Tạp chí Cơ học T.VIII, 1986, số 2 (trang 13 – 20)

VỀ MỘT ĐỊNH LÝ CỦA LÝ THUYẾT THÍCH ỨNG CỦA HỆ ĐÀN DẺO

NGUYỄN VĂN PHÓ

§1. MỞ ĐẦU.

Thích ứng (Shakedown) là thuật ngữ do W. Prager đặt ra, được hiểu theo nghĩa sau:

Một hệ đàn – dẻo lý tưởng chịu tác dụng của tải trọng thay đổi theo một quy luật tùy ý trong một miền nào đó, trong giai đoạn đầu của quá trình đặt tải một số điểm của hệ có thể rơi vào giai đoạn dẻo, song từ một thời gian nào đó trở đi hệ làm việc hoàn toàn đàn hồi (nghĩa là không bị phá hoại dẻo), thì hệ được gọi là thích ứng.

Lý thuyết và thực nghiệm đã chứng minh sự tồn tại của trạng thái thích ứng. Tiêu chuẩn thích ứng luôn luôn được mở rộng.

Lý thuyết thích ứng có nhiều ứng dụng trong tính toán các kết cấu chịu tải trọng và nhiệt độ biến thiên.

Năm 1938 E. Melan đã chứng minh định lý thích ứng tựa tĩnh thứ nhất cho vật thể ba chiều bất kỳ chịu tác dụng của tải trọng.

Năm 1957 W. Prager đã mở rộng định lý trên cho trường hợp đồng thời chịu tác dụng của tải trọng và nhiệt độ [1].

Năm 1976 [2] chúng tôi đã mở rộng định lý E. Melan bằng cách thay giả thiết:

$$\exists\, \vec{\rho}(\vec{x}),\quad \forall\, \vec{P}(t) \in G,\ \forall\, \vec{x} \in V \tag{1.1}$$

bằng giả thiết:

$$\exists\, \vec{\rho}_{\Delta P}(\vec{x}),\ \forall\, \vec{P}(t) \in \Delta P \in G,\ \forall\, \vec{x} \in V \tag{1.2}$$

trong đó $\vec{\rho}(\vec{x})$ là trường ứng suất dư không phụ thuộc thời gian, $\vec{P}(t)$ là lực tác dụng lên hệ, t là thời gian, G là miền biến thiên của lực, ΔP là lân cận đủ nhỏ của P, $\vec{\rho}_{\Delta P}(\vec{x})$ là trường ứng suất dư không phụ thuộc thời gian ứng với ΔP.

Nhờ sự mở rộng trên mà ta đã tìm được miền thích ứng rộng hơn theo tiêu chuẩn E. Melan.

Trong bài này, chúng tôi chứng minh một định lý mới về sự thích ứng, trong đó bỏ giả thiết (1.1) mà thay bởi giả thiết.

$$\exists\, \vec{\rho}(\vec{x}, t) \text{ đối với mỗi } \vec{P}(t) \in G.$$

Vì $\vec{\rho} = \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P})$ mà $\vec{P} = \vec{P}(t)$ nên ta có thể viết $\vec{\rho}(\vec{x}, t) = \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P})$.

Trên cơ sở định lý mới, ta giải bài toán thích ứng dễ dàng hơn.

Cũng trong bài này, sau khi chứng minh định lý và hai hệ quả, chúng tôi phát biểu bài toán miền thích ứng, nêu phương pháp giải và thí dụ

§2. ĐỊNH LÝ THÍCH ỨNG

1. PHÁT BIỂU ĐỊNH LÝ:

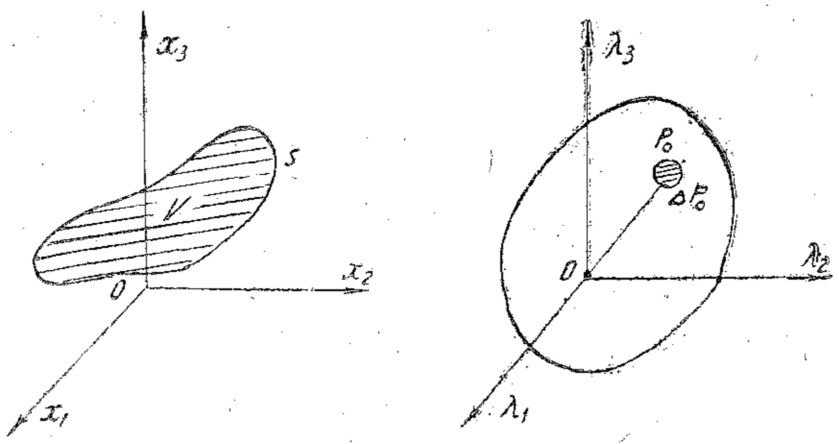
Hệ đàn – dẻo lý tưởng thích ứng trên miền tải trọng G, nếu tại mỗi điểm $\vec{P} \in G$

$$\exists\ \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P}) \text{ sao cho } f(\vec{\rho} + \vec{\sigma}^{(e)}_{P}) < C,\ \forall\ x \in V,$$

Trong đó $\vec{\rho}\ (\vec{x}, \vec{P})$ *là trường ứng suất dư,* $f = c$ *là điều kiện dẻo,* $\vec{\sigma}^{(e)}_{P}$ *là ứng suất đàn hồi lý tưởng ứng với tải trọng* $\vec{P}$.

2. CHỨNG MINH ĐỊNH LÝ:

Ta xét hai không gian, không gian ba chiều $\{x_i\}$ là không gian hệ chiếm và không gian tải trọng để biểu diễn sự biến thiên của tải trọng $\vec{P}$ theo thời gian, số chiều của không gian tải trọng bằng số tham số biến thiên độc lập của tải trọng (hình 1).



Hình 1

Ta lấy $\vec{P}_o \in G$ tùy ý và chọn một lân cận đủ nhỏ ΔP_o của $\vec{P}_o$. Trong [2] chúng ta đã chứng minh được rằng, điều kiện để hệ thích ứng tại P_o là

$$(*)\begin{cases} \exists\ \Delta P_o \text{ và } \exists\ \vec{\rho}_{\Delta P_o}(\vec{x}) \Rightarrow \\ L\vec{\rho}_{\Delta P_o} = 0\ \forall \vec{x} \in V, \notin S_P,\ \forall\ \vec{P} \in \Delta P_o \\ N\vec{\rho}_{\Delta P_o} = 0\ \forall x \in S_P,\ \forall\ \vec{P} \in \Delta P_o \\ f(\vec{\sigma}^{(e)}_{\Delta P_o} + \vec{\rho}_{\Delta P_o}) < C\ \forall\ \vec{P} \in P_o \end{cases}$$

Trong đó ΔP_o là lân cận của P_o, $\vec{\rho}_{\Delta P_o}$ là trường ứng suất dư không phụ thuộc thời gian ứng với ΔP_o, $\vec{\sigma}^{(e)}_{\Delta P_o}$ là ứng suất đàn hồi ứng với các điểm thuộc ΔP_o.

Bây giờ ta chứng minh rằng, nếu thỏa mãn các hệ thức sau đây

$$(**)\begin{cases}\exists \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P}_o) \Rightarrow \\ L\vec{\rho} = 0 \quad \forall \vec{x} \in V, \notin S_P \\ N\vec{\rho} = 0 \quad \forall \vec{x} \in S_P \\ f(\vec{\sigma}^{(e)}_{P_o} + \vec{\rho}^{(e)}_{P_o}) < c \ \forall \vec{x} \in V\end{cases}$$

thì ta suy ra có tồn tại một lân cận ΔP_o của P_o thỏa mãn các điều kiện $(*)$, nghĩa là hệ thích ứng tại P_o.

Thật vậy, khi thỏa mãn $f[\vec{\sigma}^{(e)}_P + \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P}_o)] < c$

thì sẽ thỏa mãn $f[\vec{\sigma}^{(e)}_{P_o} + \vec{\varepsilon} + \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P}_o)] < c$ với $\varepsilon = |\vec{\varepsilon}| > 0$ đủ nhỏ, vì $f < c$ xác định một miền mở.

$\vec{\sigma}^{(e)}_{P_o}$ là ứng suất đàn hồi ứng với tải trọng P_o thì $\vec{\sigma}^{(e)}_{P_o} + \vec{\varepsilon}$ là ứng suất đàn hồi ứng với tải trọng thuộc lân cận ΔP_o của P_o

Như vậy ta đã từ (**) suy ra (*), nghĩa là ta chứng minh được rằng (**) cũng là điều kiện đủ để hệ thích ứng tại P_o. Điều đó xảy ra với $\forall \vec{P}_o \in G$ thì hệ thích ứng trên G. Định lý được chứng minh.

Hệ quả 1 : *Miền tải trọng thích ứng là miền lồi.*

Thật vậy, gọi miền thích ứng là G.

Giả sử $\vec{P}_1 \in G$, $\vec{P}_2 \in G$ ta cần chứng minh

$$\mu\vec{P}_1 + (1-\mu)\vec{P}_2 \in G, \ \forall\mu \in [0,1].$$

Vì
$$\vec{P}_1 \in G \Rightarrow \exists \vec{\rho}_1(\vec{x}, \vec{P}_1) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} L\vec{\rho}_1 = 0, \\ N\vec{\rho}_1 = 0, \\ f[\vec{\sigma}^{(e)}_{P_1} + \vec{\rho}_1] < c. \end{cases}$$

và vì $\vec{P}_2 \in G \Rightarrow \exists\vec{\rho}_2(\vec{x}, \vec{P}_2) \Rightarrow$

$$\begin{cases} L\vec{\rho}_2 = 0, \\ N\vec{\rho}_2 = 0, \\ f[\vec{\sigma}^{(e)}_{P_2} + \vec{\rho}_2] < c \end{cases}$$

Do $R \equiv \{\vec{\sigma} : f(\vec{\sigma}) \leqslant c\}$ là miền lồi, nên các tổ hợp lồi

$$\mu[\vec{\sigma}^{(e)}_{P_1} + \vec{\rho}_1] + (1-\mu)[\vec{\sigma}^{(e)}_{P_2} + \vec{\rho}_2] \in R, \ \mu \in [0,1]$$

hay

$$f\{[\mu\vec{\sigma}^{(e)}_{P_1} + (1-\mu)\vec{\sigma}^{(e)}_{P_2}] + [\mu\vec{\rho}_1 + (1-\mu)\vec{\rho}_2]\} \leqslant c, \ \mu \in [0, 1]$$

Các toán tử L và N là các toán tử tuyến tính và thuần nhất nên

$$L[\mu\vec{\rho}_1 + (1-\mu)\vec{\rho}_2] = 0$$
$$N[\mu\vec{\rho}_1 + (1-\mu)\vec{\rho}_2] = 0$$

Vậy $\mu\vec{\rho}_1 + (1-\mu)\vec{\rho}_2$ là một trường ứng suất dư còn $\mu\vec{\sigma}_{P_1}^{(e)} + (1-\mu)\vec{\sigma}_{P_2}^{(e)}$ là trường ứng suất đàn hồi lý tưởng ứng với tổ hợp lồi bất kỳ của $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$. Nói cách khác, mọi tổ hợp lồi của $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$ đều thỏa mãn điều kiện của định lý. Vậy miền tải trọng thích ứng là miền lồi. Do đó, để tìm miền thích ứng ta chỉ cần tìm biên của miền thích ứng. Khi tìm được một số hữu hạn điểm biên, ta nối lại bằng các đoạn thẳng hay mặt phẳng ta có miền thích ứng gần đúng (cận dưới của miền thích ứng).

Hệ quả 2 : *Nếu $f(\vec{\sigma}) \leqslant c$ đối xứng qua gốc thì miền tải trọng thích ứng cũng đối xứng qua gốc.*

Thật vậy, ta giả sử $\vec{P} \in G$, ta cần chứng minh $-\vec{P} \in G$.

Ứng với $\vec{P}$ ta có ứng suất đàn hồi $\vec{\sigma}_P^{(e)}(x, P)$

Ứng với $-\vec{P}$ ta có ứng suất đàn hồi $-\vec{\sigma}^{(e)}(\vec{x}, \vec{P})$

Theo giả thiết $\vec{P} \in G$ tức $\exists\vec{\rho}(\vec{x},\vec{P}) \Rightarrow$

$$\begin{cases} L\vec{\rho} = 0, \\ N\vec{\rho} = 0, \\ f(\vec{\sigma}_P^{(e)} + \vec{\rho}) < c \end{cases}$$

Do giả thiết $f(\vec{\sigma}) \leqslant C$ đối xứng qua gốc, mà tại $-\vec{P}$ ta có :

$$\begin{cases} L(-\vec{\rho}) = 0 \\ N(-\vec{\rho}) = 0 \\ f(-\vec{\sigma}_p^{(e)} - \vec{\rho}) < c \end{cases}$$

Nghĩa là $\exists(-\vec{\rho})$ để tại $-\vec{P}$ thỏa mãn các điều kiện của định lý. Đó là điều phải chứng minh.

§ 3. PHÁT BIỂU BÀI TOÁN TÌM MIỀN THÍCH ỨNG DƯỚI DẠNG BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Định lý trên là điều kiện đủ của sự thích ứng, để thành lập bài toán tương ứng với định lý đó ta cần lưu ý $f < c$ sẽ dẫn đến tìm nghiệm bài toán trên miền mở, vì vậy có thể xảy ra trường hợp không có nghiệm. Do đó, ta thay $f < c$ bởi $f \leqslant c$, vì c là hằng số thực nghiệm (giá trị trung bình) và nghiệm bài toán ổn định đối với $f \leqslant c$.

Không mất tính chất tổng quát, ta biểu diễn lực như sau :

$$\vec{P} = \{\lambda_i P_i^{(o)}\}$$

Trong đó λ_i là các tham số biến thiên của lực và chúng có thể thay đổi tùy ý ; $P_i^{(o)}$ là các thành phần của lực cơ sở được chọn trước. Như vậy, khi các λ_i biến thiên thì $\vec{P}$ biến thiên và ngược lại. Vì vậy, để xác định $\vec{P}$ ta chỉ cần xác định ảnh của G trong không gian các tham số $\{\lambda_i\}$. Qua phép biến đổi (co – dãn) ta có G.

Bài toán tìm miền thích ứng là :

$$(\mathrm{I})' \left\{ \begin{array}{l} \lambda_i \to \max \\ \text{với điều kiện} \left\{ \begin{array}{l} L\vec{\rho} = 0 \;\; \forall \vec{x} \in V, \notin S_p \\ N\vec{\rho} = 0 \;\; \forall \vec{x} \in S_p \\ f(\vec{\sigma}_p^{(e)} + \vec{\rho}) \leqslant c \;\; \forall \vec{x} \in V \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Trong đó $\vec{\rho}$, λ_i là ẩn, λ_k $(k \neq i)$ là tham số, $\vec{\sigma}_p^{(e)}$ được biểu diễn qua λ_j và $P_j^{(o)}$:

$$\vec{\sigma}_p^{(e)} = \sum_j \lambda_j \vec{\sigma}^{(e)}_{P_j^{(o)}}, \; \lambda_i \geqslant 0.$$

$$(\mathrm{I})'' \left\{ \begin{array}{l} \lambda_i \to \min \\ \text{với điều kiện} \left\{ \begin{array}{l} L\vec{\rho} = 0 \;\; \forall \vec{x} \in V, \notin S_p \\ N\vec{\rho} = 0 \;\; \forall \vec{x} \in S_p \\ f(\vec{\sigma}_p^{(e)} + \vec{\rho}) \leqslant c \;\; \forall \vec{x} \in V \end{array} \right. \end{array} \right.$$

λ_k $(k \neq i)$ là tham số, $\lambda_i \leqslant 0$.

Nếu $f(\vec{\sigma}) \leqslant c$ đối xứng qua gốc thì theo hệ quả 2 ta chỉ giải (I)' với $\lambda_i \geqslant 0$ sau đó suy ra miền ứng với $\lambda_i \leqslant 0$.

(I)' và (I)'' là những bài toán quy hoạch tham số trong không gian hàm.

Ghi chú : Khi thành lập các bài toán (I)' hay (I)'' ta đã chọn một tham số nào đó, chẳng hạn λ_i làm mục tiêu, các tham số còn lại của tải trọng làm tham số của bài toán.

Như vậy, một vấn đề được đặt ra là khi đánh tráo vai trò của các tham số tải trọng thì miền thích ứng có duy nhất hay không ?

Dễ dàng chứng minh rằng, việc chọn tham số nào làm ẩn là tùy ý, miền thích ứng vẫn duy nhất.

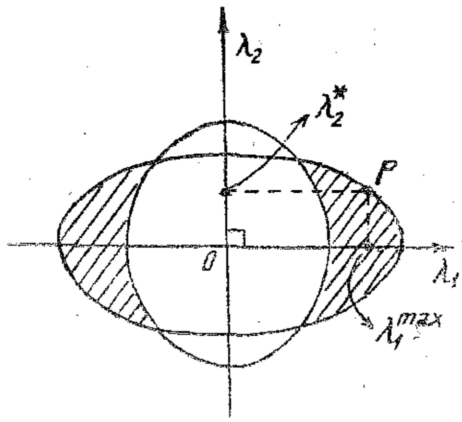
Thật vậy, ta xét cho trường hợp hai tham số tải trọng λ_1 và λ_2.

Giả sử khi chọn λ_1 làm ẩn, ta có miền thích ứng G_1, khi chọn λ_2 làm ẩn ta có G_2.

Và $\quad Q \equiv G_1 \cap G_2 \neq \varnothing$

Xét $\quad \vec{P} \in Q, \; \vec{P} \notin G_2$

$P \in \Gamma_{G_1}$ (Γ_{G_1} biên G_1)



Hình 2

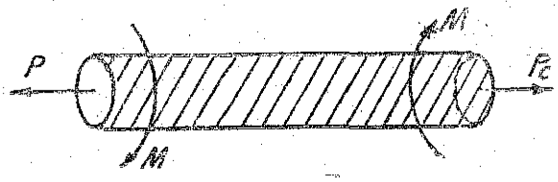
Do $\quad \vec{P} \in G \Rightarrow \exists \vec{\rho}(\vec{x}, \vec{P})$ hay $\exists \rho(x, \lambda_1^{max}, \lambda_2^*)$

$$\text{thỏa mãn} \left\{ \begin{array}{l} L\vec{\rho} = 0, \\ N\vec{\rho} = 0, \\ f(\vec{\sigma}_p^{(e)} + \vec{\rho}) \leqslant c \end{array} \right.$$

Mặt khác, $\vec{\rho}(\vec{x}, \lambda_1^{max}, \lambda_2^*)$ cũng thỏa mãn các điều kiện của bài toán tìm λ_2^{max}, vậy $\vec{P} \in G_2$, nghĩa là G_1 và G_2 trùng nhau $(Q = \varnothing)$.

§ 4. PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN (I)' VÀ (I)''

Ta đưa bài toán quy hoạch tham số (I) từ vô hạn về hữu hạn chiều bằng cách ùng phương pháp sai phân hay phần tử hữu hạn [3]. Sau đó giải bài toán quy hoạch tham số theo các thuật toán thích hợp [5, 6].



Hình 3

Thí dụ : Nhằm mục đích minh họa và so sánh, chúng ta chọn một thí dụ đã được giải theo các phương pháp khác nhau [4, 7].

Tìm miền thích ứng của thanh tròn, chịu tác dụng đồng thời kéo và xoắn bởi lực P và mômen M, biến thiên quanh các giá trị cho trước P_o và M_o

Đặt
$$M = M_o + \Delta M$$
$$P = P_o + \Delta P$$

$$M = M_o + \Delta M = (\lambda^*_{o1} + \lambda^*_1)M^* \Rightarrow$$
$$\begin{cases} M_o = (\lambda^*_{o1} + \lambda^*_1)M^*, \\ \Delta M = \lambda^*_1 M^* \end{cases}$$
$$P = P_o + \Delta P = (\lambda^*_{o2} + \lambda^*_2)P^* \Rightarrow$$
$$\begin{cases} P_o = \lambda^*_{o2} P^* \\ \Delta P = \lambda^*_2 P^* \end{cases}$$

Trong đó M^*, P^* là các tải trọng cơ sở xác định trước λ^*_1, λ^*_2 là các tham số ·iến thiên của tải trọng.

Để tính toán đơn giản ở đây ta chọn $M^* = 1$, $P^* = 1$. Nghiệm đàn hồi của bài oán là [7]

$$\tau^*_{\varphi z} = \frac{2M}{\pi a^4}, \quad \sigma^*_z = \frac{P}{\pi a^2}$$, a là bán kính của tiết diện ngang của thanh.

Ta xét trên các biến không thứ nguyên.

$$q = \frac{r}{a}, \quad \tau^* = \frac{\tau^*_{\varphi z}}{\tau_s}, \quad \sigma^* = \frac{\sigma^*_z}{\sigma_s}, \quad m = \frac{2M}{\pi a^3 \tau_s}, \quad p = \frac{P}{\pi a^2 \tau_s}$$

τ_s, σ_s là giới hạn chảy của τ và σ

Khi đó
$$\tau^* = 1 \,.\, (\lambda_{o1} + \lambda_1)q,$$
$$\sigma^* = 1 \,.\, (\lambda_{o2} + \lambda_2)$$

Trong đó
$$\lambda_{o1} = \frac{2\lambda^*_{o1}}{\pi a^3 \tau_s}, \quad \lambda_1 = \frac{\lambda^*_1}{\pi a^3 \tau_s}, \quad \lambda_{o2} = \frac{\lambda^*_{o2}}{\pi a^2 \sigma_s}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda^*_2}{\pi a^2 \sigma_s}$$

Ta chọn một trường ứng suất dư không thứ nguyên phụ thuộc một thông số chưa xác định α là

$$\bar{\sigma} = 0, \quad \bar{\tau} = \alpha\left(1 - \frac{4}{3} q\right)$$

Trường ứng suất tổng cộng là

$$\tau = \tau^* + \bar{\tau} = (\lambda_{o1} + \lambda_1)q + \alpha\left(1 - \frac{4}{3} q\right),$$
$$\sigma = \sigma^* + \bar{\sigma} = \lambda_{o2} + \lambda_2$$

Khi $p = 0$, ta chọn điều kiện dẻo $|\tau| \leqslant 1$. Bài toán thích ứng là

$$\lambda_1 \to \max$$

với các điều kiện
$$\begin{cases} -1 \leqslant (\lambda_{o1} + \lambda_1)q + \alpha\left(1 - \frac{4}{3}q\right) \leqslant 1, \ \forall q \in [0, 1] \\ \lambda_1 \geqslant 0 \quad \lambda_1 \text{ và } \alpha \text{ là ẩn} \end{cases}$$

Ta chia đoạn $[0, 1]$ thành 10 phần bằng nhau. Xét gần đúng chỉ tại các nút chia, bài toán thích ứng trở thành bài toán quy hoạch tuyến tính. Bài toán đó có thể giải dễ dàng bằng thuật toán đơn hình hay bằng phương pháp đồ thị trên mặt phẳng (λ_1, α). Theo định lý E. Melan, buộc phải thỏa mãn điều kiện (1.1)

$$\exists \vec{\rho}(\vec{x}), \quad \forall \vec{P} \in G$$

do đó nghiệm của bài toán là

$$-\frac{4}{3}\pi a^3\tau_s \leqslant M \leqslant \frac{2}{3}\pi a^3\tau_s, \quad \bar{\sigma} = 0, \quad \bar{\tau} = \frac{4}{3}q - 1.$$

hoặc

$$-\frac{2}{3}\pi a^3\tau_s \leqslant M \leqslant \frac{4}{3}\pi a^3\tau_s, \quad \bar{\sigma} = 0, \quad \bar{\tau} = 1 - \frac{4}{3}q$$

$$(M_o = 0, \ \Delta M_{max} = 2\pi a^3\tau_s)$$

Theo định lý chúng tôi vừa thu được ở phần §2 thì miền thích ứng là

$$-\frac{4}{3}\pi a^3\tau_s \leqslant M \leqslant \frac{4}{3}\pi a^3\tau_s$$

$$\left(M_o = 0, \quad \Delta M_{max} = \frac{8}{3}\pi a^3\tau_s\right)$$

Trường hợp $p \cdot m \neq 0$, ta dùng điều kiện dẻo $\tau^2 + \sigma^2 \leqslant 1$

Bài toán thích ứng là

$$\begin{cases} \lambda_1 \to \max \\ \text{với các điều kiện} \\ \begin{cases} -\beta \leqslant (\lambda_{o1} + \lambda_2)q + \alpha\left(1 - \frac{4}{3}q\right) \leqslant \beta \\ \lambda_1 \geqslant 0, \ \forall q \in [0, 1] \\ \beta = \sqrt{1 - (\lambda_{o2} + \lambda_2)^2} \text{ là tham số} \end{cases} \end{cases}$$

Nghiệm trong trường hợp $M_o = 0$, $P_o = 0$ là

$$-\frac{4}{3}\sqrt{1 - p^2} \leqslant m \leqslant \frac{4}{3}\sqrt{1 - p^2}$$

§5. KẾT LUẬN

1. Định lý mà chúng tôi chứng minh ở phần §2 chứng tỏ tiêu chuẩn thích ứng của E. Melan là quá chặt, trên cơ sở định lý mới việc tìm miền thích ứng được dễ dàng hơn.

Nhờ các hệ thức đối ngẫu trong quy hoạch toán học ta có thể lập bài toán đối ngẫu và phát biểu định lý đối ngẫu tương tự như định lý động của W. T. Koiter [1].

2. Trong thực tế hệ có thể phải chịu những tải trọng biến thiên dạng $\vec{P} = \vec{P}_o + \vec{\Delta P}(t)$. Trong đó chỉ $\vec{\Delta P}(t)$ thay đổi theo thời gian thì các kết quả trên đây cũng có thể áp dụng được, chỉ cần cải biên chút ít.

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 4/7/1985

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. KOITER W.T. General Theorems for elastic-plastic Solids. Progress in Solid ıanics. Volume I, chapter IV, Amsterdam, 1960.

2. NGUYỄN VĂN PHÓ. Mở rộng định lý E. Melan và phương pháp giải bài toán ı tra và thiết kế tối ưu của hệ chịu tác dụng tải trọng và nhiệt độ biến thiên. Tạp Khoa học kỹ thuật — Viện Khoa học Việt Nam. Số 3-1976.

3. NGUYỄN ĐĂNG HUNG and JAN A. KONIG. A finite element formulation for :edown problems using a yelid criterion of the mean. Computer Methods in Applied ıanics and Engineering. Volume 8, No 2 June, 1976.

4. NGUYỄN VĂN PHÓ. Xác định khả năng chịu lực của hệ chịu tác dụng tải g và nhiệt độ biến thiên bằng lý thuyết quy hoạch. Tạp chí Khoa học kỹ thuật — ı khoa học Việt Nam số 6-1972.

5. ТЕЛЕГЕНОВ К. Б., КАЛЧАЕВ К.К., ЗАПЛЕТИН П.П. Методы матема-ского программирования. Изд. « Наука » Казахской ССР, Алма — Ата, 1975.

6. ГОЛЬШТЕЙН Е.Г., ЮДИН Д.Б. Новые направления в линейном програ-рований. « Советское радио », Москва, 1966.

7. РОЗЕНБЛЮМ В.И. К теории приспособляемости упруго — пластических . Изв. АН СССР — ОТН N°6, 1958.

SUMMARY

ON A THEOREM OF SHAKEDOWN THEORY

In this paper, the author proved a Theorem of Shakedown Theory. In which dition there is a time independent residual Stress field $\vec{\rho}(\vec{x})$ for $\forall \vec{P} \in G$ E.Melan's orem is changed by the condition $\exists \vec{\rho}(\vec{x},\vec{P})$ at any point $\vec{P} \in G$, i. e. $\vec{\rho} = \vec{\rho}(\vec{x}, t)$

By which, the author shows the way of solving the Shakedown problem by the .hods of parametric Mathematical programming.

For illustration, we consider the simple example of a Shaft subjected to tensio- and torsional forces.

TIẾP NHẬN TRANG THIẾT BỊ NGHIÊN CỨU CƠ HỌC CỦA VIỆN HÀN LÂM KHOA HỌC LIÊN XÔ GỬI TẶNG

Vừa qua, tại Hà Nội đã tổ chức lễ bàn giao các trang thiết bị nghiên cứu cơ học a viện Hàn lâm khoa học Liên Xô gửi tặng viện Khoa học Việt Nam.

Tham dự buổi lễ, về phía Việt Nam có giáo sư tiến sĩ Nguyễn Văn Đạo, Phó viện rởng kiêm tổng thư ký viện Khoa học Việt Nam, đại diện các cơ quan chức năng của ịu, một số cán bộ nghiên cứu cơ học, đại diện một số cơ quan thông tin, tuyên ıyền. Trong buổi lễ, đồng chí A. I. Lupa tham tán khoa học đại sứ quán Liên Xô tại ịệt Nam đã trao tặng tượng trưng thiết bị và danh sách các thiết bị đã gửi sang. Đồng ı Nguyễn Văn Đạo đã tiếp nhận và bày tỏ lòng cám ơn chân thành đối với viện Hàn m khoa học Liên Xô nói chung và viện Nghiên cứu máy nói riêng về sự giúp đỡ quý .n của viện Hàn lâm khoa học Liên Xô đối với ngành cơ học nước ta.

Đợt đầu viện Khoa học Việt Nam đã nhận được một số máy tính tương tự, các ang thiết bị điện tử phục vụ cho việc nghiên cứu cơ học máy, một số thiết bị quang, ıiệt, y học v.v... với tổng giá trị khoảng 25 vạn rúp. Bốn chuyên gia của viện Nghiên ru máy viện Hàn lâm khoa học Liên Xô đã sang giúp đỡ lắp đặt, hướng dẫn sử dụng, n hiểu thêm tình hình cụ thể để chuẩn bị cho việc gửi tiếp đợt sau.