

## CÁC CÔNG THỨC XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH HÌNH - ĐỘNG HỌC ĂN KHỚP BÁNH RĂNG CÔN XOẮN

PHẠM VĂN LẬP, PHẠM VĂN BẮC

Trong nhiều phương pháp [2], [3], xác định những đặc tính hình - động học của các cặp bề mặt răng ăn khớp, phương pháp [1] tỏ ra thuận lợi, thì theo phương pháp này các đặc tính hình - động học ăn khớp có thể xác định theo công thức chứ không phải giải các hệ phương trình phức tạp mà độ hội tụ khi giải chúng phụ thuộc từng trường hợp cụ thể như các phương pháp trước đây.

Ứng dụng phương pháp nói trên cho trường hợp các truyền động bánh răng côn xoắn, trong bài này khảo sát quá trình động học ăn khớp của chúng và nhận được các công thức xác định đặc tính hình - động học.

Để làm việc đó chúng ta lần lượt khảo sát quá trình động học khi cắt các bánh răng 1 và 2, tức là hai quá trình ăn khớp giữa các mặt răng  $\Sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) và mặt răng sinh  $\Sigma_k$  ( $k = F, P$ ) tạo ra chúng. Sau đó tiến hành xây dựng mô hình ăn khớp giữa  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_2$ , rồi từ đấy thiết lập các quan hệ hình - động học ăn khớp của chúng.

Khi khảo sát quá trình ăn khớp của mỗi cặp mặt răng (trong số 3 cặp mặt răng nói trên) chúng ta đều dùng chung một tam diện  $T(\bar{n}, \bar{P}, \tilde{P})$  với  $\bar{n}$  - vectơ pháp tuyến đơn vị,  $\bar{P}$  và  $\tilde{P}$  - các vectơ đơn vị theo hai phương vuông góc với nhau cùng nằm trong mặt phẳng tiếp xúc của các bề mặt tại điểm chung  $M$ . Định của tam diện  $T$  gắn liền với  $M$ . Khi  $M$  chuyển dịch theo đường tiếp xúc của cặp mặt răng, các thông số động học trong chuyển động tương đối của tam diện  $T$  trên mặt răng sẽ phản ánh các đặc tính hình học của mặt răng đó và khi biết quy luật chuyển động tương đối của hai mặt răng với nhau thì hoàn toàn có thể xác định các đặc tính hình học của mặt răng thứ hai mà không cần biết phương trình mặt răng này. Phương pháp đó cho phép thiết lập được các quan hệ hình - động học ăn khớp trong trường hợp phức tạp như bánh răng côn xoắn.

### § 1. CÁC THÔNG SỐ ĐỘNG HỌC ĂN KHỚP BÁNH RĂNG CÔN XOẮN TRONG ĂN KHỚP MÁY

Ăn khớp máy là quá trình ăn khớp trên máy giữa bánh răng được cắt với bánh răng sinh tương ứng - có các mặt răng là một phần mặt nón do lưỡi cắt của dao trong đầu dao vạch trong không gian khi đầu dao quay xung quanh trục của nó.

#### I.1. SƠ ĐỒ CẮT RĂNG $\Sigma_i$ ( $i = 1, 2$ ) VÀ CÁC HỆ TỌA ĐỘ DÙNG ĐỂ KHẢO SÁT

Khảo sát quá trình động học ăn khớp khi cắt các mặt răng  $\Sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) chúng ta dùng các hệ tọa độ sau (xem hình 1 - a, b)

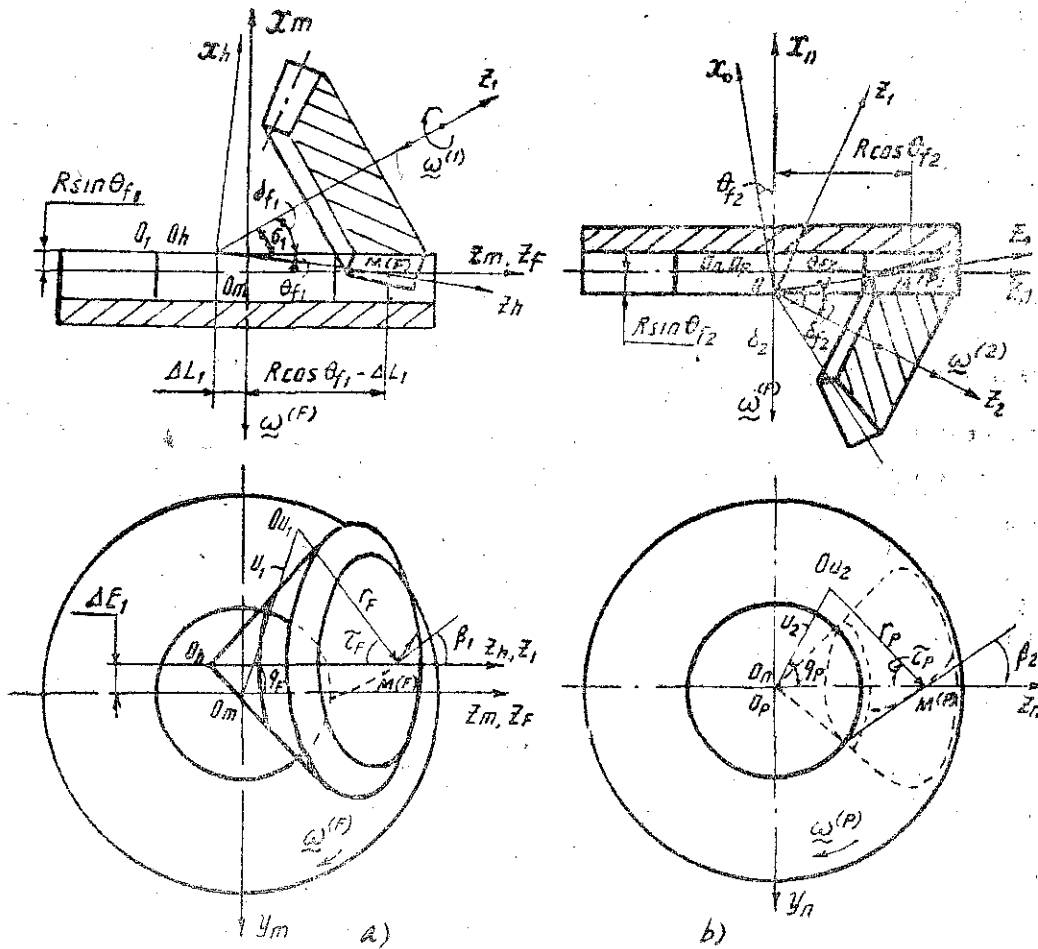
= Hệ tọa độ cố định gắn với máy  $S_L$  ( $L = m, n$ )

- Các hệ tọa độ động gắn với bánh răng sinh  $S_K$  ( $K = F, P$ ) và gắn với đầu dao cắt răng  $S_{ui}$  ( $i = 1, 2$ )

- Các hệ tọa độ phụ  $S_h$  và  $S_o$ , trong đó trục  $z_h$  và  $z_o$  trùng với đường sinh mặt nón lẩn của bánh răng được cắt và đi qua tiếp điểm  $M^{(K)}$  ( $K = F, P$ ).

Ở đây và trong bài dùng các ký hiệu:  $i = 1$  - bánh răng chủ động  $i = 2$  - bánh răng bị động.

Ứng với  $i = 1$  thì  $L = m, K = F$ ;  $i = 2$  thì  $L = n, K = P$



Hình 1

## 1.2. THÔNG SỐ ĐỘNG HỌC ĂN KHỚP GIỮA BỀ MẶT RĂNG $\Sigma_1$ VÀ $\Sigma_F$

Các thông số động học ăn khớp giữa các bề mặt răng  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_F$  được xác định trong hệ tọa độ  $S_h$  (xem hình 1 - a)

$$\vec{V}_h^{(F_1)} = L_{hm} \vec{V}_m^{(F_1)} \quad (1-1)$$

Trong đó:

$\vec{V}_h^{(F_1)}$  - véc tơ vận tốc chuyển động tương đối giữa  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_F$

$L_{hm}$  - ma trận chuyển hệ  $S_m$  về  $S_h$

$$L_{hm} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{f1} & 0 & \sin\theta_{f1} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_{f1} & 0 & \cos\theta_{f1} \end{pmatrix}$$

$\vec{V}_m^{(F_1)}$  - véc tơ vận tốc chuyển động tương đối giữa  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_F$ , xác định trong hệ  $S_m$  theo biểu thức:

$$\vec{V}_m^{(F_1)} = \vec{\omega}^{(F)} - \vec{\omega}^{(1)} \times \vec{r}_m^{(1)} - \vec{R}_m^{(1)} \times \vec{\omega}^{(1)} \quad (1.2)$$

Trong đó:

$$\vec{\omega}^{(F)} = -\dot{\omega}^{(F)} \vec{i}_m = -\frac{d\psi_F}{dt} \cdot \vec{i}_m; \quad \vec{\omega}^{(1)} = -\dot{\omega}^{(1)} (\sin\delta_{f1} \vec{i}_m + \cos\delta_{f1} \vec{k}_m);$$

$\psi_F$  - góc quay của bánh răng sinh F.

$$\vec{R}_m^{(1)} = \vec{OmO_1} = R \sin\theta_{f1} \vec{i}_m - \Delta E_1 \vec{j}_m - \Delta L_1 \vec{k}_m$$

$\Delta E_1$  - Lượng hiệu chỉnh hypôit.

$\Delta L_1$  - Lượng hiệu chỉnh nằm ngang

$\vec{r}_m^{(1)}$  - véc tơ bán kính của điểm tiếp xúc  $M^{(F)}$

$$\vec{r}_m^{(1)} = M_{mh} \cdot M_{hc} \cdot \vec{r}^{(M^{(p)})}; \quad \vec{r}^{(M^{(p)})} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \\ 1 \end{pmatrix}$$

$M_{hc}$  - ma trận chuyển hệ  $S_o$  về  $S_h$ , xác định bằng công thức [2]

$M_{mh}$  - ma trận chuyển hệ  $S_h$  về  $S_m$ , xác định bằng công thức [2]

Thay các giá trị  $\vec{\omega}^{(F)}$ ,  $\vec{\omega}^{(1)}$ ,  $\vec{r}_m^{(1)}$ ,  $\vec{R}_m^{(1)}$  vào (1.2) và biến đổi ta có:

$$\left. \begin{aligned} V_{x,h}^{(F_1)} &= R i_{1F} \sin\delta_1 \cos\delta_{f1} \sin\varphi_{10} \frac{d\psi_F}{dt} \\ V_{y,m}^{(F_1)} &= [R[\cos\delta_1 \cos\delta_{f1} + \sin\delta_1 \cos\varphi_{10} (\sin\delta_{f1} - i_{1F})] - \Delta L_1] \frac{d\psi_F}{dt} \\ V_{z,m}^{(F_1)} &= [R \sin\delta_1 \sin\varphi_{10} (1 - i_{1F} \sin\delta_{f1}) + \Delta E_1] \frac{d\psi_F}{dt} \end{aligned} \right\} (1.3)$$

Thay các giá trị của  $\vec{V}_m^{(F_1)}$  (tính bằng (1.3) vào (1.1) và biến đổi ta có:

$$\left. \begin{aligned} V_{x,h}^{(F_1)} &= V_{x,m}^{(F_1)} \cos\theta_{f1} + V_{z,m}^{(F_1)} \sin\theta_{f1} \\ V_{y,h}^{(F_1)} &= V_{y,m}^{(F_1)} \\ V_{z,h}^{(F_1)} &= -V_{x,m}^{(F_1)} \sin\theta_{f1} + V_{z,m}^{(F_1)} \cos\theta_{f1} \end{aligned} \right\} (1.4)$$

$$\bar{\omega}_h^{(F1)} = L_{hm} \bar{\omega}_m^{(F1)} \quad (1.5)$$

Trong đó :

$\bar{\omega}_h^{(F1)}$  — véc tơ vận tốc góc chuyển động tương đối giữa  $\Sigma_F$  và  $\Sigma_1$  xác định trong hệ  $S_h$ .

$\bar{\omega}_m^{(F1)}$  — véc tơ vận tốc góc chuyển động tương đối giữa  $\Sigma_F$  và  $\Sigma_1$  xác định trong hệ  $S_m$

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_m^{(F1)} &= \bar{\omega}_m^{(F)} - \bar{\omega}_m^{(1)} = \\ &= [(i_{1F} \sin \delta_{11} - 1) \bar{i}_m + i_{1F} \cos \delta_{11} \bar{i}_{km}] \frac{d\psi_F}{dt} \end{aligned} \quad (1.6)$$

thay  $\bar{\omega}_m^{(F1)}$  tính bằng (1.6) vào (1.5) sau khi biến đổi ta có :

$$\begin{aligned} \omega_{xh}^{(F1)} &= (i_{1F} \sin \delta_{11} - \cos \theta_{11}) \frac{d\psi_F}{dt} \\ \omega_{yh}^{(F1)} &= 0 \\ \omega_{zh}^{(F1)} &= (i_{1F} \cos \delta_{11} + \sin \theta_{11}) \frac{d\psi_F}{dt} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Trong đó  $i_{1F} = \frac{\omega^{(1)}}{\omega^{(F)}}$  — tỉ số truyền của xích bao hình.

### 1.3. THÔNG SỐ ĐỘNG HỌC ĂN KHỚP GIỮA CÁC BỀ MẶT RĂNG $\Sigma_P$ VÀ $\Sigma_2$

$\bar{V}^{(P2)}$ ,  $\bar{\omega}^{(P2)}$  — véc tơ vận tốc và vận tốc góc trong chuyển động tương đối giữa các bề mặt răng  $\Sigma_P$  và  $\Sigma_2$  được xác định trong hệ  $S_0$  (xem hình 1-b)

Điểm tiếp xúc  $M^{(P)}$  nằm trên trục  $z_0$  — trục quay tức thời của bánh răng sinh P và bánh răng 2 do đó tại tiếp điểm  $M^{(P)}$  ta có :

$$\bar{V}^{(P2)} = 0 \quad (1.8)$$

$$\bar{\omega}^{(P2)} = L_{0n} \bar{\omega}_n^{(P2)} \quad (1.9)$$

Trong đó :

$L_{0n}$  — ma trận chuyển hệ từ  $S_n$  về  $S_0$

$$L_{0n} = \begin{vmatrix} \cos \theta_{12} & 0 & -\sin \theta_{12} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{12} & 0 & \cos \theta_{12} \end{vmatrix}$$

$\bar{\omega}_n^{(P2)}$  — véc tơ vận tốc góc trong chuyển động tương đối giữa  $\Sigma_P$  và  $\Sigma_2$  xác định trong hệ  $S_n$  theo biểu thức sau :

$$\bar{\omega}_n^{(P2)} = \bar{\omega}_n^{(P)} - \bar{\omega}_n^{(2)}$$

Trong đó :  $\bar{\omega}_n^{(P)} = -\omega^{(P)}, \bar{i}_n = -\frac{d\psi_P}{dt} \cdot \bar{i}_n$

$$\bar{\omega}_n^{(P2)} = -\omega^{(2)}(\sin\delta_{12}\bar{i}_n - \cos\delta_{12}\bar{k}_n)$$

$$\bar{\omega}^{(P2)} = \left[ (i_{2P}\sin\delta_{12} - 1)\bar{i}_n - i_{2P}\cos\delta_{12}\bar{k}_n \right] \frac{d\psi_P}{dt} \quad (1.10)$$

Trong công thức (1.10),  $i_{2P} = \frac{\omega^{(2)}}{\omega^{(P)}}$  - tỉ số truyền của xích bao hình,  $\psi_P$  - góc quay của bánh răng sinh P

thay giá trị  $\bar{\omega}_n^{(P2)}$  tính bằng (1.10) vào (1.9) và biến đổi ta có :

$$\bar{\omega}^{(P2)} = -\frac{d\psi_P}{dt} \frac{\cos\delta_{12}}{\sin\delta_2} \frac{\bar{k}}{k} \quad (1.11)$$

## § 2. CÁC THÔNG SỐ HÌNH HỌC CỦA MẶT RĂNG $\Sigma_i$ ( $i = 1, 2$ ) THEO PHƯƠNG $\bar{P}$

Đặt tại tiếp điểm  $M^{(K)}$  giữa mặt răng  $\Sigma_i$  ăn khớp với mặt răng sinh  $\Sigma_k$  đỉnh của tam diện  $T(\bar{n}, \bar{p}, \bar{p})$ . Trục  $\bar{p}$  nghiêng với các trục  $z_k$  khi cắt  $\Sigma_1$ ;  $z_0$  khi cắt  $\Sigma_2$  một góc  $\beta_i$  ( $i = 1, 2$ ) và cùng nằm trong mặt phẳng tiếp tuyến với mặt nón lẩn của bánh răng được cắt, xem hình vẽ (h 2-b, c). Thông số hình học của mặt răng  $\Sigma_i$  theo phương  $\bar{p}$  được xác định bằng công thức [1]

$$\left. \begin{aligned} \pm \sigma_{1P} &= \pm \sigma_{EP} + a_{EP}^2 / C_{EP} \\ \pm \sigma_{1\tilde{P}} &= \pm \sigma_{EP} + a_{EP}^2 / C_{EP} \\ \pm \tau_{1P} &= \pm \tau_{EP} + a_{EP} \cdot a_{EP} / C_{EP} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \mp \sigma_{2P} &= \mp \sigma_{EP} + a_{EP}^2 / C_{EP} \\ \mp \sigma_{2\tilde{P}} &= \mp \sigma_{EP} + a_{EP}^2 / C_{EP} \\ \mp \tau_{2P} &= \mp \tau_{EP} + a_{EP} \cdot a_{EP} / C_{EP} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Trong các công thức (2.1) và (2.2)

$$\left. \begin{aligned} a_{EP} &= V_P \sigma_{EP} + V_{\tilde{P}} \tau_{EP} + \omega_{\tilde{P}} \\ a_{k\tilde{P}} &= V_{\tilde{P}} \sigma_{k\tilde{P}} + V_P \tau_{kP} - \omega_P \\ C_{kP} &= V_P a_{kP} + V_{\tilde{P}} a_{k\tilde{P}} + F_{\psi_k} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Trong các công thức từ (2.1) - (2.3)

$\tau_{EP}, \tau_{kP}$  - độ xoắn trục địa của mặt răng  $\Sigma_i$  và mặt răng sinh  $\Sigma_k$  theo phương  $\bar{p}$

$\sigma_{iF}, \sigma_{i\bar{F}}, \sigma_{kF}, \sigma_{k\bar{F}}$  - độ cong pháp của mặt răng  $\Sigma_i$  và mặt răng  $\Sigma_k$  theo các phương  $\bar{p}$  và  $\bar{p}$

$V_p, V_{\bar{p}}, \omega_p, \omega_{\bar{p}}$  - hình chiếu trên các trục  $p$  và  $\bar{p}$  của  $\bar{V}^{(k)}$  và  $\bar{\omega}^{(k)}$

$F_{\psi_k}$  - đạo hàm riêng phương trình điều kiện ăn khớp theo góc quay  $\psi_k$  của khâu chủ động, được xác định theo công thức sau:

$$F_{\psi_k} = (\bar{\omega}_o^{(k)} \times \bar{n}^{(k)}) \bar{V}^{(k)} - (\bar{\omega}^{(k)} \times \bar{n}^{(k)}) \bar{V}_c^{(k)} \quad (2.4)$$

## 2.1. CÁC THÀNH PHẦN VẬN TỐC VÀ VẬN TỐC GÓC TƯƠNG ĐỐI

Các thành phần vận tốc và vận tốc góc tương đối  $V_p, V_{\bar{p}}, \omega_p, \omega_{\bar{p}}$  được xác định trong hai trường hợp

a)  $\Sigma_F$  ăn khớp với  $\Sigma_1$ .

Từ công thức (1.4) và hình vẽ (h.2. a, b) ta có:

$$\left. \begin{aligned} V_p &= \pm V_{zh} \cos \beta_1 \mp V_{yh} \sin \beta_1 \\ V_{\bar{p}} &= \pm V_{zh} \cos \alpha_F - V_{yh} \cos \beta_1 \sin \alpha_F - V_{zh} \sin \beta_1 \sin \alpha_F \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_p &= \pm \omega_{zh} \cos \beta_1 = \pm (i_1 F \cos \delta_1 + \sin \theta_{11}) \cos \beta_1 \\ \omega_{\bar{p}} &= \pm (i_1 F \sin \delta_1 - \cos \theta_{11}) \cos \alpha_F - (i_1 F \cos \delta_1 + \sin \theta_{11}) \sin \beta_1 \sin \alpha_F \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Trong đó:  $\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_F$

b)  $\Sigma_F$  ăn khớp với  $\Sigma_2$

$$V_i \bar{V}^{(P2)} = 0 \text{ nên } V_p = V_{\bar{p}} = 0 \quad (2.7)$$

từ công thức (1.1) và các hình vẽ (h.2-a, c) ta có

$$\left. \begin{aligned} \omega_p &= \pm \omega_{zo}^{(P2)} = \pm \frac{\cos \delta_{12}}{\sin \delta_2} \cos \beta_2 \\ \omega_{\bar{p}} &= - \omega_{zo}^{(P2)} \sin \beta_2 \sin \alpha_F = \frac{\cos \delta_{12}}{\sin \delta_2} \sin \beta_2 \sin \alpha_F \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

## 2.2. XÁC ĐỊNH $F_{\psi_k}$ ( $k = F, P$ )

$F_{\psi_k}$  ( $k = F, p$ ) cũng được xác định trong hai trường hợp theo công thức (2.1).

a)  $\Sigma_F$  ăn khớp với  $\Sigma_1$ .

$F_{\psi_F}$  được xác định trong hệ tọa độ  $S_h$  theo công thức:

$$F_{\psi_F} = (\bar{\omega}_{eh}^{(F)} \times \bar{n}^{(F)}) \bar{V}_h^{(F)} - (\bar{\omega}_h^{(F)} \times \bar{n}^{(F)}) \bar{V}_{ch}^{(F)} \quad (2.9)$$

Trong đó :

$\overline{V}_h^{(F1)}, \overline{\omega}_h^{(F1)}$  - tính bằng (1.4) và (1.7)

$\overline{n}^{(F)}$  - véc tơ đơn vị pháp tuyến tại điểm tiếp xúc  $M^{(F)}$  xác định trong hệ  $S_h$

$\overline{V}_{eh}^{(F)}, \overline{\omega}_{eh}^{(F)}$  - véc tơ vận tốc và vận tốc góc trong chuyển động theo của tiếp điểm trên mặt răng  $\Sigma_F$  xác định trong hệ  $S_h$  theo công thức :

$$\overline{V}_{eh}^{(F)} = L_{hm} \overline{V}_{em}^{(F)} = L_{hm} (\overline{\omega}_m^{(F)} \times \overline{r}_m^{(F)})$$

$$V_{exh}^{(F)} = (R \sin \delta_1 \sin \varphi_{10} + \Delta E_1) \sin \theta_{f1} d\psi_F/dt$$

$$V_{ezh}^{(F)} = (R \sin \delta_1 \sin \varphi_{10} + \Delta E_1) \cos \theta_{f1} d\psi_F/dt$$

$$V_{eyh}^{(F)} = [R(\cos \delta_1 \cos \delta_{f1} + \sin \delta_1 \sin \delta_{f1} \cos \varphi_{10}) - \Delta L_1] d\psi_F/dt \quad (2.10)$$

$$\overline{\omega}_{eh}^{(F)} = L_{hm} \overline{\omega}_m^{(F)} = -(\cos \theta_{f1} \overline{ih} - \sin \theta_{f1} \overline{kh}) d\psi_F/dt \quad (2.11)$$

Thay các giá trị :  $\overline{\omega}_{eh}^{(F)}, \overline{V}_{eh}^{(F)}, \overline{n}^{(F)}, \overline{V}_h^{(F1)}, \overline{\omega}_h^{(F1)}$  đã xác định vào (2.9) sau khi biến

đổi ta có :

$$\begin{aligned} F_{\psi_F} = & \left\{ \pm [V_{yh} \cos \tau_F - (V_{rh} \sin \theta_{f1} + V_{zh} \cos \theta_{f1}) \sin \tau_F] \cos \alpha_F \right. \\ & \pm V_{exh} (i_1 F \cos \delta_1 + \sin \theta_{f1}) \cos \alpha_F \sin \tau_F \\ & - V_{eyh} [ \pm (i_1 F \sin \delta_{f1} + 1) \cos \alpha_F \cos \tau_F + i_1 F \sin \alpha_F \cos \delta_{f1} ] \\ & \left. \pm V_{ezh} (i_1 F \sin \delta_1 - \cos \theta_{f1}) \cos \alpha_F \sin \tau_F \right\} d\psi_F/dt \quad (2.12) \end{aligned}$$

b)  $\Sigma_P$  ăn khớp với  $\Sigma_2$ .

$F_{\psi_P}$  được xác định trong hệ tọa độ  $S_p$ . Vì  $\overline{V}^{(P2)} = 0$ , nên từ công thức (2.4) ta có :

$$F_{\psi_P} = -(\overline{\omega}^{(P2)} \times \overline{n}^{(P)}) \overline{V}_e^{(P)} \quad (2.13)$$

Trong đó :  $\overline{\omega}^{(P2)}$  được tính bằng (1.11)

$\overline{n}^{(P)}$  - véc tơ đơn vị pháp tuyến tại điểm tiếp xúc xác định trong hệ  $S_p$

$\overline{V}_e^{(P)}$  - véc tơ vận tốc trong chuyển động theo của tiếp điểm trên mặt răng  $\Sigma_P$ , được xác định trong hệ  $S_p$  theo công thức

$$\overline{V}_e^{(P)} = \overline{\omega}^{(P)} \times \overline{r}^{(M^{(P)})} = R \cdot \cos \theta_{f2} (d\psi_P/dt) \overline{j} \quad (2.14)$$

Thay các giá trị  $\overline{\omega}^{(P2)}, \overline{n}^{(P)}, \overline{V}_e^{(P)}$  đã xác định vào (2.13) sau khi biến đổi ta có :

$$F_{\psi_P} = R [\sin \alpha_P \cos \theta_{f2} \mp \cos \alpha_P \cos \tau_P \sin \theta_{f2}] \frac{\cos \delta_{f2}}{\sin \delta_2} \cos \theta_{f2} \left( \frac{d\psi_P}{dt} \right)^2 \quad (2.15)$$

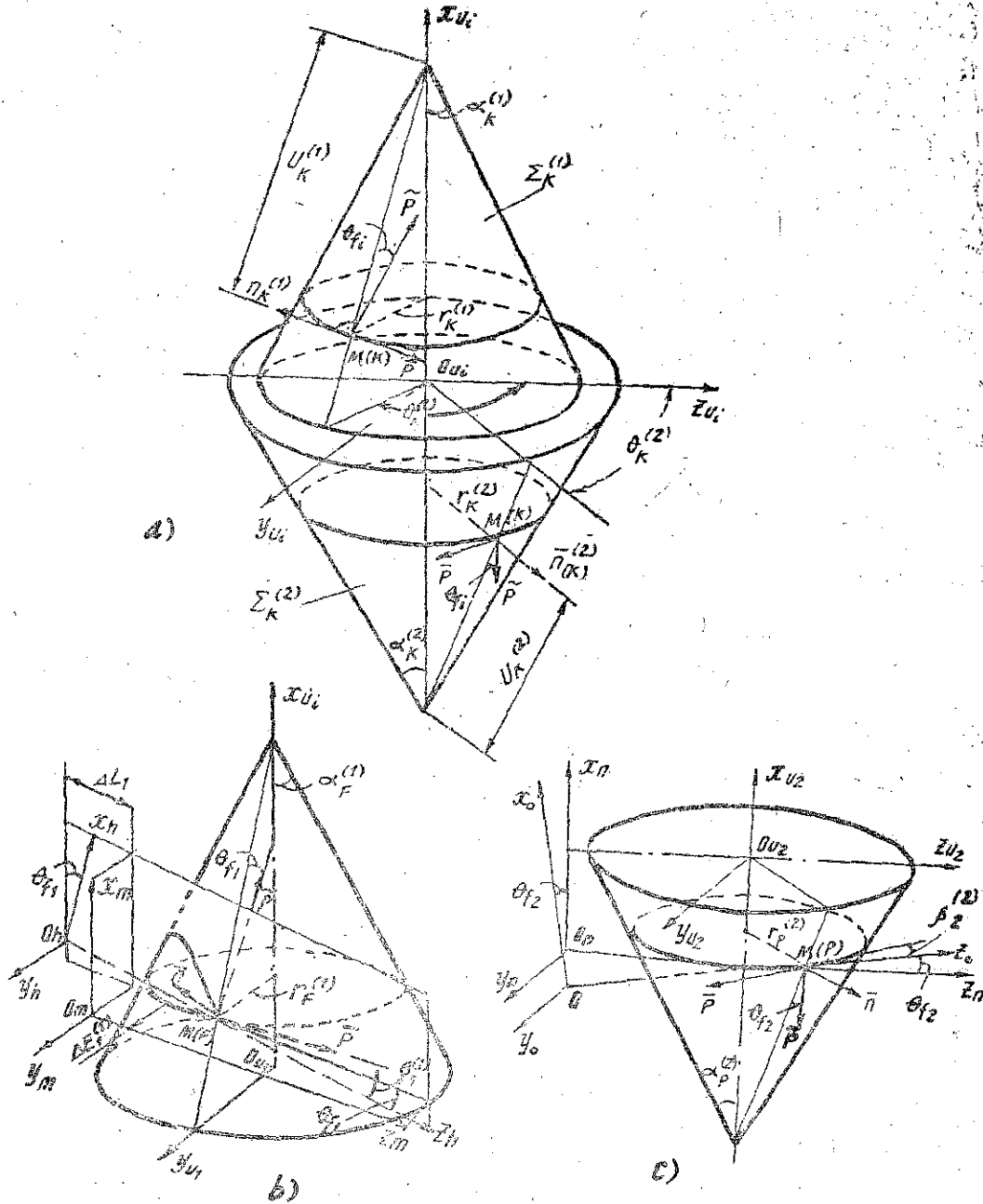
Véc tơ đơn vị pháp tuyến  $\vec{n}^{(K)}$  được xác định theo công thức sau.

$$n_x^K = \sin\alpha_K \cos\theta_{11} \pm \cos\alpha_K \cos\tau_K \sin\theta_{11}$$

$$n_y^K = \cos\alpha_K \sin\tau_K$$

$$n_z^K = \mp \sin\alpha_K \sin\theta_{11} + \cos\alpha_K \cos\tau_K \cos\theta_{11} \quad (2.16)$$

$K = P$ : dấu ở trên;  $K = \bar{P}$ : dấu ở dưới



Hình 2



### 2.3. THÔNG SỐ HÌNH HỌC CỦA MẶT RĂNG SINH $\Sigma_k$ ( $k = F, P$ )

#### THEO CÁC PHƯƠNG $\bar{p}$ VÀ $\tilde{p}$

Mặt răng sinh  $\Sigma_k$  là một phần mặt nón do lưỡi cắt của dao trong đầu dao vạch trong không gian khi đầu dao quay xung quanh trục  $X_{zui}$  (xem hình h2-a, b, c). Tại tiếp điểm  $M^{(K)}$  đường cong trên mặt răng  $\Sigma_k$  theo phương  $z_{ui}$  là đường tròn tâm  $O_u$  bán kính  $r_k$  do đó

$$\sigma_{zui} = 1/r_k; \quad \tau_{zui} = 0 \quad (2.17)$$

ở đây  $\sigma_{zui}, \tau_{zui}$  - độ cong pháp và độ xoắn trục địa của mặt răng sinh  $\Sigma_k$  theo phương  $z_{ui}$ . Gọi phương  $G$ , trùng với đường sinh của mặt răng  $\Sigma_k$  và đi qua tiếp điểm  $M^{(K)}$  vuông góc với phương  $z_{ui}$ . Độ cong pháp và độ xoắn trục địa theo phương  $G$  sẽ có giá trị:

$$\sigma_G = 0; \quad \tau_G = 0 \quad (2.18)$$

Phương  $\bar{p}$  nghiêng với phương  $z_{ui}$  một góc  $\theta_{fi}$ , ta có công thức xác định thông số hình học của mặt răng sinh  $\Sigma_k$  theo các phương  $\bar{p}$  và  $\tilde{p}$  sau:

$$\begin{aligned} \sigma_{kp} &= \sigma_{zui} \cos^2 \theta_{fi} + \sigma_G \sin^2 \theta_{fi} + \tau_{zui} \sin 2\theta_{fi} \\ \sigma_{\tilde{kp}} &= \sigma_{zui} \sin^2 \theta_{fi} + \sigma_G \cos^2 \theta_{fi} - \tau_{zui} \sin 2\theta_{fi} \\ \tau_{kp} &= \tau_{zui} \cos 2\theta_{fi} + (\sigma_G - \sigma_{zui}) \sin \theta_{fi} \cos \theta_{fi} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Thay các giá trị  $\sigma_{zui}, \sigma_G, \tau_{zui}$  đã xác định vào (2.19) sau khi biến đổi ta có:

$$\sigma_{kp} = \frac{1}{r_k} \cos^2 \theta_{fi}; \quad \sigma_{\tilde{kp}} = \frac{1}{r_k} \sin^2 \theta_{fi}; \quad \tau_{kp} = \frac{1}{r_k} \sin \theta_{fi} \cos \theta_{fi}. \quad (2.20)$$

Các thông số hình - động học ăn khớp khi tạo hình giữa mặt răng sinh  $\Sigma_k$  với mặt răng  $\Sigma_i$  theo các phương  $\bar{p}$  và  $\tilde{p}$  đã được xác định. Thay các giá trị này vào (2.4), (2.3), (2.2) và (2.1), sẽ xác định được các thông số hình học mặt răng  $\Sigma_i$  theo các phương đó. Đồng thời cũng xác định được thông số hình học, mặt cong tương đương của hai mặt răng  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_2$  tiếp xúc với nhau.

$$K_p = \sigma_{1p} - \sigma_{2p}; \quad K_{\tilde{p}} = \sigma_{1\tilde{p}} - \sigma_{2\tilde{p}}; \quad T_p = \tau_{1p} - \tau_{2p}. \quad (2.21)$$

Độ cong toàn phần của mặt cong tương đương tại tiếp điểm  $M$  được xác định theo công thức:

$$K_o = K_p K_{\tilde{p}} - T_p^2 \quad (2.22)$$

khi sử dụng các công thức trên đây cần lưu ý:

- Các công thức nêu trong bài dùng để xác định đặc tính hình - động học ăn khớp bánh răng côn xoắn khi tạo hình cũng như khi làm việc; cho mặt lồi cũng như mặt lõm của răng  $\Sigma_i$  ( $i = 1, 2$ )

- Trong các công thức có hai dấu thì:

dấu ở trên khi tính cho mặt lõm của răng  $\Sigma_1$  và mặt lồi của răng  $\Sigma_2$  dấu ở dưới khi tính cho mặt lồi của răng  $\Sigma_1$  và mặt lõm của răng  $\Sigma_2$

- Khi tính cho mặt lõm của răng  $\Sigma_1$  và mặt lồi của răng  $\Sigma_2$ , góc  $\alpha_k$  ( $k = F, P$ ) =  $\alpha_n$  - góc profin của lưỡi dao. Khi tính cho mặt lồi của răng  $\Sigma_1$  và mặt lõm của răng  $\Sigma_2$ , góc  $\alpha_k = 180^\circ - \alpha_n$

- Để đơn giản cho việc tính toán mà không làm thay đổi quan hệ ăn khớp chung, chúng ta đặt:  $d\psi_F/dt = d\psi_P/dt = 1 \text{ rad/s}$   $R$  - chiều dài đường sinh mặt nón lần tính từ đỉnh  $O_i$  đến điểm giữa răng  $\delta_i$ , - góc mặt nón lần của bánh răng 1 và 2

$\theta_{11}, \theta_{12}$  - góc chân răng của  $\Sigma_1$  và  $\Sigma_2$

$i, j, k$  - véc tơ đơn vị trên các trục tọa độ  $x, y, z$

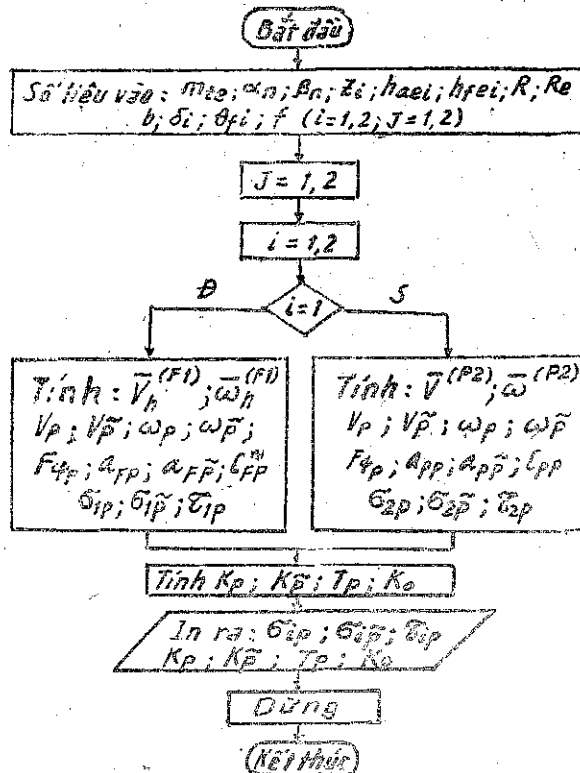
$\delta_{11}, \delta_{12}$  - góc mặt nón chân răng của bánh răng 1 và 2

$\tau_k$  - góc phụ với góc xoắn tại điểm tiếp xúc (xem hình vẽ h1-a, b)

$\varphi_{10}$  - góc quay bánh răng sinh F và bánh răng 1 xung quanh trục bánh răng 1 để điểm tiếp xúc  $M^{(F)}$  giữa mặt răng  $\Sigma_P$  với  $\Sigma_1$  trùng với  $M^{(P)}$  - điểm tiếp xúc giữa mặt răng  $\Sigma_P$  với  $\Sigma_2$  được xác định theo công thức [3]

Ví dụ tính toán:

Dưới đây là kết quả tính bằng số trên MTĐT đối với bánh răng côn xoắn cầu sau xe ô tô CA10 với các số liệu sau



Hình 3

$m_{te} = 9; \alpha_n = 20^\circ; \beta_n = 35^\circ; R = 102,41; R_o = 122,91; b = 41; h_{e1} = 6,46; h_{e2} = 12,22;$   
 $h_{a1} = 10,53; h_{a2} = 4,77; Z_1 = 11; Z_2 = 25; \Delta E_1^{(1)} = 4,64; \Delta E_1^{(2)} = -5,91; \Delta r = 3,25;$   
 $\delta_1 = 23^\circ 45'; \delta_2 = 66^\circ 15'; \theta_{11} = 3^\circ 01'; \theta_{12} = 5^\circ 41'$  trình tự tính được mô tả theo sơ đồ khối (hình 3), việc tính toán được tiến hành cho cả hai mặt răng  $\Sigma_i^{(j)}$  ( $i = 1,2; j = 1,2$ )  
 $j = 1$  - mặt lôm của răng  $\Sigma_1$ , mặt lồi của răng  $\Sigma_2$   
 $j = 2$  - mặt lồi của răng  $\Sigma_1$ , mặt lôm của răng  $\Sigma_2$   
 kết quả được cho trong bảng dưới đây

$\sigma_{2p}^{(1)} = 0,0084974$ $\sigma_{2p}^{(2)} = 0,0089759$	$\sigma_{2p}^{(1)} = -0,0111797$ $\sigma_{2p}^{(2)} = 0,0159051$	$\tau_{2p}^{(1)} = -0,0036906$ $\tau_{2p}^{(2)} = -0,0039537$
$\sigma_{1p}^{(1)} = 0,0082669$ $\sigma_{1p}^{(2)} = -0,099653$ $\tau_{1p}^{(1)} = -0,0042896$	$K_p^{(1)} = 0,0002305$ $K_p^{(2)} = 0,0087856$ $T_p^{(1)} = 0,0005483$	$K_o^{(1)} = 0,000001725$
$\sigma_{1p}^{(2)} = 0,0095247$ $\sigma_{1p}^{(2)} = 0,0189323$ $\tau_{1p}^{(2)} = -0,0047269$	$K_p^{(2)} = 0,0005487$ $K_p^{(2)} = 0,0050273$ $T_p^{(2)} = -0,0007732$	$K_o^{(2)} = 0,000002161$

### 3. KẾT LUẬN

Trong bài này khảo sát quá trình động học ăn khớp bánh răng côn xoắn theo phương pháp tổng quát [1]. Đã nhận được các công thức xác định đặc tính hình - động học ăn khớp của chúng. Đồng thời đưa ra trình tự tính toán và kết quả tính bằng số trên MTĐT cho một bộ truyền bánh răng côn xoắn cụ thể.

Địa chỉ:  
Trường đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 3/8/1987

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYEN THIEN PHUC. Về một phương pháp xác định đặc tính hình động học ăn khớp. Tạp chí Cơ học, số 2, 1985.
2. ЛИТВИН Ф. Л. Теория зубчатых зацеплений. Наука, М., 1986.
3. АНЧЕВ А., МИНКОВ К., ПЕТРОВ Л., КУМЧЕВ О. Синтез и анализ на конични предавки със спирални зъби издателство на българската академия на науките София 1980.
4. КАЛАШНИКОВ С. Н. Зуборезные резцовые головки. Изд. Машиностроение, Москва, 1972.

### РЕЗЮМЕ ФОРМУЛЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРО — КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЦЕПЛЕНИЙ КОНИЧЕСКИХ КОЛЕС С КРУГОВЫМИ ЗУБЬЯМИ

В данной статье рассмотрен кинематический процесс зацеплений конических колес с круговыми зубьями по общему методу [1]. В результате получены формулы определения геометро кинематических характеристик конических колес с круговыми зубьями. Одновременно показан алгоритм и результат численного расчёта на ЭВМ для одной конкретной конической передачи с круговыми зубьями.