

# VỀ ỔN ĐỊNH CỦA MẶT PHÂN CÁCH GIỮA HAI CHẤT LỎNG CÙNG CHUYỂN ĐỘNG TRONG KÊNH PHẲNG

## PHẦN I - BÀI TOÁN TUYẾN TÍNH

TRẦN VĂN TRẦN, NGUYỄN TRUNG HÀ

Trong bài này chúng tôi nghiên cứu bài toán tuyến tính về ổn định của mặt phân cách giữa hai lớp chất lỏng có tỷ trọng và độ nhớt khác nhau, cùng chuyển động song song trong kênh phẳng bằng phương pháp số. Bài toán tương tự mới chỉ được xét tiệm cận với hệ số sóng nhỏ (sóng dài) cho dòng chảy giữa hai bờ phẳng [1]. Bằng phương pháp sai phân cải tiến được đưa ra ở [2], chúng tôi đã tìm được đường cong trung gian cho một số dòng chảy cụ thể.

### §1. ĐẶT BÀI TOÁN

Giả sử ở trong kênh phẳng có hai chất lỏng với chiều dày, tỷ trọng và độ nhớt khác nhau cùng chuyển động song song dưới tác dụng của chênh áp  $G = -\partial P/\partial x_1$ . Nếu  $\rho_1 < \rho_2$  và số  $Re$  không lớn lắm chúng ta có thể có dòng chảy dừng, phân tầng với mặt phân cách là mặt phẳng  $x_2 = 0$ . Ta sẽ nghiên cứu tính ổn định của dòng chảy dừng đó. Để dễ dàng thấy rằng vận tốc cực đại của dòng chảy đạt được ở điểm

$$x_2 = \frac{h_1}{2} \frac{1 - d^2 \omega}{1 + d\omega} = \frac{m}{2} h_1 \text{ trong đó}$$

$$d = \frac{h_2}{h_1}; \omega = \frac{\mu_1}{\mu_2}; m = \frac{1 - d^2 \omega}{1 + d\omega}$$

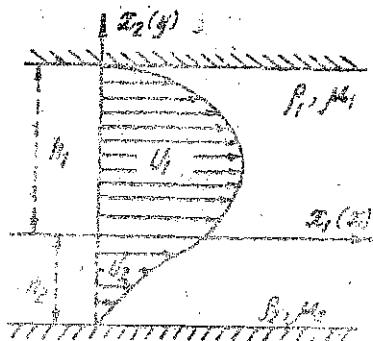
Giả sử  $\bar{U}_{max}$  đạt được ở lớp trên, ta lấy  $\bar{U}_{max}$ ,  $h_1$  làm đại lượng đặc trưng cho lớp chất lỏng trên và  $\bar{U}_2(0)$ ,  $h_2$  làm đại lượng đặc trưng cho lớp dưới (trường hợp  $\bar{U}_{max}$  đạt ở lớp dưới thì lấy nó làm đặc trưng cho lớp đó, còn  $\bar{U}_1(0)$  làm đặc trưng cho lớp trên).

Bây giờ ta đưa vào các đại lượng không thứ nguyên:

$$x = \frac{x_1}{h_1}; y = \frac{x_2}{h_1}; U_1(y) = \frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_{max}}$$

cho lớp trên và

$$x = \frac{x_1}{h_2}; y = \frac{x_2}{h_2}; U_2(y) = \frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_2(0)}$$



Hình 1

cho lớp dưới, ta dễ dàng nhận được các biểu thức sau:

$$U_1(y) = \frac{1 - m + my - y^2}{\left(1 - \frac{m}{2}\right)^2}; U_2(y) = \frac{d(1 - y^2) + m(1 + y)}{m + d} \quad (1.1)$$

Với cách chọn giá trị đặc trưng như vậy chúng ta có:

$$0 \leq U_1 \leq 1 \text{ với } 0 \leq y \leq 1 \text{ và } 0 \leq U_2 \leq 1 \text{ với } -1 \leq y \leq 0$$

Điều này thuận tiện cho việc giải số sau này.

Trước khi nhận được bài toán về ổn định tuyến tính chúng ta hãy viết ở đây một cách rõ ràng những điều kiện biên trên bề mặt phân cách giữa hai chất lỏng chuyền động.

Giả sử  $y = \eta(x, z, t)$  là mặt phân cách các chất lỏng, trong đó chỉ số 1 sẽ tương ứng với chất lỏng phía trên còn chỉ số 2 sẽ tương ứng với chất lỏng phía dưới. Khi đó trên bề mặt  $y = \eta$  ta có các điều kiện sau:

Điều kiện động học:

$$\vec{v}_m = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_m \frac{\partial \eta}{\partial x} + w_m \frac{\partial \eta}{\partial z}; m = 1, 2 \quad (1.2)$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 \quad (1.3)$$

Điều kiện động lực học:

$$\left\{ P_1 = P_2 = T \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} n_i = [\sigma_{ijk}] \quad (1.4)$$

trong đó  $n_i$  là các thành phần pháp tuyến của mặt  $y = \eta(x, z, t)$   $\sigma_{ijk}$  là tensor ứng suất nhót,  $T$  là hệ số lực căng bề mặt,  $R_1, R_2$  là bán kính cong chính của mặt phân cách tại điểm  $(x, z, t)$ .

Đối với trường hợp hai chiều ta có  $y = \eta(x, t)$  và các điều kiện (1.2) – (1.4) có dạng đơn giản hơn như sau:

$$\vec{v}_m = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_m \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{y=\eta} \quad (1.5)$$

$$u_1 = u_2; v_1 = v_2 \Big|_{y=\eta} \quad (1.6)$$

$$[(\sigma_{11} - \sigma_{22})n_1 n_2 + \sigma_{21}(n_2^2 - n_1^2)] = 0 \quad (1.7)$$

$$P_1 = P_2 = \frac{T}{R} = [\sigma_{11}n_1^2 + 2\sigma_{12}n_1 n_2 + \sigma_{22}n_2^2] \quad (1.8)$$

với

$$n_1 = \lambda(1 + \lambda^2)^{-1/2}; n_2 = (1 + \lambda^2)^{-1/2}; R = \gamma(1 + \lambda^2)^{-3/2};$$

$$\lambda = \frac{\partial \eta}{\partial x}; \gamma = \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}; \sigma_{11} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}; \sigma_{21} = \sigma_{12} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right);$$

$$\sigma_{22} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

Sau khi tuyến hóa phương trình Nave-Sidc cho dòng chảy chính có nhiều và tìm hàm dòng của nhiều ở dạng sóng chính tắc  $\Phi_k = \phi_k(y) \exp[i\omega_k(x - C_k t)]$ ;  $k = 1, 2$  ta nhận được phương trình Or-Vôdm-mephei cho nhiều như sau [3]:

$$\phi_1^{IV} - 2\alpha_1^2 \phi_1'' + \alpha_1^4 \phi_1 - i\alpha_1 \operatorname{Re}_1 [(U_1 - C_1)(\phi_1'' - \alpha_1^2 \phi_1) - U_1' \phi_1] = 0 \quad (1.9)$$

$$\phi_2^{IV} - 2\alpha_2^2 \phi_2'' + \alpha_2^4 \phi_2 - i\alpha_2 \operatorname{Re}_2 [(U_2 - C_2)(\phi_2'' - \alpha_2^2 \phi_2) - U_2' \phi_2] = 0 \quad (1.10)$$

Các điều kiện biên (1.6) – (1.8) sau khi được tuyến tính hóa sẽ có dạng sau đây tại  $y = 0$ :

$$\varphi_1 = d\gamma\varphi_2 \quad (1.11)$$

$$\varphi_1' = \gamma\varphi_2' + K\varphi_2/(C_2 - 1) \quad (1.12)$$

$$d\omega(\varphi_1'' + \alpha_1^2\varphi_1) = \gamma(\varphi_2'' + \alpha_2^2\varphi_2) + M\varphi_2/(C_2 - 1). \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} & [\gamma(1 - C_2)\varphi_1] - \beta\varphi_1 - \frac{1}{iz_1 Re_1} [\varphi_1''' - 3\alpha_1^2\varphi_1] = \\ & = 0 \left\{ [(1 - C_2)\varphi_2' - \lambda\varphi_2] - \frac{1}{iz_2 Re_2} [\varphi_2''' - 3\alpha_2^2\varphi_2] + \frac{S\varphi_2}{C_2 - 1} \right\}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Ngoài ra ta còn có điều kiện định của chất lỏng nhớt ở trên thành cảng:

$$\varphi_1(1) = \varphi_1'(1) = \varphi_2(-1) = \varphi_2'(-1) = 0 \quad (1.15)$$

ở đây  $\alpha_1 = \frac{\alpha_2}{d}$ ;  $C_1 = \gamma C_2$ ;  $Re_1 = \frac{\bar{u}_{max} \cdot h_1}{v_1}$ ;  $Re_2 = \frac{\bar{u}_2(0) \cdot h_2}{v_2}$ ;

$$\gamma = \frac{\bar{u}_2(0)}{\bar{u}_{max}} = \frac{1 - m}{\left(1 - \frac{m}{2}\right)^2}; \quad E = \frac{\gamma m}{m + d} = \frac{dm}{\left(1 - \frac{m}{2}\right)^2};$$

$$M = \frac{2d^2\omega}{\left(1 - \frac{m}{2}\right)^2} = \frac{2\gamma d}{m + d};$$

$$\lambda = \frac{m}{m + d}; \quad \beta = \frac{m}{\left(1 - \frac{m}{2}\right)^2}; \quad \theta = \frac{\rho_2}{\rho_1} \gamma^2; \quad S = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right) F_F^{-1} + \alpha_2^2 W_F^{-1};$$

$$F_F = \frac{\bar{u}_{max}^2}{h_2 g}; \quad W_F = \frac{h_2 \bar{u}_{max} \rho_1}{T}. \quad (1.16)$$

$\alpha_1, \alpha_2$  là các số thực.  $C_1, C_2$  nói chung là các số phức, trong đó nếu phần ảo của nó dương thì dòng chảy mặt ổn định, nếu phần ảo âm thì ngược lại. Trong trường hợp phần ảo đó bằng không nhiều sẽ không tăng mà cũng không giảm. Như vậy bài toán ổn định tuyến tính bề mặt phản cách giữa hai chất lỏng ở trong kênh phẳng sẽ bao gồm phương trình (1.8), (1.10) và các điều kiện biên (1.11) – (1.15).

## § 2. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Một số dòng chảy không có mặt thoảng hoặc mặt phản cách như dòng chảy phẳng Poiseuille, Couette, dòng chảy trong ống trụ tròn hoặc giữa hai hình trụ xoay, dòng chảy trong lớp biêu... của chất lỏng đồng nhất đã được nghiên cứu khá tốt bằng các phương pháp như tiệm cận cho  $\alpha Re \gg 1$  [3], phương pháp dựa vào bài toán Cô-si [4], phương pháp sai phả [2]. Bài toán có một phản cách như ở đây phức tạp lên rất nhiều lần vì tồn tại thêm bốn điều kiện biên trên mặt không xác định T. Bài toán này trong trường hợp mặt phản cách giữa dòng khí và lớp chất lỏng đã được giải bằng phương pháp giải tích gần đúng [5]. Đối với bài toán hai lớp chất lỏng ở đây chúng tôi dùng phương pháp sai phân theo sơ đồ của Thô – mac. Phương pháp này có ưu điểm là mức độ hữu hiệu của nó không phụ thuộc nhiều vào giá trị của  $\alpha Re$ . Tư tưởng của

phương pháp này như sau : ta chia đoạn  $[0, 1]$  thành  $N$  phần bằng nhau với độ dài mỗi phần là  $h = 1/N$  và đưa vào hàm số  $g(y)$  sao cho

$$\varphi(y) = \left(1 + \frac{\delta^2}{6} + \frac{\delta^4}{360}\right) g \quad (2.1)$$

Khi đó các đạo hàm của  $\varphi$  sẽ được biểu diễn bằng các công thức xấp xỉ như sau:

$$D\varphi = \frac{1}{h} \mu \delta g + O(h^4)$$

$$D^2\varphi = \frac{1}{h^2} \left(\delta^2 + \frac{\delta^4}{12}\right) g + O(h^6)$$

$$D^3\varphi = \frac{1}{h^3} \delta^2 \mu \delta g + O(h^2)$$

$$D^4\varphi = \frac{1}{h^4} \delta^4 g + O(h^4) \quad (2.2)$$

trong đó :

$$\delta^2 g(y) = g(y+h) - 2g(y) + g(y-h)$$

$$\mu \delta g(y) = \frac{1}{2} [g(y+h) - g(y-h)]$$

$$\delta^4 g(y) = \delta^2(\delta^2 g(y)) \quad (2.3)$$

Bây giờ ta xấp xỉ (1.9), (1.10) theo (2.1), (2.2) ta được phương trình sai phân dạng:

$$(S_0 + S_2 \delta^2 + S_4 \delta^4) g = 0 \quad (2.4)$$

với

$$S_0 = i\epsilon^2 \alpha^4 - \alpha^2(U - C) - U'' ; \quad \epsilon^2 = \frac{1}{\alpha R_e}$$

$$S_2 = \frac{1}{6} S_0 + \frac{1}{h^2} (U - C - 2i\alpha^2 \epsilon^2) ; \quad S_4 = \frac{i\epsilon^2}{h^4} + \frac{S_0}{360} + \frac{1}{12h} (U - C - 2i\alpha^2 \epsilon^2).$$

Để giải bài toán của chúng ta, cần phải chia đoạn  $[-1, 1]$  thành  $2N$  đoạn bằng nhau và ta đánh số các điểm nút như sau :

$$y_0 = 1, \quad y_1 = 1 - \frac{1}{h}, \quad y_2 = 1 - \frac{2}{h}, \dots, \quad y_N = 0 = y_{N+1}, \quad y_{N+2} = -\frac{1}{h}, \dots, \quad y_{2N+1} = -1$$

Khi đó tại mỗi điểm  $y_k$  của lưới, (2.4) được triển khai theo số đồ 5 điểm và có dạng :

$$A_K g_{K-2} + B_K g_{K-1} + C_K g_K + D_K g_{K+1} + E_K g_{K+2} = 0 \quad (2.5)$$

với

$$g_m = g(y_m); \quad A_K = S_{4K}; \quad E_K = -4S_{4K} + S_{2K};$$

$$C_K = 6S_{4K} + S_{6K} - 2S_{2K}; \quad D_K = S_K; \quad B_K = A_K.$$

$$\text{Để dàng nhận thấy rằng tại các điểm nút } y_0 = 1; \quad y_1 = 1 - \frac{1}{h}; \quad y_{N+1} = \frac{1}{h};$$

$$y_N = 0 = y_{N+1}; \quad y_{N+2} = -\frac{1}{h}; \quad y_{2N} = -1 + \frac{1}{h}; \quad y_{2N+1} = -1$$

để xấp xỉ theo số đồ 5 điểm, ta cần phải đưa thêm vào các điểm phụ (điểm ảo). Ta ký hiệu giá trị của  $g$  tại các điểm đó tương ứng là  $g_{-2}; g_{-1}; g_{N-1}; g_N; g_{N+1}; g_{N+2}; g_{2N+2}; g_{2N+3}$ . Các điểm này cũng cần để xấp xỉ các điều kiện biên (1.11) – (1.15). Như vậy ta có  $2N+10$  ẩn số  $g_N$  tại  $2N+10$  nút lưới trong đó có 8 nút ảo và  $2N+10$  phương trình trong đó có  $2N+2$  phương trình dạng (2.5) tại  $2N+2$  nút thực và 8 điều

kiện biên. Từ xếp xỉ các điều kiện (1.15) ta dễ dàng biểu diễn  $\bar{g}_{-2}; \bar{g}_{-1}; \bar{g}_{2N+2}; \bar{g}_{2N+3}$  qua các giá trị  $g_0, g_1, g_2, g_{2N-1}, g_{2N}, g_{2N+1}$ .

Thay chúng vào các phương trình tại các nút  $y_0, y_1, y_{2N}, y_{2N+1}$  và làm phép truy đuổi thuận ta sẽ nhận được các biểu thức dạng :

$$g_{N-2} = P_{N-2}g_{N-1} + Q_{N-2}g_N; g_{N-1} = P_{N-1}g_N + Q_{N-1}g_{N+1};$$

$$g_N = P_N\bar{g}_{N+1} + Q_N\bar{g}_{N+2}; g_{N+1} = P_{N+1}\bar{g}_N + Q_{N+1}\bar{g}_{N-1}$$

$$g_{N+2} = P_{N+2}g_{N+1} + Q_{N+2}g_N; g_{N+3} = P_{N+3}g_{N+2} + Q_{N+3}g_{N+1}$$

Mặt khác khi xếp xỉ các điều kiện biên (1.11) – (1.14) ta được 4 phương trình dạng :

$$\begin{aligned} A^m g_{N-2} + B^m g_{N-1} + C^m g_N + D^m \bar{g}_{N+1} + E^m \bar{g}_{N+2} &= a^m g_{N+3} + b^m g_{N+2} + \\ &+ c^m g_{N+1} + d^m \bar{g}_N + e^m \bar{g}_{N-1}; m = 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (2.7)$$

tương ứng với (1.11) – (1.14), vẽ trái (2.7) ứng với  $\varphi_1$  vẽ phải ứng với  $\varphi_2$ . Bây giờ ta thay (2.6) vào (2.7) ta sẽ được :

$$D_m \bar{g}_{N+1} + E_m \bar{g}_{N+2} = d_m \bar{g}_N + e_m \bar{g}_{N-1}; m = 1, 2, 3, 4 \quad (2.8)$$

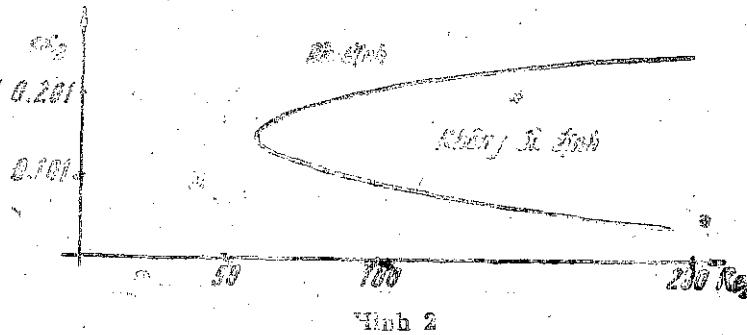
Như vậy cuối cùng ta nhận được hệ 4 phương trình thuận nhất với 4 ẩn  $\bar{g}_{N+1}, \bar{g}_{N+2}, \bar{g}_N, \bar{g}_{N-1}$ . Điều kiện để hệ có nghiệm khác không sẽ là :

$$\Delta = \begin{vmatrix} D_1 & E_1 & d_1 & e_1 \\ D_2 & E_2 & d_2 & e_2 \\ D_3 & E_3 & d_3 & e_3 \\ D_4 & E_4 & d_4 & e_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.9)$$

Đây chính là điều kiện để ta tìm giá trị riêng  $C$  của bài toán theo  $\alpha, R_e$ . Cho  $\alpha, R_e$  các giá trị cụ thể, ta có thể tìm được một giá trị  $C^* = iC_r^* + C_i^*$  sao cho  $\Delta(C^*, \alpha, R_e) = 0$  ví dụ như bằng phương pháp Niu-ton. Đường cong trung gian là đường cong  $F(\alpha, R_e) = 0$  trong mặt phẳng  $(\alpha, R_e)$  xác định trên đường cong kỵ là có  $C_j^* = 0$ . Đường cong này sẽ chia mặt phẳng đó thành hai miền trong ứng với chế độ chảy ổn định và miền kia ứng với chế độ chảy không ổn định.

### § 3. KẾT QUẢ TÌNH

Thuật trên đã được sử dụng để tính cho trường hợp dòng chảy cồn/nước, trong đó độ dày lớp cồn ở trên là 1,9cm, độ dày lớp nước là 0,1cm. Đường cong trung gian cho trường hợp này được biểu diễn ở trên hình 2. Giá trị  $R_{e*} \approx 30 \pm 60$  và  $\alpha_* \approx 0,1 \pm 0,15$ . Giá trị của  $C$  theo một số giá trị của  $\alpha, R_e$  được cho ở bảng 1 và 2.



Hình 2

Bảng 1

Re <sub>1</sub>	Re <sub>2</sub>	Cr	C <sub>i</sub>	Re <sub>1</sub>	Re <sub>2</sub>	Cr	C <sub>i</sub>
10	290	3,4636	- 1,8923	20	580	3,9848	- 0,6035
30	870	2,3475	- 1,9190	30	870	2,5932	- 0,4294
40	1160	2,1009	- 0,0366	60	1730	0,5806	- 0,1151
60	1730	1,8098	- 0,0128	90	2608	0,7509	- 0,0302
70	2020	1,8320	- 0,0082	105	3043	0,7829	- 0,0056
80	2310	1,7776	- 0,0252	110	3133	0,8041	0,0011
100	2398	1,6950	0,0537	150	4247	0,8641	0,0382
200	5796	1,4854	0,1410	200	5763	0,0935	0,0623

 $\alpha = 0,1$  $\alpha = 0,2$ 

Bảng 2

$\alpha$	Cr	C <sub>i</sub>	Cr	C <sub>i</sub>	Cr	C <sub>i</sub>
0,051	1,773	- 0,0903	1,7080	- 0,0418	1,6453	- 0,0059
0,061	1,7510	- 0,0472	1,6642	- 0,0037	1,6010	0,0289
0,071	1,7140	- 0,0117	1,6285	0,0276	1,5698	0,0581
0,081	1,6827	0,0188	1,581	0,0558	1,5403	0,0817
0,091	1,6555	0,0478	1,5713	0,0837	1,5142	0,1121
0,101	1,6325	0,0764	1,5493	0,1151	1,4937	0,1444
0,111	1,6164	0,1153	1,5361	0,1516	1,4833	0,1821

Re = 120

Re = 160

Re = 200

#### § 4. KẾT LUẬN

Kết quả tính cho ta thấy dòng chảy có mặt phân cách mảnh ôn định sớm hơn rất nhiều so với dòng chảy không có mặt phân cách. Điều này phù hợp với thye 15 quan sát và thực nghiệm. Trong thuật toán này để nâng cao độ xấp xỉ đạo hàm bậc ba trong (2.2) chúng ta có thể áp dụng phương pháp luôi không đều bằng cách đưa vào phép biến đổi tọa độ như trong [3].

Địa chỉ  
Viện cơ - Viện KHVN

Nhận ngày 13/1/1988

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. YIH C. S. Instability due to viscosity stratification. J. Fluid Mech. Vol. 27, pp 337-352, 1967.
2. THOMAS L. H. The stability of plane Poiseuille flow. Phys. Rev. Vol. 91, pp 7-10, 1953.
3. LIN C. C. The theory of hydrodynamic stability. Cambridge University press, 1955.
4. ГОЛЬДШТИК М. А., ШТЕРН В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Изд. Наука, Новосибирск, 1977.
5. ЧАН ВАН ЧАН, ШКАДОВ В. Я. Неустойчивость слоя вязкой жидкости под воздействием граничного потока газа. Механика жидкости и газа. № 2, 1970.
6. КРЫЛОВ А. Л., МАЛЫХИНА И. Д. Решение задачи о собственных значениях для уравнения Орра заммерФельда разностным методом. Сб. работ ВЦ МГУ, Т. 11, 1968.

## SUMMARY

### INSTABILITY OF THE INTERFACE OF VISCOUS FLUIDS MOVING IN A CHANNEL PART I. A LINEAR PROBLEM

In this paper the linear problem of hydrodynamic stability of the interface between two viscous fluids, moving in a plane channel is considered. Thomas's method of finite differences is used for solving this problem. The calculation indicates that the flow with an interface is more unstable than that of homogeneous fluid.

## THÔNG BÁO VỀ SYMPOSIUM DAO ĐỘNG TRONG KỸ THUẬT

Dè đánh giá và tổng kết các kết quả nghiên cứu trong thời gian qua cũng như dè đầy mạnh hơn nữa việc hợp tác nghiên cứu trong lĩnh vực ứng dụng kỹ thuật dao động. Trung tâm hỗ trợ các ứng dụng cơ học, Phân hội Cơ học đại dương và ứng dụng (Hội Cơ học) phối hợp với Viện Cơ học Viện KHVN, Phân viện cơ học thành phố Hồ Chí Minh, trường đại học Tôn Đức Thắng, trường đại học Bách khoa Hà Nội tổ chức Symposium DAO ĐỘNG TRONG KỸ THUẬT vào hạ tuần tháng 2 năm 1989 (sau tên Kỹ ty) tại Hà nội với các nội dung sau :

1. Các vấn đề tính toán động lực học máy và công trình.
2. Các biện pháp khử rung cho máy và công trình.
3. Kỹ thuật máy rung động và công nghệ rung động.
4. Kỹ thuật giảm rung trong KHKT an toàn lao động.
5. Các thiết bị đo dao động và kỹ thuật thực nghiệm.

Các tóm tắt báo cáo khoa học (không quá 20 dòng). Xin gửi đến địa chỉ : Symposium DAO ĐỘNG TRONG KỸ THUẬT Khoa Cơ học ứng dụng, C6, Đại học Bách khoa Hà nội trước ngày 15.12.1988,