

GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC HỆ THANH KHÔNG GIAN BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

NGUYỄN NGỌC VÊ

§ 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một trong những phương pháp số được sử dụng rộng rãi và có hiệu quả trong việc giải các bài toán cơ học là phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH). Trong lĩnh vực kết cấu, ở nước ta đã có nhiều tác giả ứng dụng phương pháp này để giải cho các hệ bản vỏ, hệ thanh, hệ thanh thành mỏng v.v... Tuy nhiên do hạn chế của các công cụ tính toán và đề đơn giản hóa đối với hệ thanh thường đưa về giải cho trường hợp phẳng, trong khi trên thực tế thường có nhiều kết cấu và công trình như kết cấu tàu, máy bay, công trình nhà cao tầng, dàn khoan biển v.v... lại thể hiện sự làm việc không gian rất rõ, đòi hỏi phải được nghiên cứu dưới góc độ bài toán 3 chiều. Về mặt tải trọng, các tính toán thường xét cho các trường hợp tĩnh hoặc đưa về bài toán tĩnh. Đối với các loại tải trọng như sóng, gió và dòng chảy tác dụng lên dàn khoan biển, hay tải trọng do gia tốc nền tác dụng lên công trình nhà cao tầng thì việc đánh giá khả năng làm việc của kết cấu chịu tải trọng tĩnh là không đầy đủ và thiếu chính xác. Áp dụng mô hình phần tử hữu hạn tổng quát của động lực học công trình [1, 2] và kết quả bài toán tĩnh của hệ thanh không gian [3, 4], mục đích của bài báo là giải bài toán động lực học hệ thanh không gian đàn hồi tuyến tính có các liên kết phức hợp chịu tải trọng động thông thường hoặc tải trọng do gia tốc nền gây ra khi động đất, có kể đến ảnh hưởng của nền móng tới sự làm việc của phần kết cấu bên trên. Sử dụng một số kết quả trong [5], một chương trình số viết bằng ngôn ngữ FORTRAN 4 được xây dựng đã chạy trên các máy tính hiện có ở nước ta và cho kết quả ổn định. Các kết quả nghiên cứu đã được áp dụng trong một số tính toán thực tế.

§ 2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG VÀ TÍCH PHẦN SỐ

Hệ phương trình vi phân chuyển động trong mô hình PTHH của hệ n bậc tự do tại thời điểm t có dạng [1]:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = P(t) \quad (2.1)$$

trong đó: $X(t)$, $\dot{X}(t)$ và $\ddot{X}(t)$ là các véc-tơ n thành phần mô tả tương ứng chuyển vị, vận tốc và gia tốc nút,

— $P(t)$ là véc-tơ tải trọng nút,

— M , C và K tương ứng là các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận cứng của toàn hệ. Biểu thức của M , C , K và P nhận được khi thiết lập biểu thức của động năng, năng lượng biến dạng và công của ngoại lực dưới dạng các hàm của $X(t)$, $\dot{X}(t)$

và $\ddot{X}(t)$ [2]. Với giả thiết hệ đàn hồi tuyến tính các ma trận M , C và K không phụ thuộc t . Trong trường hợp tải trọng gây ra do động đất, biểu thức của P có dạng:

$$P(t) = M \cdot a(t) \quad (2.2)$$

trong đó $a(t)$ là vectơ gia tốc nền.

Kết cấu được mô hình hóa bởi hệ các phần tử hữu hạn dạng thanh không gian 12 bậc tự do với các hàm dạng Hermite [3]. Để xét hệ thanh liên hợp có kể ảnh hưởng nền, khi xác định các ma trận M , C và K phải tính đến các liên kết không cứng và mô hình hóa nền bởi các phần tử thanh tương đương. Hệ phương trình vi phân (2.1) được tích phân bằng phương pháp tích phân trực tiếp từng bước hoặc phương pháp cộng nghiệm riêng [1]. Đây là hai phương pháp thông dụng nhất để tích phân hệ phương trình chuyển động theo miền thời gian. Tùy từng bài toán cụ thể sẽ áp dụng một trong hai phương pháp trên [5].

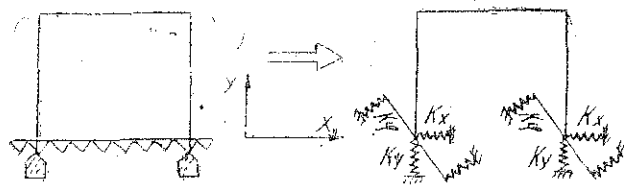
§3. NÚT PHỨC HỢP VÀ TƯƠNG TÁC CỦA NỀN VỚI CÔNG TRÌNH

3.1. NÚT PHỨC HỢP

Đối với hệ thanh, thực tế thường gặp nhiều loại liên kết khác nhau. Ngoài những liên kết cứng là những liên kết mà các phần tử thanh ràng buộc với nhau theo tất cả các bậc tự do, còn có các liên kết không cứng (liên kết phức hợp) như khớp cầu, khớp trụ, khớp các-đăng, khớp trượt... là những liên kết có ít nhất một bậc tự do của hai thanh liên kết không bị ràng buộc. Tương ứng cho mô hình PTHH của hệ thanh ta có hai loại nút: nút cứng và nút phức hợp [4]. Nút cứng là nút mà tại đó các phần tử liên kết với nhau có tất cả các thành phần chuyển vị tương ứng bằng nhau. Còn đối với nút phức hợp thì có ít nhất một thành phần chuyển vị của các phần tử liên kết có giá trị khác nhau. Ví dụ đối với khớp cầu hai thanh liên kết có ba thành phần tịnh tiến giống nhau còn ba thành phần góc xoay khác nhau, khớp trụ có một thành phần góc xoay của hai thanh liên kết khác nhau. Nút phức hợp được mô hình hóa bởi hai nút riêng biệt, các nút này có cùng tọa độ trong hệ tọa độ chung. Về quan hệ chuyển vị, hai nút này có một số thành phần chuyển vị tương ứng giống nhau và một số thành phần khác nhau. Việc xây dựng ma trận cứng của các phần tử và ma trận cứng toàn hệ được tiến hành bình thường. Khi đã nhận được ma trận cứng của toàn hệ, để tìm chuyển vị phải xử lý đối với các thành phần chuyển vị tương ứng giống nhau tại các nút phức hợp.

3.2. TƯƠNG TÁC CỦA NỀN LÊN CÔNG TRÌNH

Trong một số tính toán người ta thường bỏ qua ảnh hưởng của nền và coi nền là cứng tuyệt đối. Tuy nhiên, trên thực tế nền luôn có độ đàn hồi nhất định tùy thuộc vào tính chất cơ lý của đất và kích thước của đế móng. Việc tính toán ảnh hưởng của nền lên sự làm việc của phần kết cấu bên trên là rất cần thiết. Trong [6] đã chỉ ra ảnh hưởng của nền lên dao động uốn ngang của cột tháp nước. Để xét ảnh hưởng của nền lên sự làm việc của phần kết cấu bên trên người ta thay thế nền bằng các lò xo đàn hồi tuyến tính. Hình 1 mô tả sự thay thế nền bằng các lò xo đàn hồi cho trường hợp bài toán phẳng. Độ cứng của các lò xo được xác định theo mô hình của Xavinốp

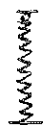
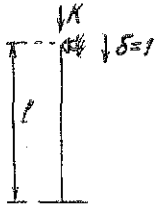

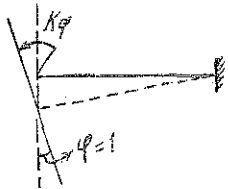


Hình 1: Mô hình thay thế nền bằng hệ lò xo đàn hồi

Các hệ số K_x , K_y và K_φ được tính theo các công thức sau:

$$\begin{aligned} K_x &= C_x \cdot F \\ K_y &= C_y \cdot F \\ K_\varphi &= C_\varphi \cdot J \end{aligned} \quad (3.1)$$

trong đó: F là diện tích của đế móng, J là mômen quán tính mặt cắt của đế móng lấy theo trọng tâm, C_x , C_y và C_φ là các hệ số xác định theo thực nghiệm phụ thuộc vào tính chất cơ lý của đất chịu tải. Sau khi xác định được hệ số đàn hồi của các lò xo ta lại thay thế chúng bằng hệ thanh có độ cứng tương đương. Hệ thanh tương đương này cùng với hệ thanh của phần kết cấu bên trên sẽ làm việc như một tổng thể. Một số ví dụ thay thế lò xo bằng thanh tương đương cho trong bảng 1.

| Lò xo | THANH TƯƠNG ĐƯƠNG | | | Các đại lượng cho trước | Đại lượng cần xác định |
|--|--|-----------------------------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------|
|  |  | $\delta = \frac{Kl}{EA}$ | $\delta = \frac{1}{K}$ | E, A | $l = EA/K$ |
| | | | | E, l | $A = Kl/E$ |
| | | | | A, l | $E = Kl/A$ |
|  |  | $\varphi = \frac{lK_\varphi}{EJ}$ | $\varphi = \frac{1}{K_\varphi}$ | E, J | $l = EJ/K_\varphi$ |
| | | | | E, l | $J = lK_\varphi/E$ |
| | | | | J, l | $E = lK_\varphi/J$ |

Bảng 1: Mô hình thay thế các lò xo bằng các thanh có độ cứng tương đương.

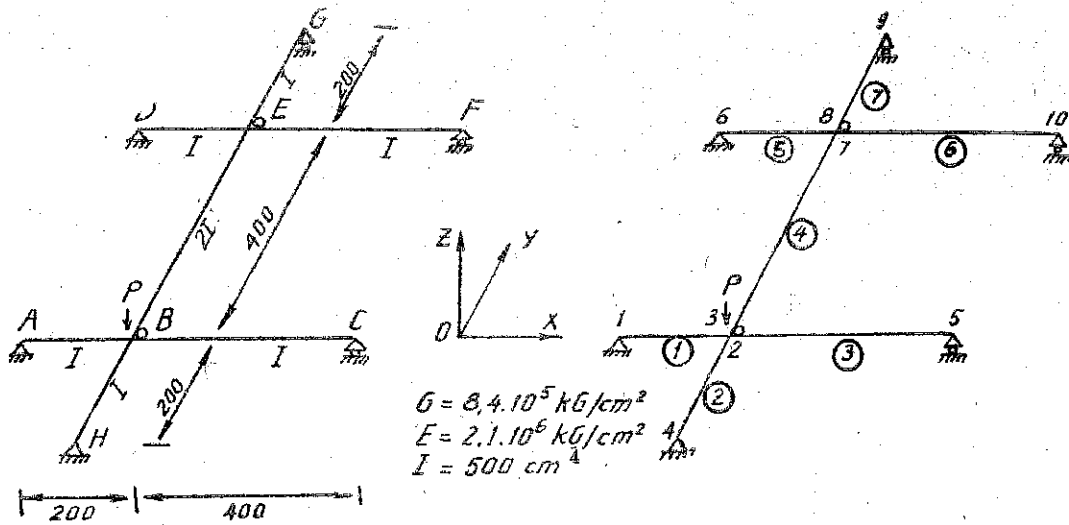
§4. CHƯƠNG TRÌNH SỐ VÀ MỘT SỐ KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

Dựa trên các phương pháp giải và thuật toán đã trình bày trên, một chương trình số đã được viết và dùng để giải các bài toán tĩnh học và động lực học hệ khung không gian có nút phức hợp chịu tải trọng bất kỳ. Chương trình FRADYN đã chạy trên các máy tính hiện có ở nước ta và sử dụng trong tính toán thực tế. Dưới đây trình bày một số ví dụ minh họa.

4.1. Tính hệ khung (hình 2a) chịu tải trọng P tác dụng tại điểm B.

Hệ thanh trên hình 2 có hai nút phức hợp tại B và E. Trong mô hình phân tử hữu hạn, các nút này được thể hiện qua các nút riêng biệt là 2, 3 và 7, 8. Trong trường hợp tại điểm B tác dụng lực tĩnh theo hướng thẳng đứng $P = 2000\text{KG}$, các giá trị nhận được của chuyển vị và nội lực hoàn toàn trùng với kết quả tính toán trong [4]. Nếu tại điểm B tác dụng lực động $P(t)$, chuyển vị và nội lực tại các nút là hàm của t . Hình 3

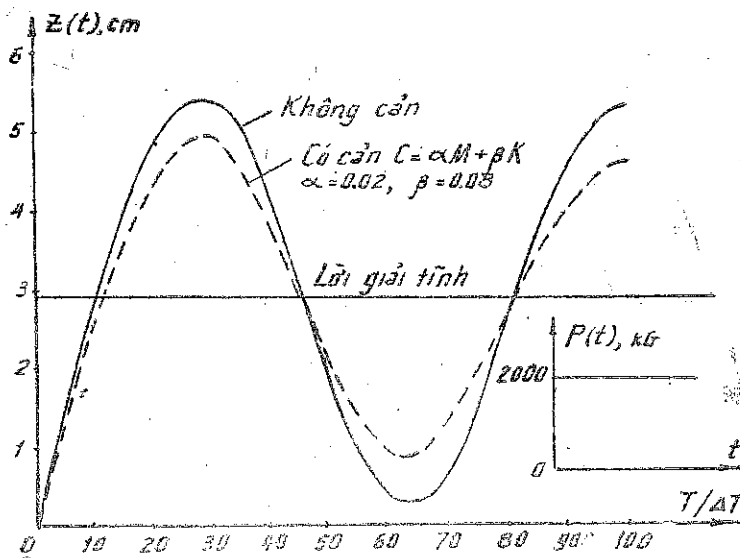
là kết quả của chuyển vị thẳng đứng ở nút 2 và 3 cho các trường hợp tải trọng tĩnh và tải trọng động, có cân và không cân.



Hình 2

a) Mô hình kết cấu

b) Mô hình PTHH



Hình 3: Dao động tại nút 2 và 3

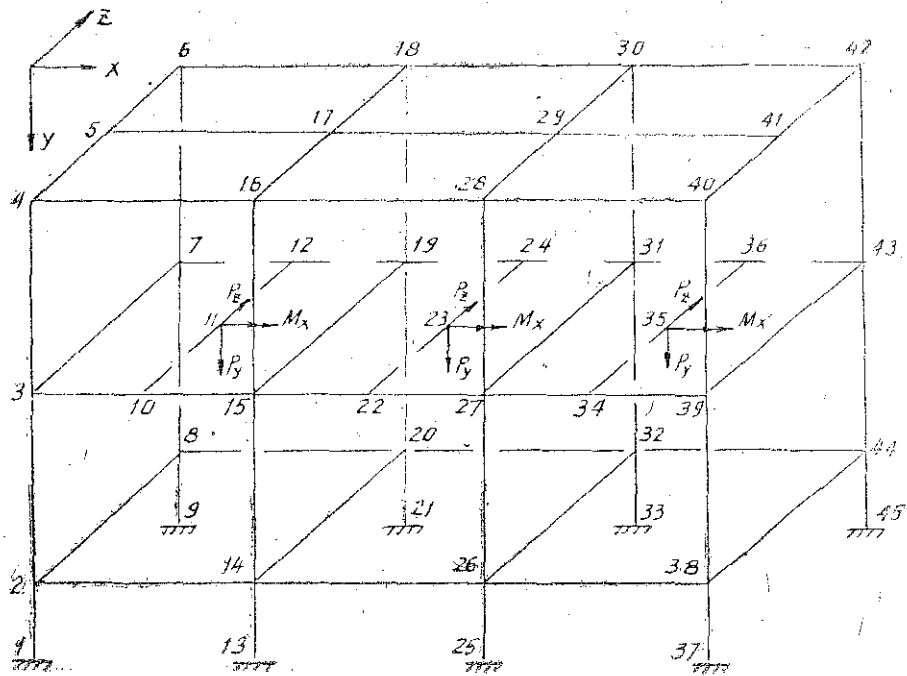
4.2. Tính phản ứng động lực của trạm bơm 3 tổ máy xây dựng trên các vùng có nền yếu của đồng bằng sông Cửu Long.

Mô hình phân tử hữu hạn của trạm bơm 2 tầng 3 tổ máy được cho trên hình 4. Tại các điểm nút 11, 23 và 35 có các tải tác dụng trọng khi các máy bơm hoạt động gây

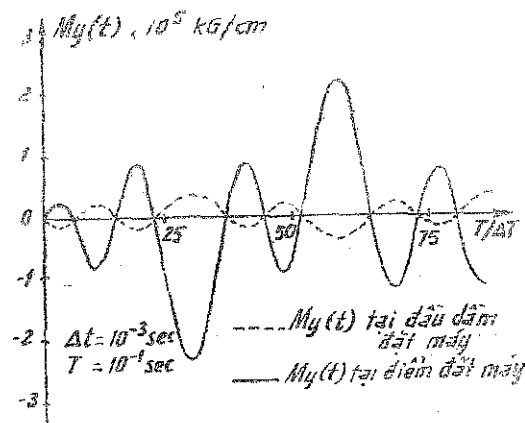
ra đo cơ khí lệch tâm và lực thủy động. Từ thí nghiệm đo đạc và tính toán đã xác định được biểu thức của tải trọng đó như sau :

$$\begin{aligned} P_y &= 1535 \cos \omega t + 3070 \cos 3\omega t \\ P_x &= 2535 \cos \omega t + 3070 \cos 3\omega t \\ M_x &= 181060 \cos \omega t + 356120 \cos 3\omega t \end{aligned} \quad (4.1)$$

trong đó $\omega = 102,6 \text{ rad/sec}$ là tần số góc ứng với vòng quay 980 v/ph của máy bơm



Hình 4
Mô hình PTHH của trạm bơm



Hình 5. Dao động của mômen uốn $M_y(t)$

Nền đất được thay thế bởi một hệ thanh tương đương. Độ cứng của các thanh này được xác định theo mô hình Navinốp đã trình bày trên. Các kết quả nhận được về nội lực cho phép rút ra một số kết luận sau đây:

1. Về mặt trị số của nội lực, chẳng hạn mômen uốn tại các thanh dầm đặt máy trong bài toán động lớn gấp bốn lần giá trị của mômen uốn trong bài toán tĩnh, đưa tới việc xác định các hệ số động lực cho phù hợp.

2. Mômen uốn cũng tại các thanh dầm đặt máy bơm thay đổi dấu liên tục vì vậy phải tăng diện tích cốt thép phía trên, đồng thời cần xét tới sự phá hủy môi.

3. Chỉ ra các vùng công hưởng ứng với tần số vòng quay máy bơm và môđun đàn hồi của nền đất đưa tới việc xử lý nền để tránh cộng hưởng.

Trên hình 5 là dao động của mômen uốn M_y tại các điểm đặt máy bơm và điểm đầu dầm đặt máy

§5. KẾT LUẬN

Các kết cấu dạng thanh không gian là các kết cấu thường gặp trong thực tế xây dựng như dầm khoan biển, nhà cao tầng, kết cấu tàu và hàng không. Những kết quả nghiên cứu ở đây cho phép ứng dụng trực tiếp trong tính toán kiểm tra và thiết kế các công trình dạng khung dầm tổng quát. Chương trình tính toán có cấu trúc đơn giản dễ sử dụng. Một số kết quả ở đây đã được trình bày trong các xêmina cơ học, hội nghị khoa học và nhận được những nhận xét và góp ý quan trọng. Tác giả xin chân thành cảm ơn những nhận xét và góp ý đó. Cũng xin chân thành cảm ơn đồng chí Trần Dương Hiền đã hướng dẫn cụ thể giúp tác giả hoàn thành vấn đề này.

Địa chỉ:
Viện cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 20/1/1986

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. CLOUGH R.W. and PENZIEN J. Dynamics of Structures, Mc Graw-Hill, London, 1975
2. ZIENKIEWICZ O.C. The Finite Element Method in Engineering Science, Mc Graw-Hill London, 1971
3. ПОСТНОВ В. А., ХАРХУРИМ И. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Судостроение, Ленинград, 1974.
4. SZMELTER J. Metoda elementow skonczonej w statyce konstrukcji, Arkady, Warszawa, 1979.
5. TRẦN DƯƠNG HIỀN. Nieliniowa dynamika ciał i powłok osiowosymetrycznych podanych dowolnym obciążeniem, J. IPPT PAN № 37, Warszawa, 1981.
6. NGUYỄN NGỌC VĨ. Ảnh hưởng tính chịu nén của nền lên đặc động uốn của cột tháp nước, Tạp chí Cơ học, số 1-1982.

SUMMARY

DYNAMIC ANALYSIS OF COMPLEX SPACIAL FRAME SYSTEMS BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Numerical simulation of complex spacial frame systems subjected to static load, dynamic load and base acceleration is formulated. A finite element model is applied therein the complex nodes and the foundation influence are considered. Equations of motion are solved alternatively by step-by-step direct integration and mode superposition method. A number of illustrated examples are computed by the numerical program FRADYN, which can be used directly in the field of structural design.