

## SÓNG CẦU TRONG MÔI TRƯỜNG ĐÀN HỒI PHI TUYẾN VỚI BIẾN DẠNG BAN ĐẦU THUẦN NHẤT.

PHẠM THỊ OANH

Sóng cầu trong môi trường đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu đã được nghiên cứu nhiều, chẳng hạn trong [1, 2]. Trong bài này, ta xét sóng cầu trong môi trường đàn hồi phi tuyến có biến dạng ban đầu thuần nhất. Ta dùng phương pháp tugen tính hóa của ГY3B A.H. [3] và sử dụng các hệ thức cơ bản trong hệ tọa độ cong trực giao [4] để giải bài toán truyền sóng cầu trong không gian vô hạn với lỗ hồng hình cầu. Trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có biến dạng ban đầu, các kết quả nhận được trở về các kết quả nêu trong [1, 2].

### §1. MỘT VÀI HỆ THỨC CƠ BẢN CỦA BÀI TOÁN TUYẾN TÍNH HÓA TRONG HỆ TỌA ĐỘ CONG TRỰC GIAO [4]

Kích động của các thành phần của tenxơ biến dạng Grin:

$$2\gamma_{ij} = (\delta_j^m + \nabla_j U^{om}) \nabla_i U_m + (\delta_i^m + \nabla_i U^{om}) \nabla_j U_m. \quad (1.1)$$

Kích động của các bất biến đại số của tenxơ biến dạng Grin:

$$\begin{aligned} A_1 &= g^{kj} (\delta_j^m + \nabla_j U^{om}) \nabla_k U_m, \\ A_2 &= 2\gamma^{okj} (\delta_j^m + \nabla_j U^{om}) \nabla_k U_m, \\ A_3 &= 3\gamma_g^{okj} \gamma_g^{il} (\delta_j^m + \nabla_j U^{om}) \nabla_k U_m. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Phương trình chuyển động và điều kiện biên viết đối với kích động của tenxơ ứng suất Kiéc khốp

$$\nabla_{ii} t^{im} - \rho \ddot{U}^m = 0 \quad (1.3)$$

$$N_{ii} t^{im} |_{S_1} = P^m \quad (1.4)$$

trong đó  $t^{im}$  và  $U^m$ , tuân theo liên hệ vật lý

$$t^{im} = \omega^{im\alpha\beta} \nabla_\beta U_\alpha \quad (1.5)$$

ở đây

$$\omega^{im\alpha\beta} = (\delta_i^\alpha + \nabla_i U^{a\alpha}) (\delta_n^\beta + \nabla_n U^{om}) (a^{int^\beta} + b^{int^\beta}) + C^{im\alpha\beta}. \quad (1.6)$$

Trong (1.6) ta đã đưa ra các ký hiệu:

$$\begin{aligned} b^{int^\beta} &= \left[ (g^{i\beta} g^{tn} + g^{n\beta} g^{ti}) \frac{\partial}{\partial A_2^0} + \frac{3}{2} (g^{i\beta} g^{nr} g^{\beta s} g^{st} + g^{it\beta s} g^{rn} + \right. \\ &\quad \left. + g^{n\beta} g^{ts} g^{ri} + g^{nt} g^{\beta s} g^{ri}) \gamma_{rs}^0 \frac{\partial}{\partial A_3^0} \right] \Phi^0, \end{aligned}$$

$$a^{int^\beta} = \sum^{in} \sum^{i\beta} \Phi^0, \quad C^{im\alpha\beta} = g^{m\alpha} \sum^{i\beta} \Phi^0,$$

$$\sum^{in} = g^{in} \frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2g^{nr} g^{is} \gamma_{rs}^0 \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3g^{pi} g^{mr} g^{ns} \gamma_{pm}^0 \gamma_{rs}^0 \frac{\partial}{\partial A_3^0},$$

$\Phi^0$  là thế đàn hồi ứng với trạng thái ban đầu;  $\Phi^0 = \Phi(A_1^0, A_2^0, A_3^0)$

## §2. CÁC HỆ THỨC CƠ BẢN TRONG TỌA ĐỘ CẦU

Xét hệ tọa độ cầu  $(r, \theta, \varphi)$ . Các thành phần của tenxơ mêtric có dạng:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad g^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/r^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

trong hệ tọa độ này phương trình (1.3) có dạng:

$$t_{ij}^m + \frac{2}{r} t^{im} + \operatorname{ctg} \theta t^{2m} + \delta_2^m \left[ \frac{1}{r} (t^{12} + t^{21}) - \sin \theta \cos \theta t^{33} \right] + \delta_3^m \left[ \frac{1}{r} (t^{13} + t^{31}) + \operatorname{ctg} \theta (t^{23} + t^{32}) \right] - \delta_1^m (r t^{22} + r \sin^2 \theta t^{33}) - \rho \ddot{U}^m = 0 \quad (2.2)$$

Trong trường hợp bài toán có tính chất đối xứng cầu và biến dạng ban đầu là thuần nhất

$$U_r^0 = (\lambda_1 - 1)r, \quad U_\theta^0 = U_\varphi^0 = 0, \quad \lambda_1 = \text{const}, \quad (2.3)$$

thì (1.5) có dạng đơn giản sau đây:

$$t^{im} = \omega^{im11} U_{r,r} + U_r (\omega^{im22} r + \omega^{im33} r \sin^2 \theta). \quad (2.4)$$

Từ (2.3) ta xác định được các thành phần vật lý của  $\gamma_{ij}^0$  là:

$$\gamma_{rr}^0 = \gamma_{\varphi\varphi}^0 = \gamma_{\theta\theta}^0 = \frac{1}{2} (\lambda_1^2 - 1), \quad \gamma_{r\theta}^0 = \gamma_{\theta\varphi}^0 = \gamma_{\varphi r}^0 = 0. \quad (2.5)$$

và các bất biến đại số của tenxơ biến dạng trong trạng thái ban đầu là:

$$A_1^0 = \frac{3}{2} (\lambda_1^2 - 1), \quad A_2^0 = \frac{3}{4} (\lambda_1^2 - 1)^2, \quad A_3^0 = \frac{3}{8} (\lambda_1^2 - 1)^3 \quad (2.6)$$

Từ (1.6), (1.7) và (2.3), sau khi tính toán ta thu được kết quả:

$$\omega^{1111} = r^4 \omega^{2222} = r^4 \sin^4 \theta \omega^{3333} \equiv \alpha_{11}, \quad \omega^{imkk} = 0 \text{ với } m \neq i, \\ \omega^{1122} = \omega^{2211} = \frac{1}{r^2} \alpha_{21}, \quad \omega^{1133} = \omega^{3311} \equiv \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \alpha_{21}, \quad (2.7)$$

trong đó

$$\alpha_{11} = \lambda_1^2 \left[ \left( \frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2\gamma_{rr}^0 \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3\gamma_{rr}^{02} \frac{\partial}{\partial A_3^0} \right)^2 \Phi^0 + 2 \left( \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3\gamma_{rr}^0 \frac{\partial}{\partial A_3^0} \right) \Phi^0 \right] + \\ + \left( \frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2\gamma_{rr}^0 \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3\gamma_{rr}^{02} \frac{\partial}{\partial A_3^0} \right) \Phi^0, \\ \alpha_{21} = \lambda_1^2 \left( \frac{\partial}{\partial A_1^0} + 2\gamma_{rr}^0 \frac{\partial}{\partial A_2^0} + 3\gamma_{rr}^{02} \frac{\partial}{\partial A_3^0} \right) \Phi^0, \quad (2.8)$$

ở đây  $\gamma_{rr}^0$  xác định theo (2.5).

Từ (2.4), ta suy ra các thành phần vật lý của tenxơ ứng suất  $t^{ij}$ :

$$t_{rr} = \alpha_{11} u_{r,r} + 2\alpha_{21} \frac{u_r}{r}, \\ t_{\theta\theta} = t_{\varphi\varphi} = \alpha_{21} u_{r,r} + (\alpha_{11} + \alpha_{21}) \frac{u_r}{r}, \\ t_{r\theta} = t_{r\varphi} = t_{\theta\varphi} = t_{\varphi r} = t_{\theta r} = t_{\varphi \theta} = 0. \quad (2.9)$$

Trong trường hợp này, phương trình chuyển động (2.2) dẫn về dạng:

$$\frac{\partial t_{rr}}{\partial r} + \frac{2}{r}(t_{rr} - t_{\varphi\varphi}) = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

Thế (2.9) vào (2.10), ta thu được:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} u_r = \frac{\rho}{\alpha_{11}} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

Đối với bài toán đối xứng cần nói trên điều kiện biên được viết dưới dạng:

$$\alpha_{11} \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\alpha_{21} \frac{u_r}{r} \Big|_{r=r_0} = -q(t) \quad (2.12)$$

trong đó  $q(t)$  là hàm tùy ý biểu thị kích động của lực mặt.

Phương trình (2.11) và điều kiện biên (2.12) kết hợp với các điều kiện ban đầu cho phép ta giải bài toán động đối xứng cầu của môi trường đàn hồi có biến dạng ban đầu thuần nhất.

### § 3. SÓNG CẦU

Xét môi trường là không gian vô hạn với lỗ hổng hình cầu bán kính trong trạng thái ban đầu là  $R_0$ , cấu tạo từ vật liệu đàn hồi lý tưởng, nén được, thế biến dạng là tùy ý. Trạng thái biến dạng ban đầu thuần nhất và có tính chất đối xứng cầu. Giả sử kích động cũng có tính chất đối xứng cầu, khi đó trong môi trường sẽ xuất hiện sóng cầu và dịch chuyển có dạng:

$$\vec{u} = (u_r, 0, 0), \quad u_r = u_r(r, t),$$

u<sub>r</sub> được xác định từ hệ:

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} u_r = \frac{\rho}{\alpha_{11}} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}, \quad (3.1)$$

$$\alpha_{11} \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\alpha_{21} \frac{u_r}{r} \Big|_{r=R} = -q(t), \quad (3.2)$$

trong đó  $R$  là bán kính của lỗ hổng trong trạng thái tự nhiên,  $R = \lambda_1^{-1} R_0$ .

Hệ (3.1), (3.2) có dạng hoàn toàn trùng với dạng của hệ phương trình để giải bài toán đối xứng cầu trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu, chỉ sai khác ở các hệ số hằng số. Trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu đã được trình bày trong nhiều tài liệu, chẳng hạn trong [1, 2] cho các trường hợp  $q(t) = p_0 = \text{const}$  hay  $q(t) = p_0 e^{i\omega t}$  hoặc  $q(t) = q(t) H(t)$ .

Do đó việc giải bài toán Sóng cầu trong trường hợp đàn hồi tuyến tính hóa hoàn toàn tương tự như trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu. Nghiệm của bài toán tuyến tính hóa suy ra từ nghiệm của bài toán tuyến tính bằng cách thay đổi các hệ số hằng số. Vì vậy, ở đây ta chỉ cần tìm các hệ số  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{21}$ .

Sau đây ta sẽ tính  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{21}$  trong một vài trường hợp cụ thể của thế đàn hồi.

1. Trường hợp đàn hồi phi tuyến với thế Munnaghen

$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2 + \frac{1}{3} a A_1^3 + b A_1 A_2 + \frac{1}{3} c A_3, \quad (3.3)$$

$\lambda, \mu, a, b, c$  là các hằng số đàn hồi.

Sau khi tính toán ta đi đến kết quả:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \lambda (\lambda_1^2 + A_1^0) + 2\mu (\lambda_1^2 + \gamma_{rr}^0) + a (2\lambda_1^2 A_1^0 + A_1^{02}) + \\ &+ b [4\lambda_1^2 \gamma_{rr}^0 + A_2^0 + 2(\lambda_1^2 + \gamma_{rr}^0) A_1^0] + C (2\lambda_1^2 + \gamma_{rr}^0) \gamma_{rr}^0, \\ \alpha_{21} &= \lambda_1^2 (\lambda + 2aA_1^0 + 4b \gamma_{rr}^0). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Thay các giá trị của  $\gamma_{rr}^0$ ,  $A_1^0$ ,  $A_2^0$  từ (2.5), (2.6) vào các biểu thức trên ta thu được

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{1}{2} (5\lambda_1^2 - 3) \lambda + (3\lambda_1^2 - 1) \mu + \frac{3}{4} (\lambda_1^2 - 1) (7\lambda_1^2 - 3) a + \\ &+ \frac{1}{4} (\lambda_1^2 - 1) (29\lambda_1^2 - 9) b + \frac{1}{4} (\lambda_1^2 - 1) (5\lambda_1^2 - 1) C, \\ \alpha_{21} &= \lambda_1^2 \lambda + 3\lambda_1^2 (\lambda_1^2 - 1) a + 2\lambda_1^2 (\lambda_1^2 - 1) b. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nếu cho trước trạng thái biến dạng, ta hoàn toàn xác định được  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{21}$  theo (3.5). Trong trường hợp cho trạng thái ứng suất ban đầu thì ta cần phải xác định  $\lambda_{21}$ . Giả sử ta có trạng thái ứng suất ban đầu là:

$$\sigma_{rr}^0 = \sigma_{\varphi\varphi}^0 = \sigma_{\theta\theta}^0 = \sigma, \quad \sigma_{r\theta}^0 = \sigma_{\theta\varphi}^0 = \sigma_{\varphi r}^0 = 0$$

Trong đó  $\sigma_{rr}^0$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi}^0$ , ...,  $\sigma_{\varphi r}^0$  là các thành phần vật lý của ten xo ứng suất  $s^{ij}$ .

Trong hệ tọa độ cong trục giao, ta có:

$$S^{ij} = g^{ij} (\lambda A_1^0 + a A_1^{02} + b A_2^0) + 2\gamma^{ij} (\mu + b A_1^0) + \gamma_k^i \gamma^{kj} C.$$

Trong trường hợp đối xứng cầu xét trên, ta có:

$$\sigma_{rr}^0 = \lambda A_1^0 + 2\mu \gamma_{rr}^0 + a A_1^{02} + b (2\gamma_{rr}^0 A_1^0 + A_2^0) + C \gamma_{rr}^{02}$$

Thế giá trị của  $\gamma_{rr}^0$  và  $A_1^0$ ,  $A_2^0$  từ (2.5), (2.6) vào phương trình trên ta nhận được

$$\sigma_{rr}^0 = (\lambda_1^2 - 1) \left[ \left( \frac{3}{2} \lambda + \mu \right) + \left( \frac{9}{4} a + 3b + \frac{C}{4} \right) (\lambda_1^2 - 1) \right] \quad (3.6)$$

Hải phương trình

$$(\lambda_1^2 - 1) \left[ \left( \frac{3}{2} \lambda + \mu \right) + \left( \frac{9}{4} a + 3b + \frac{C}{4} \right) (\lambda_1^2 - 1) \right] = \sigma \quad (3.7)$$

ta tìm được  $\lambda_1^2$ . Thế giá trị của  $\lambda_1^2$  vào (3.4) ta xác định được  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{21}$ .

2. Trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu.

Khi đó: 
$$\Phi = \frac{1}{2} \lambda A_1^2 + \mu A_2, \quad a = b = \frac{c}{2} = 0, \quad \lambda_1 = 1 \quad (3.8)$$

Thế (3.8) vào (3.5) ta nhận được: 
$$\alpha_{11} = \lambda + 2\mu, \quad \alpha_{21} = \lambda \quad (3.9)$$

Thay (3.9) vào (3.1), (3.2) ta nhận được các kết quả của lý thuyết đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu.

#### § 4. VÍ DỤ

Xét trường hợp trên biên  $r = R$  kích động của lực mặt có dạng  $q(t) = q_0 = \text{const}$ , các kích động của chuyển dịch và tốc độ chuyển dịch tại thời điểm ban đầu bằng không.

Đưa vào hàm  $\psi$  thỏa mãn liên hệ  $u_r = \partial\psi/\partial r$ , từ phương trình (3.1) ta nhận được phương trình sóng:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\rho}{\alpha_{11}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi = 0 \quad (4.1)$$

Nghiệm của (4.1) trong trường hợp không có sự phản xạ sóng có dạng :

$$\psi = \frac{1}{r} f \left( t - \frac{r-R}{c} \right) \equiv \frac{1}{r} f(\tau) \quad (4.2)$$

ở đây :  $C^2 = \alpha_{11}/\rho, \quad \tau = t - \frac{r-R}{c}$

Ta cần xác định hàm  $f(\tau)$  thỏa mãn các điều kiện biên và điều kiện ban đầu sau đây :

$$(\alpha_{11} - \alpha_{21}) \left[ \frac{2}{r^3} f(\tau) + \frac{2}{cr^2} f'(\tau) + \frac{1}{c^2 r} f''(\tau) \right] \Big|_{r=R} = -q_0, \quad (4.3)$$

( $\tau=t$ )

$$-\frac{1}{c} \frac{1}{r} f''(\tau) - \frac{1}{r^2} f(\tau) \Big|_{\tau = -\frac{r-R}{c}} = 0,$$

$$-\frac{1}{c} \frac{1}{r} f'(\tau) - \frac{1}{r^2} f(\tau) \Big|_{\tau = -\frac{r-R}{c}} = 0. \quad (4.4)$$

Để thỏa mãn điều kiện ban đầu (4.4),  $f(\tau)$  cần chọn sao cho  $f(\tau) \equiv 0$  khi  $\forall \tau < 0$ , còn khi  $\tau > 0$   $f(\tau)$  được xác định từ điều kiện (4.3). Biến đổi (4.3), ta dẫn đến

$$f''(t) + 2\kappa f'(t) + 2\kappa \frac{C}{R} f(t) = -\frac{R}{\rho} q_0, \quad (4.5)$$

trong đó

$$\kappa = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{21}}{\alpha_{11}} \frac{C}{R}$$

Giải phương trình (4.5) với điều kiện  $f(0) = f'(0) = 0$  ta thu được kết quả :

$$f(t) = -\frac{q_0 R^2}{2\rho\kappa C} \left[ 1 - e^{-\kappa t} \left( \cos\kappa\eta t + \frac{1}{\eta} \sin\kappa\eta t \right) \right] \quad (4.6)$$

trong đó :

$$\eta^2 = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{21}}{\alpha_{11} - \alpha_{21}}$$

Trong trường hợp đàn hồi tuyến tính không có ứng suất ban đầu, ta có :

$$C = C_1, \quad \kappa = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{C_1}{R}, \quad \eta = \frac{\lambda + \mu}{\mu}$$

Khi đó (4.6) hoàn toàn trùng với kết quả nêu trong [2]

Định chi  
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 10/4/1985

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. НОВАЦКИЙ В. Теория упругости. Мир, Москва, 1975.
2. ТИМОШЕНКО С.П., ГУДЬБЕР Д. Ж. Теория упругости. Наука, Москва, 1979.
3. ГУЗЬ А.Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. Наукова Думка, Киев, 1973.
4. ГУЗЬ А.Н. Устойчивость упругих тел при всестороннем сжатии. Наукова Думка, Киев, 1979.
5. ГРИН А., АДКИНС ДЖ. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. Мир, Москва, 1975.

### РЕЗЮМЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ С НАЧАЛЬНЫМИ ОДНОРОДНЫМИ ДЕФОРМАЦИЯМИ

Рассмотрено распространение сферических волн в бесконечном пространстве со сферической полостью. Материал предполагается гиперупругим, сжимаемым, вид упругого потенциала — произвольным, а начальные деформации — однородными. Опираясь на линеаризованную теорию развитую А.Н. Гузем, поставлены и решены задачи о распространении волн. Получено решение для некоторых конкретных задач

## THÔNG BÁO XE-MI-NA TOÁN CƠ

(Số thứ 5 hàng tuần tại phòng phương pháp Toán lý, Trung tâm Toán học ứng dụng và Tin học, Phân viện Khoa học Việt Nam, 1 Mạc Đĩnh Chi, Q. 1. TP — HCM)

Các báo cáo trình bày trong năm 1985

1. Phạm Hữu Trí (TTTHUD và TH). Lý thuyết nước nông
2. Lê Mậu Long (TTTHUD và TH). Một số vấn đề ứng dụng khi tính toán thủy lực sông ngòi.
3. Phạm Ngọc Quý (TTTHUD và TH). Các bài toán biên của vật lý toán.
4. Đào Minh Ngọc (TTTHUD và TH). Một phương pháp giải số bài toán thấu kính nước ngọt trong trường hợp thấm phẳng.
5. Trần Văn Lăng (TTTHUD và TH). Phương pháp sai phân giải các bài toán biên.
6. Lê Văn Thiêm (TTTHUD và TH). Giải bài toán thấu kính nước ngọt bằng lý thuyết hàm phức.
7. Stephan Rempel (Viện Toán học ứng dụng Viện HLKH CHDC Đức). Về một bài toán biên của phương trình đạo hàm riêng tuyến tính.
8. Kierkrberg (Hội xác xuất thống kê thế giới). Một số vấn đề ứng dụng thống kê toán học trong y học.
9. Nguyễn Sinh Huy (Đoàn ĐH1). Một số đặc điểm chế độ thủy văn vùng Đồng Tháp Mười.
10. Lê Quang Huyền — Trương Chí Tâm (Ban chủ nhiệm chương trình Môi sinh Trị An). Một số yêu cầu đối với bài toán dự báo chất lượng nước hồ chứa thủy điện Trị An.
11. Đào Minh Ngọc — Lê Văn Thiêm — Phạm Hữu Trí (TTTHUD và TH). Xây dựng mô hình toán học giải số cho việc mô tả và dự báo lũ ở nội Đồng Tháp Mười.
12. Lê Mậu Long — Đào Minh Ngọc — Lê Văn Thiêm (TTTHUD và TH). Xây dựng mô hình toán học giải số cho việc mô tả dự báo chế độ dòng chảy trên hệ thống sông kênh vùng Đồng Tháp Mười.
13. Trần Văn Lăng — Đào Minh Ngọc — Lê Văn Thiêm (TTTHUD và TH). Xây dựng mô hình toán học giải số trong không gian 3 chiều cho việc mô tả, dự báo trữ lượng và chất lượng nước của hồ chứa thủy điện Trị An.
14. Trần Văn Lăng — Đào Minh Ngọc — Lê Văn Thiêm (TTTHUD và TH). Tính toán các số liệu thủy lực theo chiều sâu khi biết số liệu bề mặt vùng Nam biển Đông.