

ỔN ĐỊNH CỦA THANH TỪ VẬT LIỆU CÓ TÍNH GIÀ VÀ DI TRUYỀN

TÔ VĂN TẤN

Trong [1] khi nghiên cứu ổn định các hệ làm việc trong điều kiện từ biến (thường là từ kim loại, hợp kim ở nhiệt độ cao) đã đưa ra tiêu chuẩn ổn định dựa trên cơ sở phân tích các điểm phân nhánh giả của quá trình cơ bản và chỉ ra phương pháp xác định tập hợp các điểm ấy.

Trong [2] đã nghiên cứu ổn định vật thể có tính chất di truyền không già (thường dùng cho pôlime).

Trong bài báo này nghiên cứu sự ổn định của thanh có tính chất di truyền già (dùng cho bê tông). Đã đưa ra tiêu chuẩn ổn định đối với lớp vật liệu này đồng thời là lời giải bài toán ổn định của thanh di truyền già.

§1. QUAN HỆ ỨNG SUẤT — THỜI GIAN TỚI HẠN

Xét quan hệ xác định dạng

$$e(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} - \int_0^t \sigma(\tau)K(t, \tau)d\tau \quad (1.1)$$

Chúng ta xem $E(t) = E = \text{const}$, còn nhân từ biến $K(t, \tau)$ có dạng

$$K(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi(\tau)(1 - e^{-\gamma(t-\tau)})] \quad (1.2)$$

trong đó hàm già $\varphi(\tau)$ là dương, liên tục và đơn điệu giảm, ngoài ra

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi(\tau) = C_0 \quad (C_0 > 0)$$

hằng số C_0 là giá trị giới hạn độ đo từ biến của vật liệu ở độ tuổi già.

Ta chọn hàm già dưới dạng:

$$\varphi(\tau) = C_0 + A_0 e^{-\beta\tau} \quad (1.3)$$

trong đó A_0, C_0, β — là các hằng số vật liệu.

Giả sử cùng với $\sigma^0(t), e^0(t)$ ứng với quá trình cơ bản, tồn tại $\sigma(t), e(t)$ rất gần sao cho $\Delta\sigma = \sigma - \sigma^0 \ll \sigma^0, \Delta e = e - e^0 \ll e^0$ khi đó có thể viết (1.1) thành dạng

$$\Delta e(t) = \frac{\Delta\sigma(t)}{E} - \int_0^t \Delta\sigma(\tau)K(t, \tau)d\tau \quad (1.4)$$

Phân tích $\Delta\sigma(t)$ thành chuỗi tại lân cận $\tau = t$ đối với phân nhánh giả bậc không PGO ($\Delta\sigma = \Delta e = \Delta\dot{\sigma} = \Delta\ddot{\sigma} = \dots = 0, \Delta\sigma \neq 0, \Delta e \neq 0$) từ (1.4) ta thu được tương tự đàn hồi $\Delta\sigma = \tilde{E}_0 \Delta e$ trong đó

$$\tilde{E}_0 = E \left[1 - E \int_0^t K(t, \tau) d\tau \right]^{-1} \quad (1.5)$$

Để xác định thời điểm PG1 ($\Delta\sigma = \Delta e = \Delta\dot{\sigma} = \Delta\ddot{\sigma} = \dots = 0, \Delta\dot{\sigma} \neq 0, \Delta e \neq 0$) ta đạo hàm (1.4) theo t và sử dụng định nghĩa PG1, ta thu được

$$\Delta\dot{\sigma} = \tilde{E}_1 \Delta\dot{e}$$

trong đó

$$\tilde{E}_1 = E \left[1 - E \int_0^t (\tau - t) \dot{K}(t, \tau) d\tau \right]^{-1} \quad (1.6)$$

Đối với PG2 ta thu được tương tự đàn hồi

$$\Delta\ddot{\sigma} = \tilde{E}_2 \Delta\ddot{e}$$

trong đó

$$\tilde{E}_2 = E \left[1 - \frac{E}{2!} \int_0^t (\tau - t)^2 \ddot{K}(t, \tau) d\tau \right]^{-1} \quad (1.7)$$

Tương tự như vậy đối với trường hợp chung PGN ($\Delta\sigma = \Delta e = \Delta\dot{\sigma} = \Delta\ddot{\sigma} = \dots = 0, \Delta\sigma \neq 0, \Delta e \neq 0$) ta có $\Delta\sigma = E_N \Delta e$ trong đó môđun đàn hồi ảo

$$\tilde{E}_N = E \left[1 - \frac{E}{N!} \int_0^t (\tau - t)^N K^{(N)}(t, \tau) d\tau \right]^{-1} \quad (1.8)$$

Từ (1.2), (1.3), (1.5) ta thu được:

$$\tilde{E}_0 = E [1 - E(A_0 + C_0)(e^{-\gamma t} - 1)]^{-1} \quad (1.9)$$

Sử dụng lời giải bài toán ổn định đàn hồi trong đó E được thay bằng E_0 cho phép xác định thời gian tới hạn. Nếu tác dụng lên thanh lực P và như vậy là ứng suất $\sigma = P/F$ khi đó từ (1.9) ta có:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\sigma}} = [1 - E(A_0 + C_0)(e^{-\gamma t} - 1)]^{-1}$$

σ_{σ} - ứng suất Ole.

Do đó ta thu được thời gian tới hạn:

$$t^* = \frac{1}{\gamma} \ln \left[1 + \frac{t}{E(A_0 + C_0)} \left(1 - \frac{\sigma_{\sigma}}{\sigma} \right) \right] \quad (1.10)$$

Để xác định E_1 của PG1 từ (1.2), (1.3), (1.6) ta có:

$$\tilde{E}_1 = E \left\{ 1 + EC_0 [1 - e^{-\gamma t}(1 + \gamma t)] + \frac{EA_0 \gamma}{\gamma - \beta} [e^{-\beta t} - e^{-\gamma t}(1 + (\gamma - \beta)t)] \right\}^{-1} \quad (1.11)$$

Để xác định E_2 từ (1.2), (1.5) ta tính $K(t, \tau)$, đặt $K(t, \tau)$ tìm được vào (1.7) ta có:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_2 = E \left\{ 1 + EC_0 \left[1 - e^{-\gamma t} \left(1 + \gamma t + \frac{\gamma^2 t^2}{2!} \right) \right] + \right. \\ \left. + \frac{EA_0 \gamma^2}{(\gamma - \beta)^2} \left[e^{-\beta t} - e^{-\gamma t} \left(1 + t(\gamma - \beta) + \frac{(\gamma - \beta)^2 t^2}{2!} \right) \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (1.12)$$

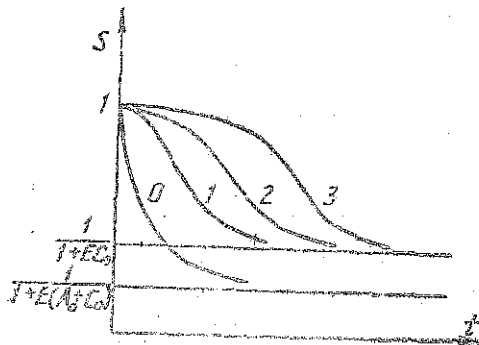
Tương tự như vậy có thể tính được

$$\begin{aligned} \tilde{E}_N = E \left\{ 1 + EC_0 \left[1 - e^{-\gamma t} \left(1 + \gamma t + \frac{\gamma^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{\gamma^N t^N}{N!} \right) \right] + \right. \\ \left. \frac{EA_0 \gamma^N}{(\gamma - \beta)^N} \left[e^{-\beta t} - e^{-\gamma t} \left(1 + (\gamma - \beta)t + \frac{(\gamma - \beta)^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{(\gamma - \beta)^N t^N}{N!} \right) \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Kí hiệu $S = \sigma/\sigma_0$, từ (1.13) ta thu được:

$$\begin{aligned} S = \left\{ 1 + EC_0 \left[1 - e^{-\gamma t} \left(1 + \gamma t + \frac{\gamma^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{\gamma^N t^N}{N!} \right) \right] + \right. \\ \left. \frac{EA_0 \gamma^N}{(\gamma - \beta)^N} \left[e^{-\beta t} - e^{-\gamma t} \left(1 + (\gamma - \beta)t + \frac{(\gamma - \beta)^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{(\gamma - \beta)^N t^N}{N!} \right) \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (1.14)$$

Trên cơ sở (1.10), (1.14) với các N khác nhau ta có thể vẽ được các đường cong ứng với các giá trị N (hình 1)



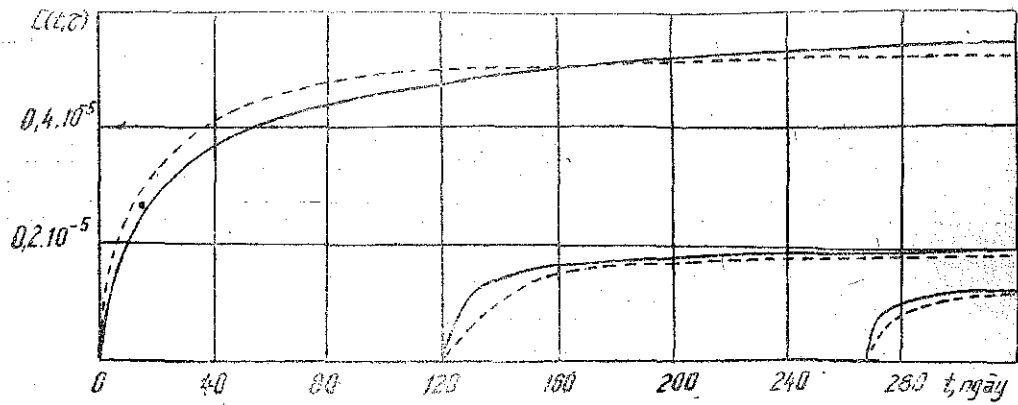
Hình 1

§2. SO SÁNH VỚI THỰC NGHIỆM

Trong công trình thực nghiệm [3] đã nghiên cứu vấn đề ổn định các cột bê tông cốt thép. Các cột có độ mảnh $\lambda = l/h = 27,5$ và chiều dài tính toán $l = 137\text{cm}$, tiết diện chữ nhật $12 \times 5\text{cm}^2$. Trong cột đặt hỗn thanh thép dọc $\Phi 7\text{mm}$ và các thanh nối $\Phi 4\text{mm}$.

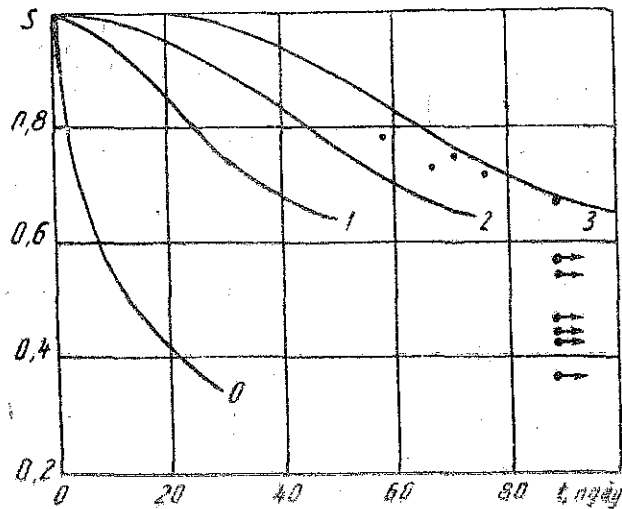
Để xác định đặc trưng từ biến bê tông φ_t đã chất tải dài hạn mẫu $10 \times 10 \times 40\text{cm}^3$ và vẽ được đồ thị đặc trưng từ biến. Môđun đàn hồi ban đầu của bê tông là $E_0 = 3,4 \cdot 10^5 \text{kG/cm}^2$. Các số liệu thực nghiệm nghiên cứu ổn định các cột cho trong [3]. Theo đồ thị $\varphi_t \sim t$ [3] ta dừng lại đồ thị độ đo từ biến $C(t, \tau) \sim t$ (Hình 2). Đường nét liền biểu diễn kết quả từ thực nghiệm, còn đường nét đứt do ta chọn gần đúng đường thực nghiệm với các thông số sau:

$$\begin{aligned} A_0 = 0,37 \cdot 10^{-5} \text{cm}^2/\text{kG}, C_0 = 0,15 \cdot 10^{-5} \text{cm}^2/\text{kG} \\ \gamma = 0,04, \beta = 0,92. \end{aligned} \quad (2.1)$$



Hình 2

Sử dụng các thông số (2.1) ta vẽ được các đường cong ứng với các bậc phân nhánh giả N khác nhau (hình 3).



Hình 3

Ta nhận thấy rằng đa số các điểm thực nghiệm nằm vào vạch giữa PG2 và PG3. Một số cột chịu tải đến 322 ngày mà không bị mất ổn định (điểm có mũi tên).

§3. KẾT LUẬN

1. So sánh các kết quả thu được với thực nghiệm ta thấy đối với các thanh từ vật liệu di truyền giả có thể xem $N = 2$ là bậc phân nhánh giả tới hạn, hay nói cách khác PG2 là biên giới của miền ổn định.
2. Có thể sử dụng (1.14) với $N = 2$ để tính thời gian tới hạn của các cột bê tông, bê tông cốt thép khi cho trước tải trọng tác dụng.
3. Có thể xác định được giới hạn ổn định dài hạn của các thanh từ vật liệu giả theo công thức (1.14) khi cho t tiến tới vô cực.

Địa chỉ
Trường ĐH Xây dựng HN

Nhận ngày 26/3/1986
(Xem tiếp trang 32)