Tạp chí Cơ học T. IX, 1987 số 1 (trang 1 — 7)

TRUYỀN SÓNG GIÁN ĐOẠN YẾU TRONG MÔI TRƯỜNG ĐÀN-DẺO VỚI QUÁ TRÌNH ĐẶT TẢI PHỨC TẠP

DƯƠNG TẤT THẮNG — ĐÀO HUY BÍCH

Khảo sát sự truyền sóng dẻo với một vài dạng mô hình của lý thuyết chảy dẻo đã được tiến hành trước đây, chẳng hạn trong [2, 3]. Trong bài này, chúng ta khảo sát sự lan truyền sóng (mặt gián đoạn) dẻo và sóng (mặt) cất tải dẻo trong môi trường vô hạn ba chiều khi quá trình đặt tải là phức tạp. Kết quả thu được cho khả năng đánh giá cũng như tìm thêm các điều kiện đối với các hàm vật liệu có mặt trong các hệ thức xác định của lý thuyết quá trình biến dạng dẻo [4, 5].

§1. HỆ THỨC CƠ SỞ

Liên hệ giữa ứng suất và biến dạng trong quá trình biến dạng phức tạp với độ cong không lớn, có thể viết dạng [1]

$$\dot{S}_{ij} = [\Phi'(s) - \sigma_u k(s)] \frac{S_{mn}\dot{e}_{mn}}{\sigma_u^2} S_{ij} + \frac{2}{3}\sigma_u k(s)\dot{e}_{ij} \tag{1.1}$$

Ở đây σ_u — cường độ ứng suất,

S_{ij}, e_{ij} — ten-xơ lệch ứng suất và biến dạng.

S — độ dài cung quĩ đạo biến dạng.

Hệ thức (1.1) được đặc trưng bởi hai hàm vật liệu $\Phi'(s)$ và $k(s)$, liên kết với đặc trưng vô hướng và vectơ của quá trình ($\Phi'(s) = d\Phi(s)/ds$ với $\Phi(s)$ là đường cong tải bền, thu được từ các thực nghiệm đặt tải đơn giản, $k(s)$ liên kết với hiệu ứng «chậm trễ» của tính chất vectơ, $k(s)$ có thể xác định từ thực nghiệm trên họ các quĩ đạo hai đoạn gấp khúc).

Hệ thức (1.1) thỏa mãn với quá trình đặt tải chủ động. Khi cất tải, giả thiết vật liệu là đàn hồi :

$$\dot{S}_{ij} = 2G\dot{e}_{ij} \tag{1.2}$$

Tiêu chuẩn để xét quá trình là đặt tải hay cất tải là dấu của tốc độ biến thiên công biến dạng $\Delta = \vec{\sigma}\cdot\dot{\vec{e}} = S_{km}\dot{e}_{km}$

$\Delta > 0$ quá trình là đặt tải chủ động

$\Delta \leqslant 0$ quá trình cất tải đàn hồi

Bổ sung vào các hệ thức (1.1) hoặc (1.2) ta có giả thiết biến dạng khối là đàn hồi :

$$\dot{\sigma}_{kk} = (3\lambda + 2G)\dot{\varepsilon}_{kk} \tag{1.3}$$

Từ hệ thức (1.1), tùy theo dạng của $k(s)$, $\Phi'(s)$ ta sẽ dẫn về một số trường hợp riêng đã biết.

Để tiện cho việc khảo sát và đánh giá nghiệm, đưa vào hai hàm — tham số bé ε_1 và ε_2 xác định dạng:

$$\Phi'(s) = 3G(1 - \varepsilon_1), \quad k(s) = \frac{3G}{\sigma_u}(1 - \varepsilon_2) \tag{1.4}$$

Khi đó (1.1) viết lại dạng:

$$\dot{S}_{ij} = 2G(1 - \varepsilon_2)\dot{e}_{ij} + 3G(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\frac{S_{km}\dot{e}_{km}}{\sigma_u^2} S_{ij} \tag{1.5}$$

§2. TRUYỀN SÓNG DẺO GIÁN ĐOẠN YẾU

Khảo sát sự lan truyền trong môi trường đàn dẻo vô hạn một mặt gián đoạn Σ của tốc độ biến dạng, sao cho tại hai phía của mặt này, các chất điểm đều nằm trong trạng thái đặt tải phức tạp, mô tả bởi hệ thức (1.1). Giả thiết thêm rằng khi chuyển qua mặt Σ, gián đoạn chỉ xảy ra đối với thành phần pháp tuyến của tốc độ biến dạng.

Tại mỗi điểm trên mặt Σ, dựng một mặt Q chứa vectơ pháp tuyến $\vec{e}_\nu$ của mặt Σ và vectơ ứng suất lệch $\vec{S}_\Sigma$. Vectơ $\vec{e}_\tau$ hướng tiếp tuyến với giao tuyến của Σ và Q, $\vec{e}_\beta$ là trùng pháp tuyến.

Với giả thiết gián đoạn là yếu, ta có [3]:

$$[\dot{\vec{V}}] = \vec{V}^+ - \vec{V}^- = -C\left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial \nu}\right] = -C\vec{\lambda} \tag{2.1}$$

trong đó $\vec{V}$ — vận tốc chất điểm, c — vận tốc lan truyền mặt gián đoạn, $\vec{\lambda} = \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial \nu}\right]$ bước nhảy của gradien vận tốc pháp tuyến.

Kết hợp với điều kiện liên tục động học viết cho ứng suất

$$[\dot{\sigma}_{ij}] = -C\nu^K[\sigma_{ij,k}] \tag{2.2}$$

Và phương trình chuyển động khi bỏ qua lực khối:

$$\rho[\dot{V}_j] = [\sigma_{ij,j}] \tag{2.3}$$

Nhân phương trình (2.2) với ν_i tính đến các hệ thức (2.1), (2.3) ta thu được liên hệ giữa bước nhảy của tốc độ biến thiên ứng suất và gradien vận tốc pháp tuyến trên mặt gián đoạn:

$$[\dot{\vec{\sigma}}] = \rho C^2 \vec{\lambda} \tag{2.4}$$

Mặt khác, từ hệ thức (1.3) và (1.5) ta có:

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G(1 - \varepsilon_2)\dot{\varepsilon}_{ij} + \delta_{ij}\left(\lambda + \frac{2G\varepsilon_2}{3}\right)\dot{\varepsilon}_{kk} + \frac{\Phi' - \sigma_{uk}}{\sigma_u^2} S_{km}\dot{\varepsilon}_{km} S_{ij}$$

Thay vào dấy hệ thức Côsi, qua một vài phép biến đổi thu được :

$$[\dot{\sigma}_i] = G(1 - \varepsilon_2)[V_{i,j} + V_{j,i}]\nu_j + \left(\lambda + \frac{2G\varepsilon_2}{3}\right)[V_{k,k}]\nu_i + \\ + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2}(\vec{S}_\Sigma \cdot \vec{\lambda})(S_i)_\Sigma \tag{2.5}$$

Nếu giả thiết gián đoạn chỉ xảy ra với thành phần pháp tuyến của ten xơ tốc độ biến dạng ta có :

$$[V_{i,j}] = \left[\frac{\partial V_i}{\partial \nu}\right]\nu_j \tag{2.6}$$

Kết hợp (2.4), (2.5) và chú ý đến (2.6), ta dẫn về phương trình xác định $\vec{\lambda}$:

$$\rho C^2 \vec{\lambda} = \mathbf{A}\vec{\lambda} \tag{2.7}$$

Trong hệ tọa độ $(\vec{e}_\nu, \vec{e}_\tau, \vec{e}_\beta)$, ma trận $\mathbf{A}$ có dạng

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} R_1 + \dfrac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\nu^2 & \dfrac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\nu S_\tau & 0 \\ \dfrac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\nu S_\tau & R_2 + \dfrac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\tau^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

trong đó
$$R_1 = \lambda + 2G - \frac{4G\varepsilon_2}{3} = K + \frac{4}{9}\sigma_u k(s)$$

$$R_2 = G(1 - \varepsilon_2) = \frac{\sigma_u k(s)}{3}$$

Từ các hệ thức trên suy ra ρC^2 và $\vec{\lambda}$ tương ứng là các giá trị riêng và các vectơ riêng của $\mathbf{A}$. Từ tính chất đối xứng và xác định dương của $\mathbf{A}$ suy ra tại mỗi điểm trên mặt Σ tồn tại ba vận tốc lan truyền sóng và 3 vectơ sóng $\vec{\lambda}$ từng đôi một trực giao

Từ cấu trúc của hệ phương trình trên suy ra tồn tại một sóng ngang lan truyền độc lập (sóng dẻo SH) và hai sóng lan truyền liên kết (sóng P và SV). Đặc trưng định tính này trùng với kết quả đã biết trong đàn hồi hay các mô hình của lý thuyết chảy.

Khảo sát chi tiết từng loại sóng :

a) Sóng ngang SH lan truyền độc lập

Sóng này có vectơ $\vec{\lambda}$ trực giao với $\vec{Q}$ (hướng theo $\vec{e}_\beta$)

$$\vec{\lambda} = \lambda_\beta \vec{e}_\beta \ ; \ \rho C_{SH}^{(P)^2} = \frac{\sigma_u k(s)}{3} = G(1 - \varepsilon_2) = \rho C_2^2 (1 - \varepsilon_2)$$

(C_2 — vận tốc sóng ngang đàn hồi)

Kết quả cho thấy sóng dẻo SH lan truyền với vận tốc có thể khác với vận tốc sóng ngang đàn hồi C_2. (Đẳng thức xảy ra khi $k(s) = 3G/\sigma_u$). Trong các mô hình của lý thuyết chảy, sóng dẻo SH luôn truyền với vận tốc C_2[2].

b) Hai sóng lan truyền liên kết P và SV.

Đặt $X = \rho C^2$, nhận được phương trình xác định các vận tốc sóng ngang và sóng chậm :

$$(X) = (R_1 - X)(R_2 - X) + \frac{\Phi'(s) - \sigma_u k(s)}{\sigma_u^2}\left[S_\nu(R_2 - X) + S_\tau^2(R_1 - X)\right] = 0 \qquad (2.9)$$

Giải phương trình này, dễ dàng tìm được biểu thức tổng quát của vận tốc sóng gang và sóng chậm.

Khi có bất đẳng thức sau (tồn tại đối với nhiều lớp vật liệu):

$$\Phi'(s) \leqslant \sigma_u k(s)$$

a có:

$$\rho C^2_{chậm} \leqslant \frac{\sigma_u k(s)}{3} \leqslant \rho C^2_{nhanh} \leqslant K + \frac{4}{9}\sigma_u k$$

Ta sẽ chỉ ra rằng vận tốc sóng ngang và sóng chậm đạt được các giá trị giới hạn R_1 và R_2 khi vectơ ứng suất lệch hướng theo pháp tuyến $\vec{e_\nu}$ hoặc tiếp tuyến $\vec{e_\tau}$ của mặt Σ.

Quả vậy, khi $S_\tau = 0$ từ (2.8) ta thấy sóng ngang lan truyền với vận tốc $C_{SV}^{(P)^2} = R_2 = \sigma_u k/3$ với vectơ sóng tương ứng $\vec{\lambda} = (0, \lambda_\tau, \lambda_\beta)$ còn sóng dọc có vận ốc lan truyền

$$\rho C_P^{(P)^2} = R_1 + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\nu^2$$

ới vectơ sóng $\vec{\lambda} = (\lambda_\nu, 0, 0)$. Khi $S_\nu = 0$, sóng dọc lan truyền với vận tốc $C_P^{(P)^2} = R_1 = K + \frac{4}{9}\sigma_u k$ với vectơ $\vec{\lambda} = (\lambda_\nu, 0, 0)$, sóng ngang lan truyền với vận tốc

$$\rho C_{SV}^{(P)^2} = R_2 + \frac{\Phi'(s) - \sigma_u k}{\sigma_u^2} S_\tau^2$$

§3. TRUYỀN SÓNG CẤT TẢI DẺO

Ta chuyển sang xét sự lan truyền trong môi trường vô hạn một mặt gián đoạn Σ của tốc độ biến dạng sao cho trước mặt này, các chất điểm nằm trong trạng thái đặt ải mô tả bởi hệ thức (1.1), sau mặt này các chất điểm nằm trong trạng thái đàn hồi. Theo sự lan truyền của mặt Σ, chúng ta có sự cất tải đàn hồi (sóng cất tải) trong môi trường.

Với các chất điểm, thời điểm khi mặt gián đoạn đi qua sẽ tương ứng với thời điểm tại đó quĩ đạo biến dạng có điểm gẫy, vectơ tiếp tuyến $\vec{P_1}$ quay đi góc $\theta \geqslant \pi/2$ so với vectơ ứng suất $\vec{S}$.

Trong miền dẻo có hệ thức (1.1)

$$\dot{S}_{ij}^{(1)} = (\Phi' - \sigma_u k)\frac{S_{mn}\dot{e}_{mn}^{(1)}}{\sigma_u^2} S_{ij} + \frac{2}{3}\sigma_u k\, \dot{e}_{ij}^{(1)}$$

Trong miền đàn hồi:

$$\dot{S}_{ij}^{(2)} = 2G\, \dot{e}_{ij}^{(2)}$$

Từ đó có:

$$[\dot{S}_{ij}] = 2G[\dot{e}_{ij}] - 2G\varepsilon_2\, \dot{e}_{ij}^{(1)} + (\Phi' - \sigma_u k)\frac{S_{mn}\dot{e}_{mn}^{(1)}}{\sigma_u^2} S_{ij}$$

Đưa vào các tham số:

$$\alpha = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{\dot{e}}^{(2)}}{\vec{\sigma} \cdot \vec{\dot{e}}^{(1)}} = \frac{S_{mn}\dot{e}^{(2)}_{mn}}{S_{mn}\dot{e}^{(1)}_{mn}},$$

$$\alpha_{ij} = \frac{S_{ij}\dot{e}^{(2)}_{ij}}{S_{ij}\dot{e}^{(1)}_{ij}} \qquad \text{(không tổng theo i, j)}$$

α — tỷ số tốc độ biến thiên công trước và sau mặt gián đoạn.

α_{ij} — tỷ số tốc độ biến thiên công theo hướng biến dạng $\dot{e}_{ij}$

Thay vào ta có:

$$[\dot{S}_{ij}] = 2G\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{ij}}\right)[\dot{e}_{ij}] + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_{mn}[\dot{e}_{mn}] S_{ij}$$

Kết hợp với hệ thức (1.3), qua một vài phép biến đổi thu được:

$$[\dot{\sigma}_{ij}] = 2G\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{ij}}\right)[\dot{\varepsilon}_{ij}] + \delta_{ij}\left(\lambda + \frac{2G\varepsilon_2}{3(1-\alpha_{ij})}\right)[\dot{\varepsilon}_{kk}] +$$

$$+ \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_{mn}[\dot{e}_{mn}] S_{ij} \tag{3.1}$$

Bằng một số phép biến đổi tương tự như phần trên ta có:

$$[\dot{\sigma}_i] = G\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{ij}}\right)(\lambda_i\nu_j\nu_j + \lambda_j\nu_j\nu_i) +$$

$$+\left(\lambda + \frac{2G\varepsilon_2}{3(1-\alpha_{ij})}\right)\lambda_j\nu_j\nu_i + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_i(\vec{S}_\Sigma \cdot \vec{\lambda})$$

Đưa biểu thức này vào vế phải phương trình (2.4), ta dẫn về phương trình xác định λ_i

$$\rho C^2\lambda_i = G\left(1 - \frac{\varepsilon'}{1-\alpha_{ij}}\right)(\lambda_i\nu_j\nu_j + \lambda_j\nu_j\nu_i) +$$

$$+\left(\lambda + \frac{2G\varepsilon_2}{3(1-\alpha_{ij})}\right)\lambda_j\nu_j\nu_i + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_i(\vec{S}_\Sigma \cdot \vec{\lambda}) \tag{3.2}$$

Phương trình này có dạng $\rho C^2\vec{\lambda} = \mathbf{A}\vec{\lambda}$

Để đơn giản, xét trường hợp khi trục tọa độ trong không gian chọn sao cho ox_1 hướng theo $\vec{e}_\nu$, mặt ox_1x_2 chứa vectơ ứng suất lệch $\vec{S}_\Sigma$, ox_2 hướng theo $\vec{e}_\tau$. Khi đó

$$\nu_1 = 1;\ \nu_2 = \nu_3 = 0;\ \vec{S}_\Sigma = (S_1, S_2, 0)$$

Trong hệ này, ma trận $\mathbf{A}$ có dạng:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \overline{R}_1 + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_1^2 & \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_1S_2 & 0 \\ \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_1S_2 & \overline{R}_2 + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{(1-\alpha)\sigma_u^2} S_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{R}_3 \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

trong đó $\overline{R_1} = \rho C_1^2 - \dfrac{4G\varepsilon_2}{3(1-\alpha_{11})}$; $\overline{R_2} = \rho C_2^2\left(1 - \dfrac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{12}}\right)$;

$$\overline{R_3} = \rho C_2^2\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{13}}\right).$$

Từ hệ phương trình trên suy ra tại mỗi điểm trên mặt gián đoạn tồn tại ba vận tốc lan truyền cất tải ứng với một sóng ngang lan truyền độc lập (sóng cất tải dẻo SH) và hai sóng lan truyền liên kết (sóng cất tải dẻo P và SV).

a) Sóng ngang lan truyền độc lập (sóng cất tải dẻo SH)

Vecto sóng vuông góc với mặt Q, $\vec{\lambda} = (0,\ 0,\ \lambda_\beta)$ còn vận tốc truyền sóng

$$\rho C_{SH}^{(ct)^2} = \rho C_2^2\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{13}}\right)$$

b) Hai sóng lan truyền liên kết (sóng cất tải dẻo P và SV)

Đặt $\rho C^2 = X$, từ $\det \| \mathbf{A} - \rho C^2 \mathbf{I} \| = 0$ thu được phương trình xác định vận tốc sóng nhanh và sóng chậm:

$$\overline{F}(X) = (\overline{R_1} - X)(\overline{R_2} - X) + \frac{\Phi' - \sigma_u k}{\sigma_u^2}\left[S_2^2(\overline{R_1} - X) + S_1^2(\overline{R_2} - X)\right] = 0 \qquad (3.4)$$

Nếu có bất đẳng thức $\Phi'(s) \leqslant \sigma_u k$ và $\overline{R_1} \geqslant \overline{R_2}$ ta có

$$\rho C_{\text{chậm}}^{(ct)^2} \leqslant \rho C_2^2\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{12}}\right) \leqslant \rho C_{\text{nhanh}}^{(ct)^2} \leqslant \rho C_1^2 - \frac{4G}{3}\,\frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{11}}$$

Nếu $\overline{R_1} \leqslant \overline{R_2}$ có

$$\rho C_1^2 - \frac{4G}{3}\,\frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{11}} \leqslant \rho C_{\text{chậm}}^{(ct)^2} \leqslant \rho C_2^2\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{1-\alpha_{12}}\right) \leqslant \rho C_{\text{nhanh}}^{(ct)^2}$$

Các vận tốc sóng nhanh và sóng chậm sẽ đạt được các giá trị biên $\overline{R_1}$ hay $\overline{R_2}$ khi $S_1 = 0$ hay $S_2 = 0$.

Trong phạm vi mô hình tái bền tuyến tính [2] đã đưa ra đánh giá sau:

$$C_i^{(P)^2} \leqslant C_i^{(ct)^2} \leqslant C_i^2 \qquad (3.5)$$

Ở đây vận tốc sóng cất tải có thể lan truyền nhanh hay chậm hơn vận tốc sóng dẻo tùy thuộc vào dạng hàm vật liệu được chọn $\Phi'(s)$ và $k(s)$, cũng như tùy thuộc vào hướng của quá trình đặt tải phức tạp.

Dưới đây xét các điều kiện với các hàm vật liệu có mặt trong hệ thức xác định (1.1) để thỏa mãn bất đẳng thức (3.5).

Đối với sóng ngang lan truyền độc lập

$$\rho C_{SH}^{(P)^2} \leqslant \rho C_{SH}^{(ct)^2} \leqslant \rho C_2^2$$

Giải bất đẳng thức trên ta dẫn về hệ thức $\varepsilon_2 \geqslant 0$ và $\alpha_{13} \leqslant 0$ hay là $\sigma_u k \leqslant 3G$; $\dot{e}_{13}^{(2)} / \dot{e}_{13}^{(1)} \leqslant 0$

Đối với hai sóng lan truyền liên kết ta hạn chế xét trường hợp giới hạn $S_\tau = 0$, khi đó

$$C_{\text{dọc}}^{(P)^2} \leqslant C_{\text{dọc}}^{(ct)^2} \leqslant C_{\text{dọc}}^{(e)^2}\ ;\quad C_{\text{ngang}}^{(P)^2} \leqslant C_{\text{ngang}}^{(ct)^2} \leqslant C_{\text{ngang}}^{(e)^2}$$

Thay vào đây biểu thức của các vận tốc và kết hợp với giả thiết thu được từ thực nghiệm $\Phi'(S) \leqslant 3G$ ta dẫn về hệ bất đẳng thức

$$0 \leqslant \Phi'(S) \leqslant \sigma_{u}k \leqslant 3G; \; \alpha_{12} \leqslant 0; \; \alpha_{11} \leqslant 0. \tag{3.6}$$

Các bất đẳng thức trong (3.6) cho các ràng buộc bổ sung trong việc chọn các dạng hàm vật liệu trong mô hình lý thuyết dẻo độ cong trung bình [1, 4, 5], chúng tỏ ra phù hợp với các số liệu thực nghiệm thu được.

Trường hợp $S_\nu = 0$, $S_\tau \neq 0$ dẫn về các điều kiện hoàn toàn tương tự.

KẾT LUẬN

Với quá trình đặt tải phức tạp trong trường hợp lan truyền sóng dẻo và sóng cất tải dẻo, đã chứng minh được sự tồn tại của ba loại sóng với vận tốc hoàn toàn xác định. Kết quả thu được cho phép tìm các ràng buộc bổ sung lên dạng được chọn của các hàm vật liệu trong các mô hình dẻo khi đặt tải phức tạp.

Địa chỉ
Trường Đại học Tổng hợp HN

Nhận ngày 3/3/1986

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ДАО ЗУЙ БИК. Модификация соотношений упругопластических процессов средней кривизны. Вест. Моск. Ун-та. Сер. Мат и мех., №5, 1981.

2. НОВАЦКИЙ В. К. Волновые задачи теории пластичности. Изд. Мир, 1978.

3. ДЖЭСМЕН У. Отражение и преломление слабых упругопластических волн. В кн. «Нестационарные процессы в деформируемых телах» Механика. Новое в зарубежной науке, №8, 1968.

4. ĐÀO HUY BÍCH, DƯƠNG TẤT THẮNG. Về những điểm cơ sở giả thuyết xác định địa phương trong lý thuyết quá trình biến dạng đàn dẻo. Tạp chí Cơ học №3, 1984.

5. DƯƠNG TẤT THẮNG. Về tính chất của các hàm vật liệu trong thuyết xác định địa phương. «Thông báo khoa học 1983». Trường đại học Tổng hợp Hà nội. Khoa Toán — Cơ.

SUMMARY

ON THE PROPAGATION OF WAVES IN THE ELASTO-PLASTIC MEDIUM WITH COMPLEX LOADING

In this paper is studied the propagation of waves in the infinite tridimensial plastic medium with comples loading, using the theory of elasto-plastic definition processes.