SỰ PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ CỦA SÓNG SH ĐỐI VỚI LỚP CÓ BIẾN DẠNG BAN ĐẦU KHÔNG THUẦN NHẤT

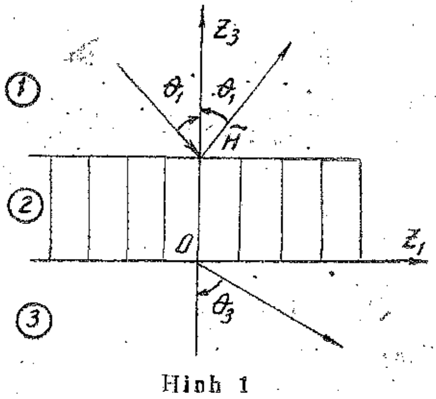
PHẠM CHÍ VĨNH

§1. MỞ ĐẦU

Các bài toán sóng trong môi trường đàn hồi không có ứng suất trước được nghiên cứu trong [1, 5, 6]. Trong môi trường có biến dạng ban đầu thuần nhất, chúng được nghiên cứu trong nhiều công trình, ví dụ [3, 4, 7, 8, 9]... Trong thực tế, biến dạng ban đầu của môi trường không phải bao giờ cũng tuân theo qui luật đơn giản như vậy, chúng có thể không thuần nhất. Do vậy, việc nghiên cứu các bài toán sóng trong môi trường đàn hồi có biến dạng ban đầu không thuần nhất là rất cần thiết. Trong bài báo này, chúng ta nghiên cứu bài toán về sự phản xạ và khúc xạ của sóng SH đối với lớp vật liệu có biến dạng ban đầu không thuần nhất theo một hướng. Việc tìm nghiệm chính xác của bài toán là rất khó khăn, do vậy ta sử dụng các phương pháp xấp xỉ để tìm nghiệm gần đúng của bài toán.

§2. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét môi trường vô hạn gồm một lớp vật liệu đặt giữa hai bán không gian (h.1). Ta phân biệt ba trạng thái của môi trường: trạng thái tự nhiên, trạng thái ban đầu và trạng thái tại thời điểm đang xét. Giả thiết trạng thái thời điểm đang xét khác rất ít trạng thái ban đầu. Khi đó nhiễu động là bé. Ta đưa vào hệ tọa độ Lagrăng ($X_1^{(j)}$, $X_2^{(j)}$, $X_3^{(j)}$) mà ở trạng thái tự nhiên nó trùng với các hệ tọa độ Đề-các vuông của hai bán không gian và lớp ($J = 1, 3$ ứng với bán không gian trên và dưới, $J = 2$ ứng với lớp). Ở trạng thái ban đầu, ta sử dụng hệ tọa độ Đề-các vuông góc $OZ_1Z_2Z_3$ chung cho cả môi trường, trong đó mặt phẳng OZ_1Z_2 trùng với mặt phẳng dưới của lớp (chú ý rằng các trục $x_3^{(j)}$ vuông góc với lớp).



Hình 1

Giả sử biến dạng ban đầu của hai bán không gian là thuần nhất, còn biến dạng ban đầu của lớp là không thuần nhất theo hướng OZ_3, tức là:

$$u_m^{o(j)} = \delta_{mk}(\lambda_m^{(j)} - 1)X_k^{(j)}, \quad (m = 1, 2, 3;\ j = 1, 3) \tag{2.1}$$

$$u_m^{o(2)} = \delta_{mk}(\lambda_m^{o(2)} - 1)X_k^{(2)} \ (m = 1, 2), \quad u_3^{o(2)} = f(X_3^{(2)}) - X_3^{(2)}, \tag{2.2}$$

trong đó: $f \in C^1_{[OH]}$, $f'(X_3^{(2)}) \neq 0 \ \forall X_3^{(2)} \in [O,H]$, $f(0) = 0$. (2.3)

(H là độ dày của lớp ở trạng thái tự nhiên).

Từ (2.1), (2.2) suy ra:

$$Z_m = \lambda_m^{(j)} X_m^{(j)} \text{ (không cộng theo m, } m = 1, 2;\ j = 1, 2, 3),$$

$$\begin{aligned} Z_3 &= \lambda_3^{(1)} X_3^{(1)} + f(H), \quad X_3^{(1)} \geqslant 0; \\ Z_3 &= \lambda_3^{(3)} X_3^{(3)}, \qquad X_3^{(3)} \leqslant 0; \\ Z_3 &= f(X_3^{(2)}), \ 0 \leqslant X_3^{(2)} \leqslant H. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Gọi $\widetilde{H}$ là độ dày của lớp ở trạng thái ban đầu, từ (2.2), (2.3) suy ra: $\widetilde{H} = f(H)$.

Giả sử môi trường là nén được, khi đó phương trình cơ bản của nhiễu chuyển dịch của sóng SH trong hệ $(X_1^{(j)}, X_2^{(j)}, X_3^{(j)})$ là (xem [2]):

$$(\omega_{1221}^{(j)} u_{2,1}^{(j)})_{,1} + (\omega_{3223}^{(j)} u_{2,3}^{(j)})_{,3} = \rho^{(j)} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \tag{2.5}$$

trong đó $\omega_{1221}^{(j)}$, $\omega_{3223}^{(j)}$ được xác định bởi (II.33) trong [3]. Dễ dàng chứng minh rằng $\omega_{1221}^{(j)} = \text{const}^{(j)}$, $\omega_{3223}^{(j)} = \text{const}^{(j)}$ với $j = 1, 3$, còn $\omega_{1221}^{(2)}$, $\omega_{3223}^{(2)}$ là các hàm của $X_3^{(2)}$. Chuyển sang hệ $0Z_1Z_2Z_3$ phương trình (2.5) có dạng:

$$\widetilde{\omega}_{1221}^{(j)} \frac{\partial^2 u_2^{(j)}}{\partial Z_1^2} + \frac{\partial}{\partial Z_3}\left(\widetilde{\omega}_{3223}^{(j)} \frac{\partial u_2^{(j)}}{\partial Z_3}\right) = \widetilde{\rho}^{(j)} \frac{\partial^2 u_2^{(j)}}{\partial t^2} \tag{2.6}$$

trong đó:

$$\widetilde{\omega}_{1221}^{(j)} = \frac{\lambda_1^{(j)} \omega_{1221}^{(j)}}{\lambda_2^{(j)} \lambda_3^{(j)}}, \quad \widetilde{\omega}_{3223}^{(j)} = \frac{\lambda_3^{(j)} \omega_{3223}^{(j)}}{\lambda_1^{(j)} \lambda_2^{(j)}}, \quad \widetilde{\rho}^{(j)} = \frac{\rho^{(j)}}{\lambda_1^{(j)} \lambda_2^{(j)} \lambda_3^{(j)}}, \ \lambda_3^{(2)} = f'(X_3^{(2)}). \tag{2.7}$$

Do (2.3) nên có tồn tại hàm ngược $X_3^{(2)} = f^{-1}(Z_3) \in C^1_{[O,\widetilde{H}]}$, cho nên các hệ số của (2.6) là các hàm phụ thuộc liên tục vào Z_3 trên $[O, \widetilde{H}]$. Ta cũng giả thiết thêm:

$$\widetilde{\omega}_{3223}^{(2)} \neq 0 \ \forall z_3 \in [O, \widetilde{H}].$$

Tại trọng trên mặt $Z_3 = \text{const}$ có dạng (xem (II.27) trong [3]):

$$\widetilde{P}_2^{(j)} = \widetilde{\omega}_{3223}^{(j)} \frac{\partial u_2^{(j)}}{\partial Z_3} \tag{2.8}$$

Giả sử tại bán không gian trên cho sóng tới SH có biên độ đơn vị:

$$u_{2T}^{(1)} = \exp i(K_1 Z_1 \sin\theta_1 - K_1 Z_3 \cos\theta_1), \tag{2.9}$$

trong đó: θ_1 — góc tới, $K_1 = \omega / C_{s1}$, $C_{s1} = [\widetilde{\omega}_{1222}^{(1)} / \widetilde{\rho}^{(1)}]^{1/2}$, ω là tần số sóng. Khi đó sóng phản xạ và khúc xạ có dạng:

$$\begin{aligned} u_{2p}^{(1)} &= C \cdot \exp i (K_1 Z_1 \sin\theta_1 + K_1 Z_3 \cos\theta_1), \\ u_{2k}^{(3)} &= W \cdot \exp i (K_3 Z_1 \sin\theta_3 - K_3 Z_3 \cos\theta_3), \end{aligned} \tag{2.10}$$

trong đó θ_3 — góc khúc xạ, $K_1 \sin\theta_1 = K_3 \sin\theta_3 = \xi$. Ở đây, để đơn giản cách viết ta bỏ qua nhân tử $\exp(-i\omega t)$.

Ta phải tính các hệ số phản xạ và khúc xạ C, W. Muốn vậy ta tìm nghiệm của (2.6) trên $[O, \tilde{H}]$ với điều kiện liên tục tại $Z_3 = 0$ và $Z_3 = \tilde{H}$;

$$u_2^{(2)}(0) = u_{2k}^{(3)}(0), \ \tilde{P}_2^{(2)}(0) = \tilde{P}_{2k}^{(3)}(o),$$

$$u_2^{(2)}(\tilde{H}) = u_{2T}^{(1)}(\tilde{H}) + u_{2p}^{(1)}(\tilde{H}), \ \tilde{P}_2^{(2)}(\tilde{H}) = \tilde{P}_{2T}^{(1)}(\tilde{H}) + \tilde{P}_{2p}^{(1)}(\tilde{H}). \qquad (2.11)$$

§ 3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ta tìm nghiệm của (2.6) dưới dạng : $u_2^{(2)} = \widehat{u}(Z_3)\exp i\xi Z_1$ (3.1)

Đặt (3.1) vào (2.6) ta có :

$$\frac{d}{dZ_3}\left[\tilde{\omega}_{3223}^{(2)}\frac{d\widehat{u}}{dZ_3}\right] + [\tilde{\rho}^{(2)}\omega^2 - \tilde{\omega}_{1221}^{(2)}\xi^2]\widehat{u} = 0 \qquad (3.2)$$

Từ điều kiện liên tục (2.11) suy ra;

$$\widehat{u}(0) = W, \ \frac{d\widehat{u}}{dZ_3}(0) = (-iK_{3z}\tilde{\omega}_{3223}^{(3)}W)/\tilde{\omega}_{3223}^{(2)}(0),$$

$$\tilde{u}(\tilde{H}) = \exp(-iK_{1z}\tilde{H}) + C \, . \exp(iK_{1z}\tilde{H}), \qquad (3.3)$$

$$\frac{d\widehat{u}}{dZ_3}(\tilde{H}) = (-iK_{1z}\tilde{\omega}_{3223}^{(1)} / \tilde{\omega}_{3223}^{(2)}(\tilde{H}))[\exp(-iK_{1z}\tilde{H}) - C \, . \exp(iK_{1z}\tilde{H})],$$

trong đó: $K_{jz} = K_j\cos\theta_j$ ($j = 1,3$). Như vậy, để tìm C, W ta phải giải (3.2) với điều kiện biên (3.3). Đặt $y_1(Z_3) = \tilde{\omega}_{3223}^{(2)}\dfrac{d\widehat{u}}{dZ_3}$, $Y_2(Z_3) = \widehat{u}$, khi đó từ (3.2) ta có hệ phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất sau:

$$\frac{dY(Z_3)}{dZ_3} = A(Z_3)\,Y(Z_3) \qquad (3.4)$$

trong đó:

$$A(Z_3) = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{\omega}_{1221}^{(2)}\xi^2 - \tilde{\rho}^{(2)}\omega^2 \\ \left\{\tilde{\omega}_{3223}^{(2)}\right\}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.5)$$

$$Y(Z_3) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, \ [\dots] \text{ biểu thị ma trận.}$$

Từ (3.3) suy ra:

$$Y(0) = \begin{bmatrix} -iK_{3z}\tilde{\omega}_{3223}^{(3)} \cdot W \\ W \end{bmatrix}, \ Y(\tilde{H}) = \begin{bmatrix} -iK_{1z}[\exp(-iK_{1z}\tilde{H}) - C, \exp(iK_{1z}\tilde{H}) \\ \exp(-iK_{1z}\tilde{H}) + C.\exp(iK_{1z}\tilde{H}) \end{bmatrix}. \qquad (3.6)$$

Như vậy, để giải bài toán, ta phải giải hệ (3.4) với điều kiện biên (3.6). Việc tìm nghiệm chính xác của hệ (3.4), (3.6) là rất khó khăn, chỉ có thể thực hiện được trong một số rất ít trường hợp đặc biệt của ma trận $A(Z_3)$. Do vậy ta đi tìm nghiệm gần đúng của nó.

Chia $[0, \tilde{H}]$ thành N đoạn bằng nhau có độ dài $\delta = \tilde{H}/N$ bởi các điểm chia $Z_3^{(n)}$ $(n = \overline{1, N+1}; Z_3^{(1)} = 0, Z_3^{(N+1)} = \tilde{H})$. Sau đó ta tìm nghiệm liên tục của hệ sau:

$$\frac{d\tilde{Y}(Z_3)}{dZ_3} = A(Z_3^{(n)})\tilde{Y} = \tilde{A}_n . \tilde{Y} \quad (n = \overline{1, N}) \tag{3.7}$$

với điều kiện biên dạng (3.6) thay (Y, C, W bằng $\tilde{Y}, \tilde{C}, \tilde{W}$). Ở đây $A(Z_3^{(n)}) = \tilde{A}_n = const^{(n)}$

với $Z_3^{(n)} \leqslant Z_3 \leqslant Z_3^{(n+1)}$ $(n = \overline{1, N})$. (3.8).

Nếu ta chứng minh được rằng: $\lim\limits_{\delta \to 0} \tilde{Y} = Y$, $\lim\limits_{\delta \to 0} \tilde{C} = C$, $\lim\limits_{\delta \to 0} \tilde{W} = W$ thì $\tilde{Y}$ là nghiệm xấp xỉ Y và $\tilde{C}, \tilde{W}$ là các giá trị gần đúng cần tìm của C, W.

Để tìm $\tilde{Y}$, trước hết ta tìm ma trận nghiệm cơ bản, liên tục $\tilde{F}(Z_3)$ của hệ (3.7) với điều kiện: $F(0) = E$ (E — ma trận đơn vị cấp hai). Sau một số tính toán ta có:

$$\tilde{F}(Z_3) = e^{(z_3 - z_3^{(n)})\,\delta\tilde{A}_n} . e^{\delta\tilde{A}_{n-1}} \ldots e^{\delta\tilde{A}_1} \text{ với } Z_3^{(n)} \leqslant Z_3 \leqslant Z_3^{(n+1)} \; (n = \overline{1, N}). \tag{3.9}$$

Áp dụng công thức: $e^A = E + \frac{A}{1!} + \ldots + \frac{A^k}{k!} + \ldots$ dễ dàng chứng minh được các công thức sau:

$$e^{\delta\tilde{A}_n} = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & \sin\theta_n/a_n \\ -a_n\sin\theta_n & \cos\theta_n \end{bmatrix} \text{ trong đó :} \tag{3.10}$$

$$\theta_n = \delta . \beta_n, \; \beta_n = [(\tilde{\rho}^{(2)}(Z_3^{(n)})\omega^2 - \tilde{\omega}^{(2)}_{1221}(Z_3^{(n)})\xi^2)/\tilde{\omega}^{(2)}_{3223}(Z_3^{(n)})]^{1/2},$$

$a_n = -\left[\tilde{\omega}^{(2)}_{3223}(Z_3^{(n)})\beta_n\right]^{-1}$. Ma trận $e^{(Z_3 - Z_3^{(n)})\tilde{A}_n}$ có dạng (3.10) trong đó θ_n được thay bởi $\theta_n^* = (Z_3 - Z_3^{(n)})\,\delta$.

$$\text{Đặt } e^{\delta . \tilde{A}_n} . e^{\delta\tilde{A}_{n-1}} \ldots e^{\delta\tilde{A}_1} = H^{(n)} = \begin{bmatrix} H_{11}^{(n)} & H_{12}^{(n)} \\ H_{21}^{(n)} & H_{22}^{(n)} \end{bmatrix}$$

bằng phép chứng minh quy nạp, ta chứng minh được rằng:

a) Nếu $n = 2m$ (n — số chẵn) thì:

$$H_{11}^{(n)} = \prod_{i=1}^{2m}\cos\theta_i + (i)^2 \sum_{i_1 < i_2}^{C_{2m}^2} \frac{a_{i_1}}{a_{i_2}} \sin\theta_{i_1}\sin\theta_{i_2} \prod_{i \neq i_k} \cos\theta_i + \ldots$$

$$+ (i)^{2m} \frac{a_1 . a_3 \ldots a_{2m-1}}{a_2 . a_4 \ldots a_{2m}} \sin\theta_1 \ldots \sin\theta_{2m},$$

$$H_{12}^{(n)} = -(i)^2 \sum_{i=1}^{C_{2m}^1} \frac{\sin\theta_i}{a_i} \prod_{k \neq i} \cos\theta_k - \ldots$$

$$-(i)^{2m}\sum_{i_1<\ldots<i_{2m-1}}^{C_{2m}^{2m-1}}\left\{\frac{a_{i_2}\ldots a_{i_{2m-2}}}{a_{i_1}\ldots a_{i_{2m-1}}}\sin\theta_{i_1}\ldots\sin\theta_{i_{2m-1}}\prod_{k\neq i_j}\cos\theta_k\right\}$$

$$H_{21}^{(n)}=(i)^2\sum_{i=1}^{C_{2m}^{1}}a_i\sin\theta_i\prod_{k\neq i}\cos\theta_k+\ldots$$

$$+(i)^{2m}\sum_{i_1<\ldots<i_{2m-1}}^{C_{2m}^{2m-1}}\frac{a_{i_1}\ldots a_{i_{2m-1}}}{a_{i_2}\ldots a_{i_{2m-2}}}\sin\theta_{i_1}\ldots\sin\theta_{i_{2m-1}}\prod_{k\neq i_j}\cos\theta_k,$$

$$H_{22}^{(n)}=\prod_{i=1}^{2m}\cos\theta_i+(i)^2\sum_{i_1<i_2}^{C_{2m}^{2}}\frac{a_{i_2}}{a_{i_1}}\sin\theta_{i_1}\sin\theta_{i_2}\prod_{i\neq i_j}\cos\theta_i+\ldots$$

$$+(i)^{2m}\frac{a_2.a_4\ldots a_{2m}}{a_1.a_3\ldots a_{2m-1}}\sin\theta_1\ldots\sin\theta_{2m}\ (i,j\in\{1,2,\ldots,2m\}). \quad (3.11)$$

b) Khi $n=2m+1$ (n – lẻ), ta có các công thức tương tự.

Từ (3.9) ta có:

$$\tilde{f}_{11}(Z_3)=H_{11}^{(n-1)}\cos\theta_n^*+H_{21}^{(n-1)}\sin\theta_n^*/a_n,$$

$$\tilde{f}_{12}(Z_3)=H_{12}^{(n-1)}\cos\theta_n^*+H_{22}^{(n-1)}\sin\theta_n^*/a_n$$

$$\tilde{f}_{21}(Z_3)=H_{21}^{(n-1)}\cos\theta_n^*-H_{11}^{(n-1)}a_n\sin\theta_n^*, \quad (3.12)$$

$$\tilde{f}_{22}(Z_3)=H_{22}^{(n-1)}\cos\theta_n^*-H_{12}^{(n-1)}a_n\sin\theta_n^*\ \text{với}\ Z_3^{(n)}\leqslant z_3\leqslant Z_3^{(n+1)}\ (n=\overline{1,N})$$

Ở đây $\tilde{f}_{ij}(Z_3)$ là các phần tử của ma trận $\tilde{F}(Z_3)$.

Do vậy:

$$\tilde{Y}(Z_3)=\begin{bmatrix}\tilde{A}\tilde{f}_{11}+\tilde{B}\tilde{f}_{12}\\ \tilde{A}\tilde{f}_{21}+\tilde{B}\tilde{f}_{22}\end{bmatrix} \quad (3.13)$$

, $\tilde{B}$ là các hằng số xác định từ điều kiện (3.6). Đặt (3.12), (3.13) vào (3.6) ta có:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & iK_{3z}\tilde{\omega}_{3223}^{(3)} & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ H_{11}^{(N)} & H_{12}^{(N)} & 0 & -iK_{1z}\tilde{\omega}_{3223}^{(1)}\exp(iK_{1z}\tilde{H})\\ H_{21}^{(N)} & H_{22}^{(N)} & 0 & -\exp(iK_{1z}\tilde{H})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{A}\\ \tilde{B}\\ \tilde{W}\\ \tilde{C}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ -iK_{1z}\tilde{\omega}_{3223}^{(1)}\exp(-iK_{1z}\tilde{H})\\ \exp(-iK_{1z}\tilde{H})\end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Giải hệ (3.14) ta có:

$$\tilde{C}=\exp(-2iK_{1z}\tilde{H})[\tilde{Z}_1+\tilde{Z}_2][\tilde{Z}_1-\tilde{Z}_2]^{-1}, \quad (3.15)$$

$$\tilde{W}=2iK_{1z}\tilde{\omega}_{3223}^{(1)}\exp(-iK_{1z}\tilde{H})[\tilde{Z}_1-\tilde{Z}_2]^{-1}, \quad (3.16)$$

$$\tilde{Z}_1=iK_{1z}\tilde{\omega}_{3223}^{(1)}[H_{22}^{(N)}-iK_{3z}\tilde{\omega}_{3223}^{(3)}H_{21}^{(N)}],\ \tilde{Z}_2=H_{12}^{(N)}-iK_{3z}\tilde{\omega}_{3223}^{(3)}H_{11}^{(N)}. \quad (3.17)$$

Bây giờ ta chứng minh $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{Y} = Y$, $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{C} = C$, $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{W} = W$. (3.18)

Gọi $F(Z_3)$ là ma trận nghiệm cơ bản của hệ (3.4)

$(F(0) = E)$, theo định lý về sự phụ thuộc liên tục của nghiệm một hệ phương trình vi phân vào vế phải ta có: $\lim\limits_{\delta\to 0}\|\tilde{F} - E\| = 0$ (3.19)

Giả sử $f_{ij}(Z_3)$ là các phần tử của F, từ (3.19) suy ra:

$$\lim_{\delta\to 0}\tilde{f}_{ij}(Z_3) = f_{ij}(Z_3) \tag{3.20}$$

và sự hội tụ ở đây là đều. Đặt vào (3.6) biểu thức:

$$Y(Z_3) = \begin{bmatrix} Af_{11} + Bf_{12} \\ Af_{21} + Bf_{22} \end{bmatrix} \text{(A, B là các hằng số).} \tag{3.21}$$

Ta thu được hệ phương trình

$$D \cdot \Gamma = \Gamma_o, \tag{3.22}$$

trong đó

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A \\ B \\ W \\ C \end{bmatrix}, \Gamma_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -iK_{1z}\tilde{\omega}^{(1)}_{3223}\exp(-iK_{1z}\tilde{H}) \\ \exp(-iK_{1z}\tilde{H}) \end{bmatrix}, \tag{3.23}$$

còn D có dạng ma trận D_o của hệ (3.14) trong đó $H^{(N)}_{ij}$ thay bởi $\tilde{f}_{ij}(\tilde{H})$. Do $H^{(N)}_{ij} = \tilde{f}_{ij}(\tilde{H})$ nên theo (3,20) ma trận D_o sẽ hội tụ tới ma trận D khi $\delta \to 0$.

Mặt khác, Γ_o chính là ma trận tự do của hệ (3.14), cho nên: $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{A} = A$

$\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{B} = B$, $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{C} = C$, $\lim \tilde{W} = W$, $\lim\limits_{\delta\to 0}\tilde{Y} = Y$ (Đpcm).

MỘT VÀI TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT

I. Biến dạng ban đầu của lớp là thuần nhất.

Khi đó $\tilde{\omega}^{(2)}_{i22i}$ $(i = 1, 3)$, $\tilde{\rho}^{(2)}$ là các hằng số. Sử dụng (3.11) ta chứng minh được rằng:

$$\lim_{\delta\to 0} H^{(N)}_{11} = \cos\beta_2\tilde{H},\ \lim_{\delta\to 0} H^{(N)}_{12} = -\tilde{\omega}^{(2)}_{3223}\beta_2\sin\beta_2\tilde{H},$$

$$\lim_{\delta\to 0} H^{(N)}_{21} = \sin\beta_2\tilde{H}/\tilde{\omega}^{(2)}_{3223}\beta_2,\ \lim_{\delta\to 0} H^{(N)}_{22} = \cos\beta_2\tilde{H}, \tag{3.24}$$

trong đó $\beta_2 = [(\tilde{\rho}^{(2)}\omega^2 - \tilde{\omega}^{(2)}_{1221}\xi^2)/\tilde{\omega}^{(2)}_{3223}]^{1/2}$.

Khi đó các giá trị chính xác C, W được tính theo (3.15), (3.16) trong đó $H^{(N)}_{ij}$ có dạng (3.24).

2. Môi trường không có biến dạng trước.

Khi đó $$\tilde{\omega}_{i22i}^{(j)} = \mu^{(j)}, \; \tilde{\rho}^{(j)} = \rho^{(j)} \; (j = \overline{1, 3}), \; \tilde{H} = H. \tag{3.25}$$

Đặt (3.25) vào (3.15), (3.16) ta sẽ thu được các công thức để tính hệ số phản xạ và khúc xạ của sóng SH đối với lớp vật liệu không có biến dạng trước. Nếu cho H = 0 trong các kết quả đó, ta sẽ thu được công thức (4.9) trong [5] (hệ số phản xạ và khúc xạ của sóng SH đối với biên phân chia của hai bán không gian không có ứng suất trước).

KẾT LUẬN

Như vậy, trong bài báo này chúng ta đã nghiên cứu bài toán về sự phản xạ và khúc xạ của sóng SH đối với lớp vật liệu có biến dạng ban đầu không thuần nhất theo một hướng (OZ_3). Ta đã tìm nghiệm xấp xỉ của bài toán, chứng minh được sự hội tụ của nghiệm xấp xỉ tới nghiệm chính xác. Bằng cách cho qua giới hạn các kết quả thu được, ta đã tìm được nghiệm chính xác trong các trường hợp : khi lớp vật liệu có biến dạng ban đầu thuần nhất hoặc cả môi trường không có biến dạng ban đầu.

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 16/12/1985

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. БРЕХОВСКИХ Л.М. Волны в слоистых средах. Изд. Наука, Москва, 1973.
2. ГУЗЬ А.Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. Наукова Думка, Киев, 1973.
3. ГУЗЬ А.Н., ЖУК А, П., МОХОРТ Ф.Г. Волны в слое с начальными напряжениями. Наукова Думка, Киев, 1976.
4. ГУЗЬ А.Н., ЛЕ МИНЬ КХАНЬ. Распространение волн в композитых слоистых материалах с большими начальными деформациями. ПМ, Т. XII, №1, Киев, 1976
5. ГРИНЧЕКО В.Т., МЕЛЕЩКО В.В. Гармонические колебания и волны в упруги. телах. Наукова Думка, Киев, 1981.
6. НОВАЦКИЙ В. Теория упругости. Мир, Москва, 1975.
7. LÊ MINH KHANH. Propagations des ondes de floquet dans un milieu elastique periodique avec deformations in initiales homogénes. Mecanique appliquée. Bucarest, №2, Tom26 1981.
8. PHẠM CHÍ VĨNH. Truyền sóng Floquet dọc lớp trong môi trường vô hạn, nén được, phân lớp tuần hoàn, mỗi chu kỳ gồm N lớp, biến dạng ban đầu thuần nhất. Thông báo khoa học Khoa toán cơ trường đại học Tổng hợp Hà Nội. 1983.
9. PHẠM CHÍ VĨNH. Truyền sóng Floquet vuông góc với lớp trong môi trường vô hạn nén được, phân lớp tuần hoàn, mỗi chu kỳ gồm N lớp vật liệu khác nhau ($N \geqslant 2$), biến dạng ban đầu thuần nhất. Tạp chí Cơ Học, số 1, 1985.

РЕЗЮМЕ

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ВОЛНЫ – SH ОТ СЛОЯ С НАЧАЛЬНЫМИ НЕОДНОРОДНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ

В этой статье рассмотрена задача о отражении и преломлении волны – SH от слоя с начальными неоднородными деформациями. Поскольку точное решение задачи найдено лишь для некоторых частных случаев, здесь предложен приближённый метод решений этой задачи. При переходе к пределу из полученных результатов, получено точное решение в случаях, когда в слое имеет место начальная однородная деформация или отсутствует начальная деформация.