Tạp chí Cơ học T.VIII, 1986, số 2 (Trang 27 – 32)

SÓNG LAMB TRONG LỚP VẬT LIỆU CÓ BIẾN DẠNG BAN ĐẦU THUẦN NHẤT

PHẠM CHÍ VĨNH

Bài toán truyền sóng Lamb trong lớp mỏng không có ứng suất trước đã được trình bày trong [5]. Trong lớp mỏng biến dạng ban đầu thuần nhất, bài toán đó đã được nghiên cứu trong [2], [3], [4], nhưng chỉ giới hạn trong các trường hợp $K_1 \neq 0$, $K_2 = K_3 = 0$ ([2], [3]), hoặc $K_1 \neq 0$, $K_2 \neq 0$, $K_3 = 0$ và vật liệu đẳng hướng ngang ($\sigma_{11}^{*0} = \sigma_{22}^{*0}$, $\lambda_1 = \lambda_2$, [4]), trong đó $\vec{K}$ (K_1, K_2, K_3) là véctơ sóng.

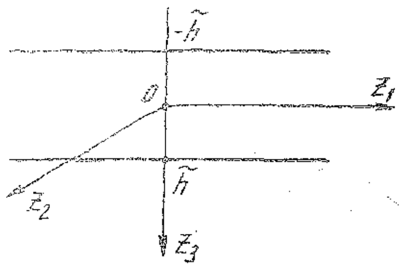
Trong bài này, ta nghiên cứu bài toán truyền sóng Lamb trong một lớp vật liệu nén được có biến dạng ban đầu thuần nhất trong trường hợp véctơ sóng không trùng với hướng biến dạng: $K_1 \neq 0$, $K_2 \neq 0$, $K_3 = 0$ và ứng suất ban đầu không đối xứng ($\sigma_{11}^{*0} \neq \sigma_{22}^{*0}$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$).

Về mặt toán học, bài toán mở rộng này phức tạp hơn rất nhiều so với trường hợp nghiên cứu trong [2], [3], [4], cho nên ta không tìm vận tốc truyền sóng theo cách của ГУЗЬ А.Н. và ЖУК А.П. trình bầy trong [2], [3], [4] mà theo cách khác.

Khi cho $K_2 = 0$ (hoặc $\sigma_{11}^{*0} = \sigma_{22}^{*0}$, $\lambda_1 = \lambda_2$) thì các kết quả thu được sẽ trùng với các kết quả trong [2], [3], [4]. Nếu không có ứng suất ban đầu thì các kết quả trùng với các kết quả trong [5].

§1. ĐẶT BÀI TOÁN

Xét môi trường gồm một lớp vật liệu chiều dày 2h. Chúng ta phân biệt ba trạng thái của môi trường: trạng thái tự nhiên khi môi trường chưa bị biến dạng, trạng thái ban đầu khi môi trường đã bị biến dạng và trạng thái nhiễu động. Chúng ta sử dụng hệ tọa độ Lagrăng (X_1, X_2, X_3) mà ở trạng thái tự nhiên trùng với hệ tọa độ Đề-các vuông góc. Ở trạng thái ban đầu, ta đưa ra hệ tọa độ Đề-các vuông góc $OZ_1Z_2Z_3$, trong đó mặt phẳng OZ_1Z_2 trùng với mặt phẳng trung bình của lớp (xem h.1). Chú ý rằng ở trạng thái tự nhiên mặt phẳng OX_1X_2 trùng với mặt phẳng trung bình của lớp ở trạng thái đó.



Hình 1

Giả sử biến dạng ban đầu trong lớp vật liệu là thuần nhất, tức là:

$$U_m^0 = \delta_{mk}(\lambda_m - 1)X_k, \tag{1.1}$$

$$\lambda_m = \text{const}(m,\ k = 1,\ 2,\ 3).$$

Khi đó từ (1.1) suy ra:

$$Z_1 = \lambda_1 X_1,\ Z_2 = \lambda_2 X_2,\ Z_3 = \lambda_3 X_3. \tag{1.2}$$

Gọi 2h là độ dày của lớp ở trạng thái tự nhiên, $2\tilde{h}$ là độ dày của lớp ở trạng thái ban đầu, từ (1.2) ta có: $\tilde{h} = \lambda_3 h$. (1.3)

Cũng từ (1.2) ta thấy mặt phẳng trung bình của lớp ở trạng thái tự nhiên và ban đầu là trùng nhau.

Phương trình cơ bản của nhiễu động trong hệ $OZ_1Z_2Z_3$ là [1]:

$$\tilde{L}_{m\alpha} U_\alpha = 0 \qquad (1.4)$$

trong đó

$$\tilde{L}_{m\alpha} = \tilde{\omega}_{im\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \tilde{\rho}\delta_{m\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2},$$

$$\tilde{\omega}_{im\alpha\beta} = \frac{\lambda_i \lambda_\beta}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3} \omega_{im\alpha\beta}, \quad \tilde{\rho} = \frac{\rho}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3} \ (i, m, \alpha, \beta = 1, 2, 3). \qquad (1.5)$$

Ở đây ρ, $\tilde{\rho}$ là tỷ trọng của lớp ở trạng thái tự nhiên và ban đầu. Các đại lượng $\omega_{im\alpha\beta}$ cho bởi công thức (7) ở trong [6]. Tải trọng tại mặt $Z_3 = \text{const}$ có dạng:

$$\tilde{P}_m = \tilde{\omega}_{3m\alpha\beta} \frac{\partial U_\alpha}{\partial z_\beta} \qquad (1.6)$$

§2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Ta tìm nghiệm của hệ (1.4) dưới dạng:

$$U_\alpha = \widehat{U}_\alpha(z_3) \cdot \exp i(K_1 z_1 + K_2 z_2 - \omega\tau), \qquad (2.1)$$

$\widehat{U}_3 = A \exp i\beta z_3$, $\widehat{U}_1 = \gamma \widehat{U}_3$, $\widehat{U}_2 = \theta \widehat{U}_3$ $(\alpha = 1, 2, 3)$, trong đó A, β, γ, θ là các hằng số cần xác định. Thay (2.1) vào (1.4) ta có:

$$\gamma(\tilde{\omega}_{1111}K_1^2 + \tilde{\omega}_{2112}K_2^2 + \tilde{\omega}_{3113}\beta^2 - \tilde{\rho}\omega^2) + \theta(\tilde{\omega}_{1122} + \tilde{\omega}_{1212})K_1K_2 + (\tilde{\omega}_{3311} +$$
$$+ \tilde{\omega}_{3131})K_1\beta = 0,$$

$$\gamma(\tilde{\omega}_{1122} + \tilde{\omega}_{1212})K_1K_2 + \theta(\tilde{\omega}_{1221}K_1^2 + \tilde{\omega}_{2222}K_2^2 + \tilde{\omega}_{3223}\beta^2 - \tilde{\rho}\omega^2) + (\tilde{\omega}_{3322} +$$
$$+ \tilde{\omega}_{3232})K_2\beta = 0, \qquad (2.2)$$

$$\gamma(\tilde{\omega}_{3311} + \tilde{\omega}_{3131})K_1\beta + \theta(\tilde{\omega}_{3322} + \tilde{\omega}_{3232})K_2\beta + (\tilde{\omega}_{1331}K_1^2 + \tilde{\omega}_{2332}K_2^2 + \tilde{\omega}_{3333}\beta^2 -$$
$$- \tilde{\rho}\omega^2) = 0.$$

Từ hệ phương trình trên, sau khi khử γ, θ ta sẽ thu được một phương trình bậc ba đối với β^2. Giải phương trình đó ta thu được sáu nghiệm:

$$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4 = -\beta_1, \beta_5 = -\beta_2, \beta_6 = -\beta_3. \qquad (2.3)$$

Do vậy nghiệm của hệ (1.4) có dạng:

$$U_\alpha = \widehat{U}_\alpha(z_3)\exp i(K_1 z_1 + K_2 z_2 - \omega\tau) \ (\alpha = 1, 2, 3),$$

$$\widehat{U}_3 = f_1(z_3) + f_2(z_3) + f_3(z_3), \qquad (2.4)$$

$$\widehat{U}_1 = \gamma_k g_k(z_3), \quad \widehat{U}_2 = \theta_k g_k(z_3) \ (\text{tổng theo } k = 1, 2, 3),$$

trong đó: $f_k(z_3) = A_{2k-1} e^{i\beta_k z_3} + A_{2k} e^{-i\beta_k z_3}$,

$g_k(z_3) = A_{2k-1} e^{i\beta_k z_3} - A_{2k} e^{-i\beta_k z_3}$ $(k = 1, 2, 3)$, $A_j (j = \overline{1, 6}) = \text{const}$.

Thay (2.4) vào (1.6) ta có:

$$\tilde{P}_\alpha = \hat{P}_\alpha(z_3)\exp i(K_1z_1 + K_2z_2 - \omega\tau),$$

$$\hat{P}_1 = V_kf_k,\ \hat{P}_2 = T_kf_k,\ \hat{P}_3 = \Omega_kg_k, \tag{2.5}$$

trong đó $V_k = \tilde{\omega}_{3113}\gamma_k\beta_k + \tilde{\omega}_{3131}K_1,$ (2.6)

$$T_k = \tilde{\omega}_{3223}\theta_k\beta_k + \tilde{\omega}_{3232}K_2,\ \Omega_k = \tilde{\omega}_{3311}K_1\gamma_k + \tilde{\omega}_{3322}K_2\theta_k + \tilde{\omega}_{3333}\beta_k.$$

Từ điều kiện tự do đối với ứng suất tại các mặt $Z_3 = \pm\tilde{h} = \pm\lambda_3h$ ta sẽ thu được hệ phương trình đại số tuyến tính thuần nhất cấp 6 để xác định 6 hằng số A_j $(j = \overline{1, 6})$. Để các hằng số đó không đồng thời bằng không thì định thức của hệ phải bằng không, tức là:

$$\begin{vmatrix} V_1e^{i\xi_1} & V_2e^{i\xi_2} & V_3e^{i\xi_3} & V_1e^{-i\xi_1} & V_2e^{-i\xi_2} & V_3e^{-i\xi_3} \\ V_1e^{-i\xi_1} & V_2e^{-i\xi_2} & V_3e^{-i\xi_3} & V_1e^{i\xi_1} & V_2e^{i\xi_2} & V_3e^{i\xi_3} \\ T_1e^{i\xi_1} & T_2e^{i\xi_2} & T_3e^{i\xi_3} & T_1e^{-i\xi_1} & T_2e^{-i\xi_2} & T_3e^{-i\xi_3} \\ T_1e^{-i\xi_1} & T_2e^{-i\xi_2} & T_3e^{-i\xi_3} & T_1e^{i\xi_1} & T_2e^{i\xi_2} & T_3e^{i\xi_3} \\ \Omega_1e^{i\xi_1} & \Omega_2e^{i\xi_2} & \Omega_3e^{i\xi_3} & \Omega_1e^{-i\xi_1} & \Omega_2e^{-i\xi_2} & \Omega_3e^{-i\xi_3} \\ \Omega_1e^{-i\xi_1} & \Omega_2e^{-i\xi_2} & \Omega_3e^{-i\xi_3} & \Omega_1e^{i\xi_1} & \Omega_2e^{i\xi_2} & \Omega_3e^{i\xi_3} \end{vmatrix} = 0, \tag{2.7}$$

trong đó $\xi_i = \beta_i\tilde{h} = \lambda_3\beta_ih \quad (i = 1, 2, 3).$ (2.8)

Sau những phép biến đổi đơn giản, từ phương trình (2.7) ta thu được hai phương trình sau:

$$\Omega_1(V_2T_3 - V_3T_2)\cos\xi_1\sin\xi_2\sin\xi_3 + \Omega_2(V_3T_1 - V_1T_3)\cos\xi_2\sin\xi_3\sin\xi_1 + \\ + \Omega_3(V_1T_2 - V_2T_1)\cos\xi_3\sin\xi_1\sin\xi_2 = 0 \tag{2.9}$$

$$\Omega_1(V_2T_3 - V_3T_2)\sin\xi_1\cos\xi_2\cos\xi_3 + \Omega_2(V_3T_1 - V_1T_3)\sin\xi_2\cos\xi_3\cos\xi_1 + \\ + \Omega_3(V_1T_2 - V_2T_1)\sin\xi_3\cos\xi_1\cos\xi_2 = 0 \tag{2.10}$$

Đây chính là các phương trình tán sắc để xác định tốc độ truyền của sóng Lamb. Sau những phép biến đổi đơn giản, hệ phương trình đại số tuyến tính thuần nhất xác định 6 hằng số $A_1, \dots, A_6$ có dạng:

$$\begin{bmatrix} V_1\cos\xi_1 & V_2\cos\xi_2 & V_3\cos\xi_3 \\ T_1\cos\xi_1 & T_2\cos\xi_2 & T_3\cos\xi_3 \\ \Omega_1\sin\xi_1 & \Omega_2\sin\xi_2 & \Omega_3\sin\xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 + A_2 \\ A_3 + A_4 \\ A_5 + A_6 \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{bmatrix} V_1\sin\xi_1 & V_2\sin\xi_2 & V_3\sin\xi_3 \\ T_1\sin\xi_1 & T_2\sin\xi_2 & T_3\sin\xi_3 \\ \Omega_1\cos\xi_1 & \Omega_2\cos\xi_2 & \Omega_3\cos\xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 - A_2 \\ A_3 - A_4 \\ A_5 - A_6 \end{bmatrix} = 0. \tag{2.11}$$

Ở đây ký hiệu [...] biểu thị ma trận. Khi (2.9) thỏa mãn thì (2.10) không thỏa mãn, từ (2.11) ta có: $A_1 = -A_2$, $A_3 = -A_4$, $A_5 = -A_6$. Do vậy:

$$U_3 = 2iA_{2k-1}\sin\beta_kz_3 \cdot \exp i(K_1z_1 + K_2z_2 - \omega\tau),$$

$$U_1 = 2\gamma_kA_{2k-1}\cos\beta_kz_3 \cdot \exp i(K_1z_1 + K_2z_2 - \omega\tau),$$

$$U_2 = 2\theta_kA_{2k-1}\cos\beta_kz_3 \cdot \exp i(K_1z_1 + K_2z_2 - \omega\tau). \tag{2.12}$$

(lấy tổng theo k từ 1 đến 3).

Như vậy điều kiện (2.9) xác định nhóm sóng trong đó chuyển động của các hạt vật chất của lớp xảy ra đối xứng đối với mặt phẳng trung bình của lớp. Trong trường hợp này thành phần U_3 là hàm lẻ đối với Z_3, còn U_1, U_2 là những hàm chẵn đối với Z_3. Tương tự khi (2.10) thỏa mãn thì ta có: $A_1 = A_2$, $A_3 = A_4$, $A_5 = A_6$.

hi đó:

$$U_3 = 2A_{2k-1}\cos\beta_k z_3 \cdot \exp i(K_1 z_1 + K_2 z_2 - \omega\tau),$$
$$U_1 = 2i\gamma_k A_{2k-1}\sin\beta_k z_3 \exp i(K_1 z_1 + K_2 z_2 - \omega\tau),$$
$$U_2 = 2i\theta_k A_{2k-1}\sin\beta_k z_3 \exp i(K_1 z_1 + K_2 z_2 - \omega\tau).$$

(lấy tổng theo k từ 1 đến 3).

'rong trường hợp này U_3 là hàm chẵn, U_1 và U_2 là hàm lẻ đối với Z_3. Chuyển động của ác hạt vật chất của lớp xẩy ra phản đối xứng với mặt phẳng trung bình.

TRƯỜNG HỢP XẤP XỈ SÓNG DÀI :

Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài (hay lớp mỏng), tức là khi $h \ll \lambda$ (λ là bước ;óng) thì từ các phương trình (2.9), (2.10) ta sẽ tìm được các công thức tính vận tốc ruyền của sóng Lamb. Trong trường hợp $K_2 = 0$ (hoặc $K_2 \neq 0$ nhưng $\sigma_{11}^{*o} = \sigma_{22}^{*o}$) thì ịhố β là nghiệm của phương trình bậc hai đối với β^2. Do vậy ta có thể tìm β từ phương rình đó rồi thay vào phương trình tán sắc để tìm ra công thức tính vận tốc truyền của ;óng Lamb. Ở đây do β là nghiệm của phương trình bậc ba đối với β^2, nên ta không thể àm như vậy được. Ta sẽ sử dụng trực tiếp hệ (2.2) kết hợp với các phương trình tán ắc (2.9). (2.10). Khi $h \ll \lambda$ thì ta có : $\sin\xi_i \approx \xi_i$, $\cos\xi_i \approx 1$ $(i = 1, 2, 3)$ (2.14). Sử dụng ɔhương trình thứ ba của hệ (2.2) và (2.14), sau một số phép biến đổi, từ (2.10) ta có:

$$\tilde{A}D - BC = 0 \tag{2.15}$$

:rong đó :

$$\tilde{A} = \tilde{\omega}_{3333},\quad B = -\left[\frac{\tilde{\omega}_{3131}\cdot\tilde{\omega}_{3311}}{\tilde{\omega}_{3113}} + \frac{\tilde{\omega}_{3232}\cdot\tilde{\omega}_{3322}}{\tilde{\omega}_{3223}}\right],$$

$$C = -\frac{\tilde{\omega}_{3113}\cdot\tilde{\omega}_{3333}}{\tilde{\omega}_{3311} + \tilde{\omega}_{3131}},\quad D = \frac{\tilde{\omega}_{3131}(\tilde{\omega}_{3311} + \tilde{\omega}_{3131}) - \tilde{\omega}_{3113}\cdot\tilde{\omega}_{1331}}{\tilde{\omega}_{3311} + \tilde{\omega}_{3131}}$$

Giải phương trình (2.15) ta thu được :

$$C_1^2 = C^2_{Z_1Z_3}\cos^2\psi + C^2_{Z_2Z_3}\sin^2\psi, \tag{2.16}$$

trong đó: $C_1 = \omega/K$ là vận tốc truyền sóng (vận tốc pha), $K = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}$, ψ là góc tạo bởi vecto sóng $\vec{K}$ và trục OZ_1.

$$C^2_{Z_1Z_3} = \frac{\tilde{\omega}_{3113}\cdot\tilde{\omega}_{1331} - \tilde{\omega}^2_{3131}}{\tilde{\rho}\cdot\tilde{\omega}_{3113}},\qquad C^2_{Z_2Z_3} = \frac{\tilde{\omega}_{3223}\cdot\tilde{\omega}_{2332} - \tilde{\omega}^2_{3232}}{\tilde{\rho}\cdot\tilde{\omega}_{3223}} \tag{2.17}$$

Tiếp tục biến đổi (2.9). Sử dụng (2.14) và hai phương trình đầu của hệ (2.2) ta biến đổi (2.9) về phương trình sau:

$$\tilde{\omega}_{3311}K_1(\tilde{\omega}_{3322}K_2A_{12} - \tilde{\omega}_{3311}K_1A_{22}) + \tilde{\omega}_{3322}K_2(\tilde{\omega}_{3311}K_1A_{12} - \tilde{\omega}_{3322}K_2A_{11}) +$$
$$+\tilde{\omega}_{3333}(A_{11}A_{22} - A_{12}^2) = 0 \tag{2.18}$$

trong đó : $A_{11} = \tilde{\omega}_{1111}K_1^2 + \tilde{\omega}_{2112}K_2^2 - \tilde{\rho}\omega^2$

$$A_{22} = \tilde{\omega}_{1221}K_1^2 + \tilde{\omega}_{2222}K_2^2 - \tilde{\rho}\omega^2,\quad A_{12} = \tilde{\omega}_{1122} + \tilde{\omega}_{1212}.$$

Từ phương trình (2.18) ta có :

$$C^2_{2,3} = \frac{1}{2}\Big\{(C^2_{Z_1Z_1} + C^2_{Z_1Z_2})\cos^2\psi + (C^2_{Z_2Z_2} + C^2_{Z_2Z_1})\sin^2\psi$$

$$\pm \left\{ \left[(C^2_{Z_1Z_1} - C^2_{Z_1Z_2}) \cos^2\psi + (C^2_{Z_2Z_2} - C^2_{Z_2Z_1}) \sin^2\psi \right]^2 + \right.$$

$$+ \frac{4\sin^2\psi\cos^2\psi}{\tilde\rho^2} \left[(\tilde\omega_{2222} - \tilde\omega_{2112})(\tilde\omega_{1221} - \tilde\omega_{1111}) + (\tilde\omega_{1122} + \tilde\omega_{1212})^2 + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{\tilde\omega^2_{3312}(\tilde\omega_{2222} - \tilde\omega_{2112}) + \tilde\omega^2_{3322}(\tilde\omega_{1111} - \tilde\omega_{1221})}{\tilde\omega_{3333}} - \frac{2\tilde\omega_{3311}\tilde\omega_{3322}(\tilde\omega_{1122} + \tilde\omega_{1212})}{\tilde\omega_{3333}} \right] \right\}^{1/2} \right\} \quad (2.19)$$

trong đó

$$C^2_{Z_1Z_1} = \frac{\tilde\omega_{3333}\tilde\omega_{1111} - \tilde\omega^2_{3311}}{\tilde\rho\,\tilde\omega_{3333}}, \quad C^2_{Z_1Z_2} = \frac{\tilde\omega_{1221}}{\tilde\rho},$$

$$C^2_{Z_2Z_2} = \frac{\tilde\omega_{3333}\tilde\omega_{2222} - \tilde\omega^2_{3322}}{\tilde\rho\,\tilde\omega_{3333}}, \quad C^2_{Z_2Z_1} = \frac{\tilde\omega_{2112}}{\tilde\rho}. \quad (2.20)$$

Chú ý rằng $C_{Z_1Z_1}$, $C_{Z_1Z_3}$, $C_{Z_1Z_2}$ (hoặc $C_{Z_2Z_2}$, $C_{Z_2Z_3}$, $C_{Z_2Z_1}$) là vận tốc sóng dãn, sóng cắt và sóng cắt thuần túy trong trường hợp véctơ sóng $\vec{K}$ chỉ có thành phần $K_1 \neq 0$ (hoặc chỉ có $K_2 \neq 0$).

Nếu $K_2 = 0$ thì $\sin\psi = 0$, từ (2,16) và (2.19) ta có: $C_1^2 = C^2_{Z_1Z_3} = C_2^2 = C^2_{Z_1Z_1}$, $C_3^2 = = C^2_{Z_1Z_2}$, ta thu được các kết quả trong [2].

Trong trường hợp $K_1 \neq 0$, $K_2 \neq 0$, $K_3 = 0$ nhưng $\sigma^{*o}_{11} = \sigma^{*o}_{22}$, $\lambda_1 = \lambda_2$, sử dụng các công thức (I.67) trong [2], (7) trong [6] và (1.5) ta chứng minh được rằng:

$$C^2_{Z_2Z_2} = C^2_{Z_1Z_1},\ C^2_{Z_1Z_2} = C^2_{Z_2Z_1},\ C^2_{Z_1Z_3} = C^2_{Z_2Z_3},$$

$$(\tilde\omega_{2222} - \tilde\omega_{2112})(\tilde\omega_{1221} - \tilde\omega_{1111}) + (\tilde\omega_{1122} + \tilde\omega_{1212})^2 = 0, \quad (2.21)$$

$$(\tilde\omega_{2222} - \tilde\omega_{2112})\tilde\omega^2_{3311} - 2\tilde\omega_{3311}\tilde\omega_{3322}(\tilde\omega_{1122} + \tilde\omega_{1212}) + (\tilde\omega_{1111} - \tilde\omega_{1221})\tilde\omega^2_{3322} = 0.$$

Thay (2.21) vào (2.16) và (2.19) ta được:

$C_1^2 = C^2_{Z_1Z_3}$, $C_2^2 = C^2_{Z_1Z_1}$, $C_3^2 = C^2_{Z_1Z_2}$, ta thu được các kết quả trong [4].

§3. KẾT LUẬN

Như vậy trong trường hợp $K_1 \neq 0$, $K_2 \neq 0$, $K_3 = 0$, $\sigma^{*o}_{11} \neq \sigma^{*o}_{22} \neq 0$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$ trong môi trường cũng tồn tại 2 nhóm sóng: sóng Lamb đối xứng và sóng Lamb phản đối xứng. Phương trình tán sắc của chúng là (2.9) và (2.10). Trong trường hợp xấp xỉ sóng dài, vận tốc truyền sóng được tính theo các công thức (2.16) và (2.19).

Địa chỉ:
Trường đại học Tổng hợp HN.

Nhận ngày 29/10/1984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

. ГУЗЬ А. Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. Наукова Думка, Киев, 1976.

1. ГУЗЬ А. Н., ЖУК А. П., МАХОРТ Ф. Г. Волны в слое с начальными напряже-
2. ниями. Наукова Думка, Киев, 1976.

3. ГУЗЬ А. Н., ЖУК А. П., МАХОРТ Ф. Г. Про розповсюджения пружних хвиль Лемба в тілі з початковими напруженнями. ДАН УССР, серя А, №10, 1972.

4. ЖУК А. П. К теории распространения упругих волн в твердом слое с начальными напряжениями. ПМ Т. X, вып. 4, 1974.

5. БРЕХОВСКИХ Л, М. Волны в слоистых средах. Изд. «Наукова», Москва, 1973

6. LE MINH KHANH. Propagation des ondes de Floquet dans un milieu élastique périodique avec déformations initiales homogènes. Mécanique appliquée, Bucarest, №2, 1981.

RÉSUMÉ

ONDE LAMB DANS UN MATÉRIEL AVEC DÉFORMATIONS INITIALES HOMOGÈNES

Dans cette publication on étudie la propagation de l'onde Lamb' dans une couche de matériel compressible ayant des déformations initiales homogènes non symétriques. Le vecteur d'onde n'est pas paralèlle avec la direction de déformation initiale. On a trouvé l'equation de diffraction et dans le cas des ondes longues, les vitesses de propagation de ces ondes.

GIẢI BÀI TOÁN ..... PHẦN TỬ HỮU HẠN

(Tiếp theo trang 11)

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. WILSON E.L. Structural analysis of axisymmetric solids, AIAA J. Vol.3. N°12, 1965.

2. BATHE K.J., WILSON E.L. Numerical methods in finite element analysis, Prentice — Hall, New Yersey, 1976.

3. SURAMA K.S. Transition finite elements for axisymmetric stress analysis, Int. J Num. Meth. Eng, Vol. 15, 1980.

4. KLEIBER M., HIEN T.D. Dynamiczna analiza osiowosymetryczmych cial i powlok poddanych dowolnym obciazeniom, Praca IPPT PAN, N 25, 1980.

SUMMARY

DYNAMIC ANALYSIS OF COMPLEX AXISYMMETRIC STRUCTURES SUBJECTED TO ASYMMETRIC LOADING BY THE FINITE ELEMENT METHOD.

The numerical analysis of complex axisymmetric structures under arbitrary loads is presented. A semi — analitical finite element model for the orthotropic elastic materials is formulated. Four types of ring finite elements are included. The numerial integration of the equations of motion is performed using alternatively two algorithms: step — by — step integration and mode superposition method. The validity of the analysis is illustrated by a number of numerical examples solved by a computer program written in Fortran.