_2, Z_3). Giả sử biến dạng ban đầu trong các lớp vật liệu là thuần nhất, tức là:

$$u_m^{o(j)} = \delta_{mk}(\lambda_m^{(j)} - 1)\, x_k^{(j)}, \quad \lambda_m^{(j)} = \text{const}. \ (m, k = 1, 2, 3). \tag{1.1}$$

Do ý nghĩa vật lý mà các hằng số $\lambda_m^{(j)}$ phải dương.

Khi đó từ (1.1) chúng ta sẽ có:

$$Z_1 = \lambda_1^{(j)} x_1^{(j)}, \quad Z_2 = \lambda_2^{(j)} x_2^{(j)},$$

$$Z_3 = l\tilde{h} + (\lambda_3^{(1)} h^{(1)} + \dots + \lambda_3^{(j-1)} h^{(j-1)}) + \lambda_3^{(j)} x_3^{(j)}, \tag{1.2}$$

trong đó $h^{(j)}$ là chiều dày của lớp thứ j ở trạng thái tự nhiên, $\tilde{h}$ là đại lượng được xác định bởi công thức sau:

$$\tilde{h} = \lambda_3^{(1)} h^{(1)} + \dots + \lambda_3^{(N)} h^{(N)}, \tag{1.3}$$

Gọi chiều dày của lớp thứ j ở trạng thái ban đầu là $\tilde{h}^{(j)}$, từ (1.1) ta có:

$$\tilde{h}^{(j)} = \lambda_3^{(j)} h^{(j)} \tag{1.4}$$

Phương trình cơ bản của nhiễu động trong hệ (Z_1, Z_2, Z_3) là [1]:

$$\tilde{L}_{m\alpha}^{(j)} U_\alpha^{(j)} = 0, \tag{1.5}$$

trong đó:

$$\tilde{L}_{m\alpha}^{(j)} = \tilde{\omega}_{im\alpha\beta}^{(j)} \frac{\partial^2}{\partial Z_i \partial Z_\beta} - \tilde{\rho}^{(j)} \delta_{m\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2},$$

$$\tilde{\omega}_{im\alpha\beta}^{(j)} = \frac{\lambda_i^{(j)} \lambda_\beta^{(j)}}{\lambda_1^{(j)} \lambda_2^{(j)} \lambda_3^{(j)}} \omega_{im\alpha\beta}^{(j)}, \qquad \tilde{\rho}^{(j)} = \frac{\rho^{(j)}}{\lambda_1^{(j)} \lambda_2^{(j)} \lambda_3^{(j)}} \tag{1.6}$$

Ở đây $\rho^{(j)}$, $\tilde{\rho}^{(j)}$ là tỷ trọng của lớp thứ j ở trạng thái tự nhiên và trạng thái ban đầu. Các đại lượng $\omega_{im\alpha\beta}^{(j)}$ cho bởi công thức 1.9) trong [2]. Tải trọng tại mặt $Z_3 = \mathrm{const}$ có dạng:

$$\tilde{P}_m^{(j)} = \tilde{\omega}_{3m\alpha\beta}^{(j)} \frac{\partial U_\alpha^{(j)}}{\partial Z_\beta} \tag{1.7}$$

Gọi thành phần của vectơ sóng $\vec{K}$ trên hệ (Z_1, Z_2, Z_3) là (K_1, K_2, K_3), bài báo này nghiên cứu trường hợp $K_1 = K_2 = 0$, $K_3 = K \neq 0$.

§ 2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ta tìm nghiệm của (1.5) dưới dạng:

$$U^{(j)} = \hat{U}^{(j)}(Z_3) \exp i (KZ_3 - \omega\tau),$$

$$\hat{U}^{(j)} = C_\alpha^{(j)} \exp i \tilde{a}^{(j)} Z_3, \ (\alpha = 1, 2, 3;\ j = \overline{1, N}), \tag{2.1}$$

trong đó $C_\alpha^{(j)}$ là những hằng số không đồng thời bằng không. Đặt (2.1) vào (1.5) ta sẽ có hệ phương trình sau để xác định các hằng số $C_\alpha^{(j)}$:

$$C_1^{(j)} [\tilde{\omega}_{3113}^{(j)} (\beta^{(j)})^2 - \tilde{\rho}^{(j)} \omega^2] = 0,$$

$$C_2^{(j)} [\tilde{\omega}_{3223}^{(j)} (\beta^{(j)})^2 - \tilde{\rho}^{(j)} \omega^2] = 0, \tag{2.2}$$

$$C_3^{(j)} [\tilde{\omega}_{3333}^{(j)} (\beta^{(j)})^2 - \tilde{\rho}^{(j)} \omega^2] = 0,$$

trong đó
$$\beta^{(j)} = \tilde{a}^{(j)} + K. \tag{2.3}$$

Do $C_\alpha^{(j)}$ không đồng thời bằng không nên định thức của hệ (2.2) phải bằng không. Giải phương trình đó ta có:

$$\beta_1^{(j)} = \omega \sqrt{\tilde{\rho}^{(j)} / \tilde{\omega}_{3113}^{(j)}}, \ \beta_2^{(j)} = \omega \sqrt{\tilde{\rho}^{(j)} / \tilde{\omega}_{3223}^{(j)}}$$

$$\beta_3^{(j)} = \omega \sqrt{\tilde{\rho}^{(j)} / \tilde{\omega}_{3333}^{(j)}}, \ \beta_4^{(j)} = -\beta_1^{(j)}, \tag{2.4}$$

$$\beta_5^{(j)} = -\beta_2^{(j)}, \ \beta_6^{(j)} = -\beta_3^{(j)}.$$

Từ hệ (2.2) ta thấy rằng ứng với các giá trị $\beta_1^{(j)}$, $\beta_4^{(j)}$ thì $C_{1,4}^{(j)}$ tùy ý khác không, còn $C_{2,5}^{(j)} = C_{3,6}^{(j)} = 0$. Ứng với $\beta_2^{(j)}$, $\beta_5^{(j)}$ thì $C_{2,5}^{(j)}$ tùy ý khác không, $C_{1,4}^{(j)} = C_{3,6}^{(j)} = 0$. Ứng với $\beta_3^{(j)}$, $\beta_6^{(j)}$ thì $C_{3,6}^{(j)}$ tùy ý khác không, $C_{1,4}^{(j)} = C_{2,5}^{(j)} = 0$.

Điều đó có nghĩa là trong môi trường tồn tại ba loại sóng độc lập với nhau:

— Sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_1Z_3:

$$U_2^{(j)} \equiv U_3^{(j)} \equiv \tilde{P}_2^{(j)} \equiv \tilde{P}_3^{(j)} \equiv 0, \tag{2.5}$$

$$U_1^{(j)} = \widehat{U}_1^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau), \quad \tilde{P}_1^{(j)} = \widehat{P}_1^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau),$$

$$\widehat{U}_1^{(j)}(z_3) = [A_1^{(j)} \exp(i\beta_1^{(j)} Z_3) - B_1^{(j)} \exp(-i\beta_1^{(j)} Z_3)] \exp(-iKZ_3),$$

$$\widehat{P}_1^{(j)}(z_3) = \tilde{\omega}_{3113}^{(j)} \beta_1^{(j)} [A_1^{(j)} \exp(i\beta_1^{(j)} Z_3) + B_1^{(j)} \exp(-i\beta_1^{(j)} Z_3)]\, i \exp(-iKZ_3).$$

— Sóng phân cực trong mặt phẳng OZ_2Z_3;

$$U_1^{(j)} \equiv U_3^{(j)} \equiv \tilde{P}_1^{(j)} \equiv \tilde{P}_3^{(j)} \equiv 0, \tag{2.6}$$

$$U_2^{(j)} = \widehat{U}_2^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau), \quad \tilde{P}_2^{(j)} = \widehat{P}_2^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau),$$

$$\widehat{U}_2^{(j)}(Z_3) = [A_2^{(j)} \exp(i\beta_2^{(j)} Z_3) - B_2^{(j)} \exp(-i\beta_2^{(j)} Z_3) \exp(-iKZ_3),$$

$$\widehat{P}_2^{(j)}(Z_3) = \tilde{\omega}_{3223}^{(j)} \beta_2^{(j)} [A_2^{(j)} \exp(i\beta_2^{(j)} Z_3) + B_2^{(j)} \exp(-i\beta_2^{(j)} Z_3)]\, i \exp(-iKZ_3).$$

— Sóng dọc:

$$U_1^{(j)} \equiv U_2^{(j)} \equiv \tilde{P}_1^{(j)} \equiv \tilde{P}_2^{(j)} \equiv 0, \tag{2.7}$$

$$U_3^{(j)} = \widehat{U}_3^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau), \quad \tilde{P}_3^{(j)} = \widehat{P}_3^{(j)} \exp i(KZ_3 - \omega\tau),$$

$$\widehat{U}_3^{(j)}(Z_3) = [A_3^{(j)} \exp(i\beta_3^{(j)} Z_3) - B_3^{(j)} \exp(-i\beta_3^{(j)} Z_3)] \exp(-iKZ_3),$$

$$\widehat{P}_3^{(j)}(Z_3) = \tilde{\omega}_{3333}^{(j)} \beta_3^{(j)} [A_3^{(j)} \exp(i\beta_3^{(j)} Z_3) + B_3^{(j)} \exp(-i\beta_3^{(j)} Z_3)]\, i \exp(-iKZ_3).$$

Do vậy ta nghiên cứu từng loại sóng một cho đơn giản. Để tiện cho việc trình bày về sau ta đã đặt:

$$C_1^{(j)} = A_1^{(j)}, \quad C_4^{(j)} = B_1^{(j)}, \quad C_2^{(j)} = A_2^{(j)}, \quad C_5^{(j)} = B_2^{(j)}, \quad C_3^{(j)} = A_3^{(j)}, \quad C_6^{(j)} = B_3^{(j)}.$$

I — SÓNG PHÂN CỰC TRONG MẶT PHẲNG OZ_1Z_3:

Từ điều kiện liên tục giữa các mặt phân chia các lớp

$$U_1^{(j)}(h_*^{(j)}) = U_1^{(j+1)}(h_*^{(j)}), \quad \tilde{P}_1^{(j)}(h_*^{(j)}) = \tilde{P}_1^{(j+1)}(h_*^{(j)}), \tag{2.8}$$

$$(h_*^{(j)} = \tilde{h}^{(1)} + \ldots + \tilde{h}^{(j)}, \; j = \overline{1, N-1})$$

và điều kiện tuần hoàn của biên độ (xem [6]):

$$\widetilde{U}_1^{(N)}(\widetilde{h}) = \widehat{U}_1^{(1)}(o), \widehat{P}_1^{(N)}(\widetilde{h}) = \widehat{P}_1^{(1)}(o), \tag{2.9}$$

ta thu được hệ phương trình sau để xác định các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$:

$$\begin{aligned} &M[a_1^{(1)}, o]\vec{X}_1^{(1)} = M[a_1^{(2)}, \theta_1^{(2)}]\vec{X}_1^{(2)},\\ &M[a_1^{(2)}, o]\vec{X}_1^{(2)} = M[a_1^{(3)}, \theta_1^{(3)}]\vec{X}_1^{(3)},\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ &M[a_1^{(N-1)}, o]\vec{X}_1^{(N-1)} = M[a_1^{(N)}, \theta_1^{(N)}]\vec{X}_1^{(N)},\\ &M[a_1^{(N)}, o]\vec{X}_1^{(N)} = M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}]\vec{X}_1^{(1)} \cdot \exp iK\widetilde{h}. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Ở đây ta sử dụng các ký hiệu sau:

$$\vec{X}_1^{(j)} = \left\| \begin{matrix} A_1^{(j)} \exp(i\beta_1^{(j)} h_*^{(j)}) \\ B_1^{(j)} \exp(-i\beta_1^{(j)} h_*^{(j)}) \end{matrix} \right\| \tag{2.11}$$

$$M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}] = \left\| \begin{matrix} \exp(-i\theta_1^{(j)}) & -\exp(i\theta_1^{(j)}) \\ a_1^{(j)}\exp(-i\theta_1^{(j)}) & a_1^{(j)}\exp(i\theta_1^{(j)}) \end{matrix} \right\| \tag{2.12}$$

$$\theta_1^{(j)} = \widetilde{h}^{(j)}\beta_1^{(j)}, \quad a_1^{(j)} = \widetilde{\omega}_{3113}^{(j)}\beta_1^{(j)}. \tag{2.13}$$

Ký hiệu $\|\dots\|$ biểu thị ma trận.
Từ hệ (2.10) ta có:

$$\| \exp iK\widetilde{h}\, M_1^{(N)} M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}] - M[a_1^{(1)}, o] \| \vec{X}_1^{(1)} = 0, \tag{2.14}$$

trong đó:

$$M_1^{(j)} = M[a_1^{(2)}, \theta_1^{(2)}] \cdot M^{-1}[a_1^{(2)}, o] \dots M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}] \cdot M^{-1}[a_1^{(j)}, o], \ j = \overline{2, N} \tag{2.15}$$

Do $\vec{X}_1^{(1)} \neq 0$, nên từ (2.14) ta có:

$$\det \| \exp(iK\widetilde{h})\, M_1^{(N)} M[a_1^{(1)}, \theta_1^{(1)}] - M[a_1^{(1)}, o] \| = 0. \tag{2.16}$$

Đó chính là phương trình tán sắc cho phép xác định tốc độ truyền sóng.
Từ hệ (2.10) ta có:

$$\vec{X}_1^{(j)} = M^{-1}[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}] \cdot (M_1^{(j-1)})^{-1} \cdot M[a_1^{(1)}, o]\vec{X}_1^{(1)}, \ (j = \overline{2, N}). \tag{2.17}$$

Sử dụng (2.12), từ (2.17) ta sẽ xác định được các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$.

TRƯỜNG HỢP XẤP XỈ SÓNG DÀI.

Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài, tức là khi $\widetilde{h}^{(j)} \ll \lambda$, $\forall j = \overline{1, N}$ (λ là bước sóng) (2.17) sẽ có dạng cụ thể, và đặc biệt từ (2.16) ta sẽ tìm được công thức tính vận tốc sóng.

Từ (2.4), (2.13), ta có:

$$\sin\theta_1^{(j)} \approx \theta_1^{(j)}, \ \cos\theta_1^{(j)} \approx 1. \tag{2.18}$$

Từ (2.12) ta suy ra:

$$M^{-1}[a_1^{(j)}, o] = \begin{Vmatrix} 1/2 & 1/2a_1^{(j)} \\ -1/2 & 1/2a_1^{(j)} \end{Vmatrix} \qquad (2.19)$$

Bỏ qua các đại lượng bé bậc cao, ta được:

$$M[a_1^{(j)}, \theta_1^{(j)}] \cdot M^{-1}[a_1^{(j)}, o] = \begin{Vmatrix} 1 & -i\,\theta_1^{(j)}/a_1^{(j)} \\ -i a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} & 1 \end{Vmatrix} \qquad (2.20)$$

Sử dụng phương pháp qui nạp, bỏ qua các đại lượng bé cấp hai ta chứng minh được công thức:

$$M_1^{(j)} = \begin{Vmatrix} 1 & -i\sum\limits_{k=2}^{j-1} \theta_1^{(k)}/a_1^{(k)} \\ -i\sum\limits_{k=2}^{j-1} a_1^{(k)}\theta_1^{(k)} & 1 \end{Vmatrix}, \quad (j = \overline{2,N}). \qquad (2.21)$$

Thay $M_1^{(N)}$ vào (2.16). Sau một số phép biến đổi đơn giản ta có:

$$k^2h^2 = \sum_{j=1}^{N} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} \cdot \sum_{j=1}^{N} \theta_1^{(j)}/a_1^{(j)} \qquad (2.22)$$

Chú ý tới (2.4) và (2.13), từ (2.22) ta thu được biểu thức của vận tốc truyền sóng.

$$C_1^2 = [\tilde{S}^{(1)}\tilde{\rho}^{(1)} + \dots + \tilde{S}^{(N)}\tilde{\rho}^{(N)}]^{-1}\left[\frac{\tilde{S}^{(1)}}{\tilde{\omega}_{3113}^{(1)}} + \dots + \frac{\tilde{S}^{(N)}}{\tilde{\omega}_{3113}^{(N)}}\right]^{-1}, \qquad (2.23)$$

trong đó $C_1 = \dfrac{\omega}{k}$ là vận tốc truyền sóng, $\tilde{S}^{(j)} = \tilde{h}^{(j)}/\tilde{h}$.

Khi cho $N = 3$ thì (2.23) trùng với (4.4) trong [5]

Thay (2.21) vào (2.17), sau những phép biến đổi đơn giản ta được.

$$\vec{X}_1^{(k)} = \begin{Vmatrix} \dfrac{1+i\theta_1^{(k)}}{2(1+\Sigma)}\left\{1 + \dfrac{1}{a_1^{(k)}}\sum\limits_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} + a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} + i\sum\limits_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} & \dots\dfrac{-(1+i\theta_1^{(k)})}{2(1+\Sigma)}\left\{1 + \dfrac{1}{a_1^{(k)}}\sum\limits_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} - a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} + i\sum\limits_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} \\ \dfrac{-(1-i\theta_1^{(k)})}{2(1+\Sigma)}\left\{1 - \dfrac{1}{a_1^{(k)}}\sum\limits_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} - a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} - i\sum\limits_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} & \dots\dfrac{1-i\theta_1^{(k)}}{2(1+\Sigma)}\left\{1 - \dfrac{1}{a_1^{(k)}}\sum\limits_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)}\theta_1^{(j)} + a_1^{(1)}\left[\dfrac{1}{a_1^{(k)}} - i\sum\limits_{j=2}^{k-1}\dfrac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}}\right]\right\} \end{Vmatrix}\vec{X}_1^{(1)}, \qquad (2.24)$$

trong đó
$$\sum = \sum_{j=2}^{k-1} a_1^{(j)} \theta_1^{(j)} \sum_{j=2}^{k-1} \frac{\theta_1^{(j)}}{a_1^{(j)}} . \qquad (2.25)$$

Công thức này cho phép ta tìm ra các hằng số $A_1^{(j)}$, $B_1^{(j)}$.

Đem các hằng số này thay vào (2.5) ta có được dạng cụ thể của nhiễu dịch chuyển và các yếu tố khác.

II — SÓNG PHÂN CỰC TRONG MẶT PHẲNG OZ_2Z_3

Ta tiến hành hoàn toàn tương tự đối với sóng (2.6) phân cực trong mặt phẳng **OZ_2Z_3**. Sau đây là các kết quả thu được:

— Phương trình tán sắc:

$$\det \| \exp(i\tilde{k}h) M_2^{(N)} M[a_2^{(1)}, \theta_2^{(1)}] - M[a_2^{(1)}, o] \| = 0 \qquad (2.26)$$

— Công thức biểu diễn các hằng số $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$:

$$\vec{X}_2^{(j)} = M^{-1}[a_2^{(j)}, \theta_2^{(j)}] \cdot (M_2^{(j-1)})^{-1} \cdot M[a_2^{(1)}, o] \vec{X}_2^{(1)}, \ (j = \overline{2, N}), \qquad (2.27)$$

— Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài:

Công thức tính vận tốc truyền sóng:

$$C_2^2 = [\tilde{S}^{(1)} \tilde{\rho}^{(1)} + \ldots + \tilde{S}^{(N)} \tilde{\rho}^{(N)}]^{-1} \left[\frac{\tilde{S}^{(1)}}{\tilde{\omega}_{3223}^{(1)}} + \ldots + \frac{\tilde{S}^{(N)}}{\tilde{\omega}_{3223}^{(N)}} \right]^{-1}, \qquad (2.28)$$

trong đó
$$C_2 = \frac{\omega}{K} .$$

Các ma trận $X_2^{(j)}$, $M_2^{(j)}$, $M[a_2^{(j)}, \theta_2^{(j)}]$ và các đại lượng $a_2^{(j)}$, $\theta_2^{(j)}$ vẫn có dạng (2.11) (2.15), (2.12, (2.13) trong đó $\beta_1^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3113}^{(j)}$ được thay bởi $\beta_2^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3223}^{(j)}$

Các hằng số $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$ cũng được xác định bởi công thức (2.24) trong đó $\beta_1^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3113}^{(j)}$ được thay bởi $\beta_2^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3223}^{(j)}$

III — SÓNG DỌC

Làm tương tự đối với sóng dọc, ta cũng có (2.26), (2.27), (2.28), (2.24) trong đó $\beta_2^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3223}^{(j)}$ được thay bởi $\beta_3^{(j)}$, $\tilde{\omega}_{3333}^{(j)}$, C_2^2 thay bởi C_3^2. Chú ý rằng do (2.16) nên từ (2.14) $A_1^{(1)}$ sẽ phụ thuộc vào $B_1^{(1)}$ cho nên các hằng số $B_1^{(j)}$, $A_1^{(j)}$ sẽ chỉ phụ thuộc vào một hằng số tùy ý khác không. Đối với các hằng số $A_2^{(j)}$, $B_2^{(j)}$, $A_3^{(j)}$, $B_3^{(j)}$ ta cũng có nhận xét tương tự. Như vậy ta đã khảo sát xong ba loại sóng.

§ 3. KẾT LUẬN

Như vậy khi vecto sóng $\vec{K}$ vuông góc với lớp thì trong môi trường phân lớp tuần hoàn tồn tại 3 loại sóng độc lập với nhau: hai sóng ngang, một sóng dọc. Các công thức s.23) và (2.28) chứng tỏ rằng trong trường hợp xấp xỉ sóng dài, các sóng trên không tán sắc. Khi cho N = 3, từ các công thức (2.23), (2.28) ta thu được các kết quả trong [6]. Đồng thời các công thức đó cũng cho thấy sự ảnh hưởng của ứng suất trước lên vận tốc truyền sóng trong trường hợp xấp xỉ sóng dài.

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 10/1/1984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ГУЗБ А. Н., ЛЕ МИНБ КХАНБ. Распространение волн в композитных слоистых материалах с большими начальными деформациями. Прикладная механика, Киев, N°. 1, 1976.
. ГУЗБ А. Н. Устойливоть упругих тел при конечных дефрмациях, Наукова думка, Киев, 1973.
3. ЛЕ МИНБ КХАНБ. Распространение волн в слоистых сжимаемых материалах с начальными деФормациями. Прикладная механика, Киев, N°.9, 1977.
4. LE MINH KHANH. Truyền sóng đàn hồi trong vật liệu nén được phân lớp tuần hoàn có biến dạng trước thuần nhất. Tạp chí Cơ học, số 1, 1981.
5. ЛЕ МИНБ КХАНБ. Волны, распространяюшихся под углом к слоям в слоистых сжимаемых материалах с начальными деФормациями. Прикладная механика, Киев N°7, 1979.
LE MINH KHANH. Propagation des ondes de FLOQUET dans un milieu élastique périodique avec déformations in initiales homogénes. Mécanique appliquée, Bucarest, N. 2, 1981.

RÉMUMÉ

ONDES SE PROPAGEANT PERPENDICULAIREMENT AUX COUCHES DANS UN MILIEU INFINI PÉRIODIQUE COMPRESSIBLE AVEC DÉFORMATIONS INITIALES.

Dans cet article on étudie les ondes de floquet se propageant perpendiculairement ux couches dans un milieu laminé en couches périodiques, chaque periode se compose N couches (N $\geqslant$ 2) de matériaux différents. On a donné des équations de diffraction et dans cas des ondes longues les vitesses de propagation de ces ondes.