Tạp chí Cơ học T. IX, 1987 số 1 (trang 8 – 15)

VỀ MỘT BÀI TOÁN KHUẾCH TÁN RỐI HỢP CHẤT

TRẦN VĂN CÚC

§1. ĐẶT BÀI TOÁN

Khi tìm quy luật phân bố nồng độ hợp chất (phù sa, bụi, muối) trong chất lỏng các tác giả [1], [2], [3]... đều xem quy luật đó thỏa mãn quá trình khuếch tán rối.

Sau đây ta sẽ ứng dụng lý thuyết khuếch tán để tìm quy luật phân bố hợp chất (phù sa) trong miền dòng chảy hữu hạn và nửa vô hạn với những điều kiện thích hợp xảy ra trong thực tế, mở rộng trực tiếp các kết quả mà [1] [2] thu được.

§2. PHƯƠNG TRÌNH KHUẾCH TÁN VÀ MÔ HÌNH BÀI TOÁN

Ở đây vẫn sử dụng phương trình khuếch tán mà [2] đã xét.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = K_1\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_2\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \omega\frac{\partial C}{\partial y} \tag{2.1}$$

trong đó: $C = C(x, y, t)$ là nồng độ của hợp chất (xét bài toán phẳng, không dừng)

u — là vận tốc trung bình dòng ngoài và giả thiết không đổi, hướng theo dòng

K_1, K_2 — là hệ số khuếch tán theo các trục tọa độ ox, oy và cũng giả thiết không đổi

Hệ tọa độ oxy có gốc ở sát đáy tại mặt cắt ban đầu $x = 0$; ox hướng theo dòng; y hướng theo chiều thẳng đứng; ω là vận tốc rơi của hợp chất và xem không đổi.

Ta sẽ tìm quy luật phân bố nồng độ hợp chất thỏa mãn phương trình (2.1) với mô hình và giả thiết sau:

1. Dòng chảy có chiều sâu không đổi h

2. Giả sử tại mặt cắt ban đầu đã biết qui luật phân bố nồng độ hợp chất:

$$C = C(o, y, t) = f(y, t) \tag{2.2}$$

3. Trên đáy hợp chất không thấm qua (đáy cứng)

$$\frac{\partial C}{\partial y} = 0 \qquad \text{với } y = 0 \tag{2.3}$$

4. Trên mặt thoáng hợp chất thỏa mãn điều kiện khuếch tán cân bằng với trọng lực:

$$K_2\frac{\partial C}{\partial y} + \omega C = 0 \qquad \text{với } y = h \tag{2.4}$$

5. Tại mặt cắt $x = l$ xác định nào đó kể từ mặt cắt ban đầu, ta biết được phân bố hợp chất thỏa mãn điều kiện :

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{với } x = l \tag{2.5}$$

Thông thường khi cách mặt cắt ban đầu đủ xa, kích động suy giảm phân bố nồng độ có xu thế không phụ thuộc vào chiều dài dòng chảy, thỏa mãn điều kiện (2.5).

6. Giả sử tại thời điểm ban đầu trong miền dòng chảy có chiều dài l đã có một phân bố xác định nào đó.

$$C(x, y, o) = f_o(x, y) \tag{2.6}$$

Tóm lại cần xác định qui luật phân bố nồng độ hợp chất thỏa mãn phương trình (2.1) trong miền $\Omega_l = \{0 < x < l;\ 0 < y < h;\ t > 0\}$ với các điều kiện (2.2) ÷ (2.6).

Trong đó các hàm $f_o(x, y)$; $f(y, t)$ giả thiết thỏa mãn tất cả các điều kiện đòi hỏi của bài toán.

§3. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

Trước hết ta dùng phép đổi biến.

$$\xi = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}\,\frac{x}{h}\,; \quad \eta = \frac{y}{h}\,; \quad \tau = \frac{K_2}{h^2}\,t \tag{3.1}$$

Phép biến đổi (3.1) xác định, đơn trị, nhờ (3.1) miền Ω_l trở thành miền $\Omega_{l_o} = \{0 < \xi < l_o,\ 0 < \eta < 1,\ \tau > 0\}$

Trong đó

$$l_o = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}}\,\frac{l}{h} \tag{3.2}$$

Các hàm $C(x, y, t)$; $f_o(x, y)$; $f(y,t)$ là các hàm của biến mới ξ, η, τ.

Đặt :

$$C(\xi, \eta, \tau) = \exp(a\xi - b\eta - C_o\tau)\ \theta(\xi, \eta, \tau). \tag{3.3}$$

trong đó : $\theta(\xi, \eta, \tau)$ là hàm mới phải tìm và

$$a = \frac{uh}{2\sqrt{K_1K_2}}, \quad b = \frac{\omega h}{2K_2}, \quad C_o = a^2 + b^2. \tag{3.4}$$

với phép đổi biến (3.1) và phép đổi hàm (3.3). Phương trình đối với hàm $\theta(\xi, \eta, \tau)$ và các điều kiện tương ứng suy từ (2.1) ÷ (2.6) sẽ có dạng :

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2} \tag{3.5}$$

$$\theta(\xi, \eta, 0) = \exp(-a\xi + b\eta)f_o(\xi, \eta) \tag{3.6}$$

$$\theta(0, \eta, \tau) = \exp(b\eta + C_o\tau)f(\eta, \tau) \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} + a\theta = 0 \quad \text{khi } \xi = l_o \tag{3.8}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\eta} + b\theta = 0 \quad \text{khi } \eta = 1 \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\eta} - b\theta = 0 \quad \text{khi } \eta = 0 \tag{3.10}$$

Nghiệm của bài toán (3.5) ÷ (3.10) trong miền Ω_{l_o} có thể tìm dưới dạng :

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \sum_{m,n=1}^{\infty} T_{mn}(\tau)\ \varphi_m(\xi)\ \psi_n(\eta) \tag{3.11}$$

trong đó

$$\varphi_m(\xi) = \sin \alpha_m \xi \tag{3.12}$$

với α_m là dãy nghiệm dương của phương trình

$$\mathrm{tg}\, l_o \alpha_m = -\alpha_m / a \; ; \quad m = 1, 2, \ldots \tag{3.13}$$

$$\psi_n(\eta) = \cos\beta_n\eta + \frac{b}{\beta_n} \sin\beta_n\eta \tag{3.14}$$

với β_n là dãy nghiệm dương của phương trình

$$2\mathrm{ctg}\beta_n = \beta_n / b \; ; \quad n = 1, 2, \ldots \tag{3.15}$$

$$T_{mn}(\tau) = A_{mn} \int_0^1 \int_0^{l_o} \theta(\xi, \eta, \tau)\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta \tag{3.16}$$

với

$$A_{mn} = \frac{4(\alpha_m^2 + a^2)\beta_n^2}{(2b + b^2 + \beta_n^2)\left[a^2 + l_o(a^2 + \alpha_m^2)\right]} \tag{3.17}$$

Tích phân từng phần 2 lần theo ξ vế phải (3.16) và sử dụng điều kiện (3.7), (3.8) ta có

$$\alpha_m^2 T_{mn}(\tau) = A_{mn} \left[\alpha_m e^{C_o\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, \tau) \psi_n(\eta) d\eta - \right.$$

$$\left. - \int_0^1 \int_0^{l_o} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta \right] \tag{3.18}$$

Tích phân từng phần 2 lần theo η vế phải (3.16) sử dụng (3.9), (3.10) ta có

$$\beta_n^2\, T_{mn}(\tau) = -A_{mn} \int_0^1 \int_0^{l_o} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta \tag{3.19}$$

Đạo hàm 2 vế (3.16) theo τ ta có

$$T'_{mn}(\tau) = A_{mn} \int_0^1 \int_0^{l_o} \frac{\partial \theta}{\partial \tau}\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta \tag{3.20}$$

Cộng (3.18) với (3.19) và (3.20) sử dụng (3.5) ta có

$$T'_{mn}(\tau) + (\alpha_m^2 + \beta_n^2) T_{mn}(\tau) = A_{mn}\alpha_m e^{C_o\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, \tau)\, \psi_n(\eta)\, d\eta \tag{3.21}$$

Tích phân theo τ phương trình (3.21) ta có

$$T_{mn}(\tau) = \exp\left[-(\alpha_m^2 + \beta_n^2)\tau \right] \times$$

$$\times \left[C_{mn} + A_{mn}\alpha_m \int_0^{\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, \tau) \psi_n(\eta)\, e^{\lambda_{mn} t}\, d\eta dt \right] \tag{3.22}$$

với $\lambda_{mn} = \alpha_m^2 + \beta_n^2 + C_o$, C_{mn} là hằng số tích phân.

Từ (3.12); (3.6), (3.12). Suy ra:

$$C_{mn} = T_{mn}(o) = A_{mn} \int_0^1 \int_0^{l_o} \theta(\xi, \eta, 0)\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta$$

$$= A_{mn} \int_0^1 \int_0^{l_o} \exp(-a\xi + b\eta) f(\xi, \eta) \varphi_m(\xi) \psi_n(\eta) d\xi d\eta. \tag{3.23}$$

Thay (3.23) vào (3.22) sau đó thay vào (3.11) ta có nghiệm của bài toán (3.5) ÷ (3.10) trong miền Ω_{l_o} :

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} \Big\{ \int_0^1 \int_0^{l_o} \exp(-a\xi + b\eta)\, f_o(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta)\, d\xi d\eta +$$

$$+ \alpha_m \int_0^{\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, t) \psi_n(\eta)\, e^{\lambda_{mn} t}\, d\eta dt \Big\} e^{(C_o - \lambda_m)\tau} \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta) \tag{3.24}$$

Thay (3.24) vào (3.3) ta được nghiệm của bài toán đặt ra trong miền Ω_{l_o} :

$$C(\xi, \eta, \tau) = \exp(a\xi - b\eta) \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} \Big\{ \int_0^1 \int_0^{l_o} \exp(-a\xi + b\eta) f_o(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta) d\xi d\eta +$$

$$+ \alpha_m \int_0^{\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f_1(\eta, t) \psi_n(\eta) e^{\lambda_{mn} t}\, d\eta dt \Big\} e^{-\lambda_{mn}\tau} \varphi_m(\xi) \psi_n(\eta) \tag{3.25}$$

Nếu trở lại biến cũ x, y, t theo (3.1) ta có nghiệm của bài toán đặt ra trong miền Ω_l.

§4. MÔ HÌNH DÒNG CHẢY LÀ NỬA DẢI

Hầu hết các tác giả [1], [2], [3], [4] đều xét dòng chảy là nửa dải vô hạn. Sau đây ta sẽ chỉ ra rằng trường hợp dòng chảy là nửa dải, nghiệm của bài toán tương ứng sẽ được suy từ nghiệm của bài toán trong trường hợp dòng chảy là hữu hạn bằng cách cho $l \to \infty$

Quả vậy với dòng chảy là nửa dải thì $\Omega_l \to \Omega_\infty = \{0 < x < \infty;\ 0 < y < h;\ t > 0\}$

Điều kiện biên (2.5) được thay bởi điều kiện:

$$\frac{\partial C}{\partial x} \to 0 \text{ khi } x \to \infty \tag{4.1}$$

Viết biểu thức nghiệm (3.25) dưới dạng:

$$\exp(-a\xi + b\eta)\, C(\xi, \eta, \tau) = C_1(\xi, \eta, \tau) + C_2(\xi, \eta, \tau) \tag{4.2}$$

trong đó:

$$C_1(\xi, \eta, \tau) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn}' \left\{ \int_0^1 \int_0^{l_0} e^{-a\xi + b\eta} f(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta) d\xi d\eta \right\} e^{-\lambda_{mn}\tau}\, \varphi_m(\xi)\, \psi_n(\eta) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \int_0^1 \left[\sum_{m=1}^{\infty} A_{mn} \left(\int_0^{l_0} e^{-a\xi} f(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi) d\xi \right) \varphi_m(\xi) e^{-\alpha_m^2 \tau} \right] e^{b\eta} \psi_n(\eta)\, d\eta \right\} \times$$

$$\times\, e^{-(\beta_n^2 + C_o)\tau} \psi_n(\eta). \tag{4.3}$$

$$C_2(\xi, \eta, \tau) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} \left\{ \alpha_m \int_0^{\tau} \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, t)\, \psi_n(\eta)\, e^{\lambda_{mn} t} d\eta dt \right\} e^{-\lambda_{mn}\tau}\, \varphi_m(\xi)\, \varphi_n(\eta) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \int_0^{\tau} \left[\sum_{m=1}^{\infty} A_m \alpha_m\, e^{-(\tau - t)\alpha_m^2} \varphi_m(\xi) \right] g_1(\beta_n, t)\, e^{(\beta_n^2 + C_o)t} dt \right\} \times$$

$$\times\, e^{-(\beta_n^2 + C_o)\tau} \psi_n(\eta) \tag{4.4}$$

Với:

$$A_m = \frac{2(a^2 + \alpha_m^2)}{a + l_o(a^2 + \alpha_m^2)}, \quad B_n = \frac{2\beta_n^2}{2b + b^2 + \beta_n^2},$$

$$g_1(\beta_n, \tau) = \int_0^1 e^{b\eta} f(\eta, \tau)\, \psi_n(\eta) d\eta. \tag{4.5}$$

Gọi $$I_1(\xi, \eta, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \left[\int_0^{l_0} e^{-a\xi} f_o(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi)\, d\xi \right] e^{-\alpha_m^2 \tau} \varphi_m(\xi) \tag{4.6}$$

Từ (3.18) suy ra:

$$\left(l_o + \frac{a}{a^2 + \alpha_m^2} \right) \Delta(\alpha_m) = \pi$$

hay

$$\Delta(\alpha_m) = \frac{\pi(a^2 + \alpha_m^2)}{a + l_o(a^2 + \alpha_m^2)} = \frac{\pi}{2} A_m\,;\ m = 1, 2, \ldots \tag{4.7}$$

từ (4.7) suy ra:

$$l \to \infty \Leftrightarrow l_o \to \infty \Leftrightarrow \Delta(\alpha_m) \to 0 \tag{4.8}$$

Thay (4.7) vào (4.6) ta có:

$$I_1(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\int_0^{l_0} e^{-a\xi} f_o(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi) d\xi \right] e^{-\alpha_m^2 \tau} \varphi_m(\xi) \Delta(\alpha_m) \tag{4.9}$$

Do chuỗi $$\sum_{m=1}^{\infty} \left[\int_0^{l_0} e^{-a\xi} f_o(\xi, \eta)\, \varphi_m(\xi)\, d\xi \right] e^{-\alpha_m^2 \tau} \varphi_m(\xi)$$

hội tụ với $\tau > 0$ và các tích phân:

$$g_0(\gamma, y) = \int_0^\infty e^{-ax} f_0(x, y) \sin\gamma x dx; \int_0^\infty g_0(x, y) e^{-\tau x^2} \sin \xi x dx \text{ hội tụ} \quad (4.10)$$

Theo [6] Khi $l_0 \to \infty$ $(\Delta(\alpha_m) \to 0)$ ta có:

$$\lim_{l_0 \to \infty} I_1(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty g_0(x, \eta) e^{-\tau x^2} \sin \xi x dx \quad (4.11)$$

Tương tự nếu gọi:

$$I_2(\xi, \tau, t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \alpha_m e^{-(\tau - t)\alpha_m^2} \varphi_m(\xi) \text{ thì:}$$

$$\lim_{l_0 \to \infty} I_2(\xi, \tau, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty x e^{-(\tau - t)x^2} \sin \xi x dx \quad (4.12)$$

Qua giới hạn $(l_0 \to \infty)$ các biểu thức (4.3), (4.4) sử dụng (4.10); (4.12) ta có:

$$\lim_{l_0 \to \infty} C_1(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \int_0^1 \int_0^\infty g_0(x, y) \exp(by - \tau x^2) \sin \xi x \times \right.$$

$$\left. \times \psi_n(y) dx dy \right\} e^{-(\beta_n^2 + C_0)\tau} \psi_n(\eta) \quad (4.13)$$

$$\lim_{l_0 \to \infty} C_2(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \int_0^\tau \left[\int_0^\infty x e^{-(\tau - t)x^2} \sin \xi x dx \right] \times \right.$$

$$\left. \times g_1(\beta_n, t) e^{(\beta_n^2 + C_0)t} dt \right\} e^{-(\beta_n^2 + C_0)\tau} \psi_n(\eta) \quad (4.14)$$

Qua giới hạn $(l_0 \to \infty)$ biểu thức (4.2) sử dụng (4.13), (4.14)
Sau đó chia 2 vế cho $\exp(-a\xi + b\eta)$ ta có:

$$C(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} e^{a\xi - b\eta} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \int_0^1 \int_0^\infty g_0(x, y) e^{-\tau x^2 + by} \sin \xi x \, \psi_n(y) dx dy + \right.$$

$$\left. \int_0^\tau \int_0^\infty \exp[(\beta_n^2 + C_0)t - (\tau - t)x^2] g_1(\beta_n, t) \sin \xi x dx dt \right\} \exp[-(\beta_n^2 + C_0)\tau] \psi_n(\eta) \quad (4.15)$$

Biểu thức (4.15) chính là nghiệm của bài toán đặt ra trong miền $\Omega_\infty = \{0 < \xi < \infty; 0 < \eta < 1, \tau > 0\}$

Trường hợp đặc biệt:

$$f_0(x, y) = Q_0 = \text{const}, \; f_1(y, t) = Q_1 = \text{const} \; [2]$$

Trong trường hợp này từ (4.5) và (4.10) suy ra:

$$g_1(\beta_n, \tau) = Q_1 \frac{\sin\beta_n}{\beta_n} \quad (4.16); \quad g_o(\gamma, y) = Q_o \frac{\gamma}{\gamma^2 + a^2} \qquad (4.17)$$

Thay (4.16); (4.17) vào (4.15) ta có:

$$C(\xi, \eta, \tau) = \frac{2}{\pi} e^{a\xi - b\eta} \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ Q_o \int_0^{\infty} \frac{xe^{-\tau x^2}\sin\xi x}{x^2 + a^2} dx + \right.$$

$$\left. + Q_1 \left[e^{(\beta_n^2 + C_o)\tau} \int_0^{\infty} \frac{x\sin\xi x}{x^2 + \beta_n^2 + C_o} dx - \int_0^{\infty} \frac{xe^{-\tau x^2}\sin\xi x}{x^2 + \beta_n^2 + C_o} dx \right] \right\} \frac{\sin\beta_n}{\beta_n} e^{-(\beta_n^2 + C_o)\tau} \psi_n(\eta) \qquad (4.18)$$

Theo kết quả tính toán và ký hiệu của [2]

$$\int_0^{\infty} \frac{xe^{-\tau x^2}\sin\xi x}{x^2 + a^2} dx = \frac{\pi}{2} \left[e^{(a^2\tau - a\xi)} + \sigma(\xi, \tau) e^{(C_o\tau - \sqrt{C_o}\xi)} \right] \qquad (4.19)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{xe^{-\tau x^2}\sin\xi x}{x^2 + \beta_n^2 + C_o} dx = \frac{\pi}{2} \sigma_n(\xi, \tau) e^{(C_o\tau - \sqrt{C_o}\xi)} \qquad (4.20)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x\sin\xi x}{x^2 + \beta_n^2 + c_o} dx = \frac{\pi}{2} \text{epx}(-\sqrt{\beta_n^2 + c_o}\,\xi) \qquad (4.21)$$

Trong đó:

$$\sigma(\xi, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(x^2 + a^2 + C_o)\sin(\xi - 2\sqrt{C_o}\tau)x - \sqrt{C_o}(x^2 + b^2)\cos(\xi - 2\sqrt{C_o}\tau)x}{(x^2 - b^2)^2 + 4C_o x^2} e^{-\tau x^2} dx$$

$$\sigma_n(\xi, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(x^2 + \beta_n^2 + C_o)\sin(\xi - 2\sqrt{C_o}\tau)x - \sqrt{C_o}(x^2 - \beta_n^2)\cos(\xi - 2\sqrt{C_o}\tau)x}{(x^2 + \beta_n^2)^2 + 4C_o x^2} e^{-\tau x^2} dx$$

Thay (4.19), (4.20), (4.21) vào (4.18) ta có:

$$C(\xi, \eta, \tau) = Q_o e^{-b\eta} \left[e^{-b^2\tau} + e^{-(\sqrt{C_o} - a)\xi} \sigma(\xi, \tau) \right] \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n(\eta) e^{-\beta_n^2\tau} +$$

$$+ Q_1 e^{-b\eta} \left[e^{(a - k_1)\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n(\eta) e^{(k_1 - k_n)\xi} - e^{(a - \sqrt{C_o})\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n(\eta) \sigma_n(\xi, \tau) e^{-\beta_n^2\tau} \right] \qquad (4.22)$$

với $\gamma_n(\eta) = \dfrac{2e^{-b}\psi_n(\eta)\beta_n\sin\beta_n}{2b + b^2 + \beta_n^2}$, $k_n = \sqrt{\beta_n^2 + C_o}$

Biểu thức (4.22) phù hợp với kết quả mà [2] đã thu được:

Tính duy nhất nghiệm của bài toán trong miền Ω_l và Ω_∞ có thể chứng minh dựa trên nguyên lý cực trị của phương trình truyền nhiệt [5].

Tính giới nội của nghiệm (4.15) có thể chứng minh trực tiếp dựa vào các kết quả của định lý trung bình của tích phân.

§ 5. KẾT LUẬN

Phân bố nồng độ hợp chất thỏa mãn các điều kiện của bài toán đặt ra trong miền hữu hạn có thể tính theo công thức (3.25), còn dòng chảy nửa vô hạn có thể xác định theo công thức (4.15).

Trong trường hợp đặc biệt ta thu được kết quả của [2]. Phân bố hợp chất theo dạng (3.25) hoặc (4.15) có thể sử dụng để tìm quy luật phân bố phù sa trong miền hạ lưu các đập lớn, trong sông, kênh...

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 30/1/1986

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. LƯU CÔNG ĐÀO, NGUYỄN ĐÌNH HÙNG. Về khả năng áp dụng lý thuyết khuếch tán rối để tính toán biến hình lòng dẫn sau các đập lớn. Tạp chí Khoa học kỹ thuật, №9, 1976.

2. NGUYỄN VĂN GIA. Turbulent diffusion of suspended sediment in open channel flow. Boundary value problem, solutions and experimental data. Disertation; Warsava, 1983.

3. МАККАВЕЕВ В. М. Гидравлика. Москва., 1940.

4. РОССИНСКИЙ К. И., ДЕБОЛЬСКИЙ. Речные наносы. Москва, 1980.

5. КОЛЯКОВ Н. С., ГАЙНЕР Э. Б., СМИРНОВ М. М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Москва 1962.

6. ТИХОНОВ А. Н., САМАРСКИЙ А. А. Уравнения математической физики Москва, 1953.

РЕЗЮМЕ

К ЗАДАЧЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ СМЕСЕЙ

Получены формулы для решения смешанной краевой задачи для конечной и полубесконечной области. В случае полубесконечной области полученная формула соответствует результатам работы [2] на случай переменных граничных условий.

THÔNG BÁO

Hội nghị Cơ học toàn quốc lần thứ tư và Hội nghị đại biểu lần thứ hai của Hội Cơ học Việt Nam sẽ được tổ chức vào cuối năm 1987.

Ban tổ chức Hội nghị tiếp nhận đăng ký và tóm tắt báo cáo khoa học tại văn phòng Hội Cơ học Việt Nam, 208 Đ Đội Cấn Hà Nội, từ 1/3 đến 1/6 năm 1987.

Ban tổ chức Hội nghị