

PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TẢI TRỌNG ĐỘNG TRONG CÁP NÂNG VỚT TÀU

NGUYỄN TRƯỜNG

§1. MỞ ĐẦU

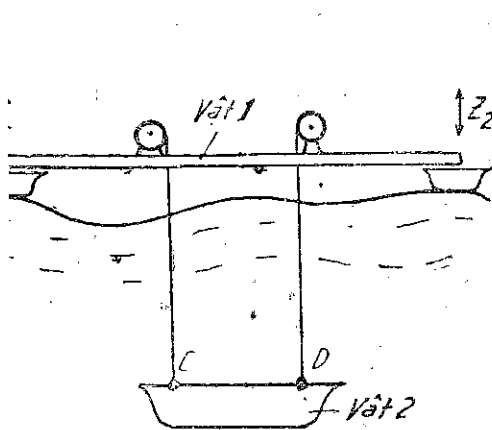
Khi thiết kế nâng vớt tàu, cần xét đến tác động của sóng gây chuyển động ngang của các tàu cứu hộ mang dầm có đặt tời kéo, đến tải trọng trong cáp. Trong bài này, ta coi chuyển động của tàu trên sóng như đã biết và là kích động động học với hệ dao động xét ở dưới. Trọng lượng nâng và trọng tâm của tàu đắm thu được do kết quả đo đạc thực nghiệm, do vậy chỉ được xác định gần đúng.

§2. ĐẶT BÀI TOÁN

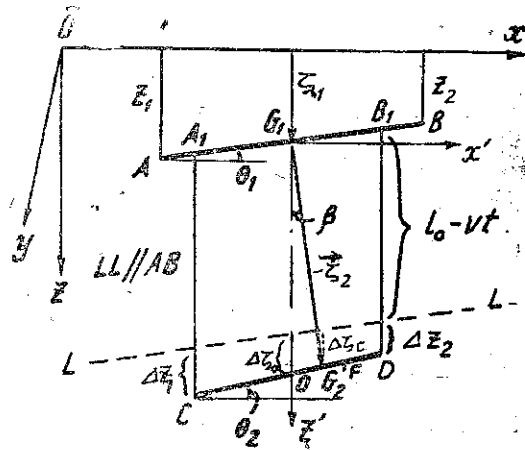
Một dầm cứng dài l_1 có khối lượng m_1 đặt trên hai gối đỡ ở hai đầu A và B (hình 1, 2). Hai điểm này có chuyển động cho trước $z_1 = z_1(t)$, $z_2 = z_2(t)$. Dầm có thiết bị nâng kéo tại A₁, B₁. Dây cáp được gắn vào hai điểm C và D của tàu nổi khối lượng m_2 nằm trong nước, và được cuộn lên với tốc độ dài không đổi v . Tính tải trọng cực đại xuất hiện trong cáp trong quá trình nâng vớt.

Ta chấp nhận các giả thiết sau:

1. Chuyển động dao động dung đưa của các cáp nâng A₁C và B₁D là nhỏ ($\beta \ll 1$, $\theta_2 \ll 20^\circ$), do đó ta có thể giới hạn ở bài toán chuyển động song phẳng với hai bậc tự do.
2. Độ chênh lệch của tàu khi nâng vớt thông thường giới hạn ở trị số nhỏ hơn ($|\theta_2| \ll 20^\circ$), vì thế các chuyển động dao động của tàu coi như nhỏ.
3. Coi trọng lượng cáp nâng nhỏ so với trọng lượng của tàu, trong tính toán tải trọng cáp không có trọng lượng có tính đàn hồi.



Hình 1



Hình 2

§ 3. LẬP PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Ta sử dụng hai hệ tọa độ: Hệ cố định $Oxyz$, hệ động $G_1x'y'z'$ chuyển động tịnh tiến, có gốc gắn ở G_1 - khối tâm của dầm AB. Hai trục Ox và G_1x' trùng nhau và m ngang khi tời chưa hoạt động. Khi tời bắt đầu hoạt động là thời điểm $t = 0$. Vị trí của dầm AB được xác định bởi hai tọa độ: dịch chuyển thẳng đứng của khối tâm là ξ_1 , và góc quay θ_1 , hoặc hai đại lượng Z_1, Z_2 . Ta xác định vị trí của tàu CD

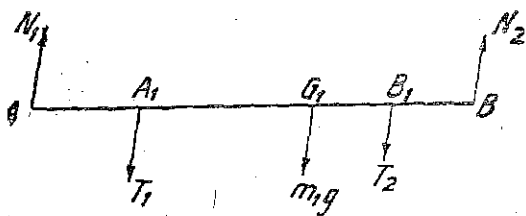
ong chuyển động tương đối trong hệ $G_1x'y'z'$ bằng véc tơ $\vec{\xi}_2 = \overrightarrow{G_1G_2}$ (G_2 - khối tâm của tàu) và góc quay θ_2 so với G_1x' . Khi tời chưa hoạt động, tức khi $t < 0$, $\xi_2 \cos \beta = l_0$ -

đài ban đầu của các cáp nâng A_1C và B_1D , ξ_2 - độ dài của véc tơ $\vec{\xi}_2$, góc β - góc của véc tơ $\vec{\xi}_2$ với hướng thẳng đứng đi qua G_1 . Phương trình chuyển động của vật (tàu) có dạng sau:

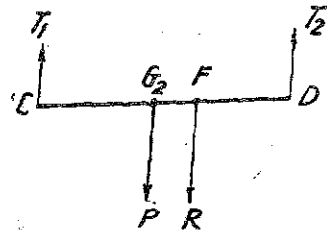
$$m_1 \ddot{\xi}_1 = T_1 + T_2 + m_1 g - (N_1 + N_2), \quad (3.1)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 = -N_1 a_1 + N_2 b_1 + T_1(a - c) - T_2(b_1 - d); \quad (3.2)$$

đây J_1 - mômen quán tính đối với khối tâm G_1 ; T_1, T_2 - lực căng của cáp nâng tác dụng vào A_1 và B_1 (hình 3); N_1, N_2 - phản lực của gối đỡ ở A, B lên dầm; các kích thước khác được ghi rõ trên hình. Phương trình chuyển động tương đối của vật 2 (tàu CD) trong hệ $G_1x'y'z'$.



Hình 3



Hình 4

$$m_2 \ddot{\xi}_2 = \sum \vec{F}_i + \vec{F}_e, \quad (3.3)$$

$$J_2^{(O)} \ddot{\theta}_2 + m_2 r_c \times \vec{W}_O = \vec{M}_O; \quad (3.4)$$

ở đây, ta lấy điểm cực ở O - giao điểm của đường thẳng đứng đi qua G_1 với CD , $\vec{r}_c = \overrightarrow{OG_2}$, G_2 - khối tâm của tàu (hình 2, 4), $J_2^{(O)}$ - mô men quán tính của tàu đối với trục đi qua O thẳng góc với mặt phẳng xOz ; M^O - tổng mô men của các lực đối với trục đó; \vec{W}_O - gia tốc điểm cực O , \vec{F}_e lực quán tính do chuyển động theo:

$$\vec{F}_e = -m_2 \ddot{\xi}_1 \quad (3.5)$$

$\sum \vec{F}_i$ - tổng các lực tác dụng lên tàu, gồm: trọng lượng nâng P của tàu đặt ở G_2 ; lực cản R của nước lên tàu đặt ở F , $r_f = OF$:

$$R = ksv^2 \quad (3.6)$$

R tần, V - tốc độ dịch chuyển của tàu trong nước (m/sec) theo phương thẳng đứng và bằng:

$$V = \ddot{\xi}_1 - v + \Delta \ddot{\xi}_1 \quad (3.7)$$

S - diện tích cản thẳng góc với phương chuyển động (m^2), $k = 0,06$ - hằng số tỉ lệ lấy từ thực nghiệm [2, trang 142] W ; lực căng T_1, T_2 hướng lên trên và đặt ở C, D (hình 5). Lực căng có hai thành phần: thành phần hằng số T_1^h và T_2^h , và thành phần do độ dãn dài động lực $\Delta Z_1, \Delta Z_2$ nảy sinh do dao động đàn hồi của cáp theo phương dọc trục cáp:

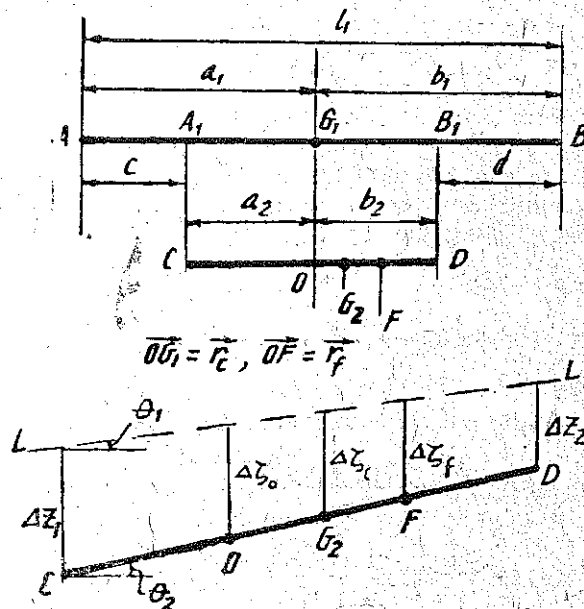
$$T_j = T_j^h + \epsilon_j EA, \quad j = 1, 2; \quad (3.8)$$

Ở đây ϵ_j - độ dãn dài tương đối của cáp j ($j = 1, 2$) với E - môđun đàn hồi và A - tiết diện cáp;

$$T_1^h = \frac{b_2}{l_2} (P + R) - \frac{r_c P + r_f R}{l_2},$$

$$T_2^h = \frac{a_2}{l_2} (P + R) + \frac{r_c P + r_f R}{l_2}, \quad (3.9)$$

$$\epsilon_j = \Delta Z_j / (l_0 - vt), \quad j = 1, 2$$



Hình 5

Ứng với $\Delta Z_1, \Delta Z_2$ các điểm O, G_2, F có các độ dịch chuyển tương ứng $\Delta \xi_o, \Delta \xi_c, \Delta \xi_f$. Biểu thị các đại lượng này qua $\Delta \xi_c$ và θ_2 , ta có:

$$\Delta \xi_o = \Delta \xi_c + r_c (\theta_2 - \theta_1), \quad \Delta \xi_f = \Delta \xi_c - (r_f - r_c) (\theta_2 - \theta_1) \quad (3.10)$$

$$\Delta Z_1 = \Delta \xi_c + (a_2 + r_c) (\theta_2 - \theta_1), \quad \Delta Z_2 = \Delta \xi_c - (b_2 - r_c) (\theta_2 - \theta_1)$$

Chiếu phương trình (3.3) lên trục $G_2 z'$, phương trình (3.4) lên trục $G_1 y'$, có lưu ý đến (3.8), (3.9), (3.10), và $\cos \theta_2 \approx 1$, ta có:

$$m_2 \Delta \ddot{\xi}_c = -(\epsilon_1 + \epsilon_2) EA - m_2 \ddot{\xi}_1, \quad (3.11)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 = m_2 r_c \Delta \ddot{\xi}_c - m_2 r_c^2 \ddot{\theta}_1 + 2m_2 r_c \ddot{\xi}_1 - EA(\epsilon_1 a_2 - \epsilon_2 b_2);$$

J_2 - mômen quán tính đối với khối tâm G_2 . Điều kiện ban đầu đề tích phân hệ (3.11) là:

$$\Delta \xi_c(0) = 0, \theta_1(0) = \theta_2(0) = 0, \Delta \dot{\xi}_c(0) = -v. \quad (3.12)$$

Tiết diện A cần tính sơ bộ trước khi tích phân, chẳng hạn theo công thức:

$$A > m_2 g / [\sigma]$$

$[\sigma]$ -- ứng suất cho phép của vật liệu cáp.

Cần lưu ý rằng các đại lượng P, r_c, r_l trong (3.9) và m_2, J_2, r_c, r_l trong (3.11) là các đại lượng của tàu đắm nằm dưới nước sâu chỉ được biết gần đúng trong giới hạn nào đó:

$$\begin{aligned} r_c^{(1)} &\leq r_c \leq r_c^{(2)}, & m_2^{(1)} &\leq m_2 \leq m_2^{(2)}, \\ r_l^{(1)} &\leq r_l \leq r_l^{(2)}, & J_2^{(1)} &\leq J_2 \leq J_2^{(2)}, \\ P^{(1)} &\leq P \leq P^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Để làm giảm sự phụ thuộc của tính chất của lời giải vào mức độ không xác định của các đại lượng m_2, J_2 , ta chuyển hệ (3.11) về dạng không thứ nguyên bằng các đơn vị sau: khối lượng m_2 , chiều dài D và thời gian $1/\omega_0$ với

$$D = \sqrt{J_2/m_2}, \quad \omega_0^2 = EA/\sqrt{J_2 m_2} \quad (3.14)$$

Mức độ không chính xác của m_2, J_2 chỉ làm thay đổi đơn vị mà thôi. Để có các phương trình không thứ nguyên, trong các phương trình có thứ nguyên (3.11) ta chia chiều dài cho D , lực cho EA , tốc độ cho $D\omega_0$, gia tốc cho $D\omega_0^2$, đặt $m_2 = 1$, và lấy đạo hàm với thời gian không thứ nguyên $\omega_0 t$. Đưa hệ phương trình (3.11) với các biến không thứ nguyên về dạng Cauchy ta có:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\xi}_c &= -(\epsilon_1 + \epsilon_2) - \ddot{\xi}_1, \\ \ddot{\theta}_2 &= -\epsilon_1(a_2 + r_c) + \epsilon_2(b_2 - r_c) + r_c \ddot{\xi}_1 - r_c^2 \ddot{\theta}_1, \end{aligned} \quad (3.15)$$

với các điều kiện ban đầu:

$$\Delta \xi_c(0) = \theta_2(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0, \Delta \dot{\xi}_c(0) = -v, \quad (3.16)$$

và

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{\Delta \xi_c + (a_2 + r_c)(\theta_2 - \theta_1)}{l_0 - v_1 t}, & v_1 &= v, \\ \epsilon_2 &= \frac{\Delta \xi_c - (b_2 - r_c)(\theta_2 - \theta_1)}{l_0 - v_2 t}, & v_2 &= v, \\ \xi_1 &= (b_1 z_1 + a_1 z_2)/l_1, & \theta_1 &= (z_1 - z_2)/l_1. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Cần lưu ý là từ hệ thức (3.15) trở đi, các biến đã được viết ở dạng không thứ nguyên. Lực căng ở (3.8) nay có dạng:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{b_2}{l_2} (P + R) - \frac{r_c P + r_l R}{l_2} + \epsilon_1, \\ T_2 &= \frac{a_2}{l_2} (P + R) + \frac{r_c P + r_l R}{l_2} + \epsilon_2. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Ở (3.18) có đại lượng R cần lưu ý. Muốn có R không thứ nguyên với S và V đã viết ở dạng không thứ nguyên, ta phải nhân (3.6) với (D^3/m_2) .

Tích phân hệ phương trình (3.15) với các điều kiện ban đầu (3.16) ta thu được $\Delta \xi_c$ và θ_2 , cho vào (3.18) có lưu ý đến (3.17) ta có lực căng trong các cáp bằng.

**§4. TA PHẢI TÌM TRỊ SỐ TUYỆT ĐỐI CỰC ĐẠI CỦA
T_j, (j = 1, 2) (3.18)**

Xét đại lượng V trong R (3.6). Lưu ý (3.10) ta có:

$$v = \dot{\xi}_1 - v + \Delta \dot{\xi}_c - (r_1 - r_c)(\theta_2 - \theta_1) \quad (4.1)$$

Vì dao động là nhỏ nên $|\theta_2| \ll 1$, $|\theta_1| \ll 1$, và vì thế phân thêm vào V của chuyển động quay của con tàu trong mặt phẳng chuyển động có thể coi là nhỏ không đáng kể so với các thành phần khác, do vậy, thay vì (4.1), ta có:

$$v \approx \tilde{v} = \dot{\xi}_1 - v + \Delta \dot{\xi}_c \quad (4.2)$$

Viết hiển các hệ thức tính lực căng T₁, T₂ (3.18), có lưu ý (3.6), (3.7) và (4.2), ta có:

$$T_1 = T_{11} - h, \quad T_2 = T_{21} + h \quad (4.3)$$

với:

$$T_{11} = \frac{b_2}{l_2} (P + KSV^2) + \frac{\Delta \dot{\xi}_c + (a_2 + r_c)(\theta_2 - \theta_1)}{l_0 - v_1 t} - \frac{KSV^2}{l_2} r_1,$$

$$T_{21} = \frac{a_2}{l_2} (P + KSV^2) + \frac{\Delta \dot{\xi}_c - (b_2 - r_c)(\theta_2 - \theta_1)}{l_0 - v_2 t} + \frac{KSV^2}{l_2} r_1. \quad (4.4)$$

và

$$h = h(r_c, P) = \frac{1}{l_2} (r_c P) \quad (4.5)$$

Nhận xét rằng các đại lượng T₁₁ và T₁₂ phụ thuộc một cách tuyến tính vào các tham số r_c, r₁, P với các trị của chúng nằm trong miền lồi (3.13). Ta phải chọn trong tập hợp các trị đó tổ hợp « xấu nhất » làm cực trị hóa T₁₁, T₂₁. Theo định lý quen biết của qui hoạch tuyến tính, cực trị của T_{j1} (j = 1, 2), nếu có, chỉ có thể nằm ở các đỉnh của hình hộp ba chiều, tạo dựng nên bởi miền (3.13) của 3 biến r_c, r₁, P với số đỉnh là 2³ = 8, có nghĩa là ta chỉ phải lựa chọn với số phương án không lớn lắm [1].

Ta có thể chứng minh rằng các cực trị của hàm mục tiêu phi tuyến h (4.5), nếu có, cũng nằm ở các trị biên của r_c, P. Muốn thế, ta làm hai phép biến đổi: a) di chuyển gốc của trục r_c và P sao cho r_c và P luôn là dương, b) sau đó đổi từ các biến r_c, P sang các biến y₂, y₃ bằng hệ thức:

$$y_2 = \ln r_c, \quad y_3 = \ln P, \quad y_1 = \ln(h) \quad (4.6)$$

Thay vì (4.5), ta có:

$$y_1 = y_2 + y_3 \quad (4.7)$$

với

$$y_2^{(1)} \leq y_2 \leq y_2^{(2)}, \quad y_3^{(1)} \leq y_3 \leq y_3^{(2)} \quad (4.8)$$

$$y_2^{(i)} = \ln r_c^{(i)}, \quad y_3^{(i)} = \ln P^{(i)}, \quad i = 1, 2. \quad (4.9)$$

Ta thấy y₁ phụ thuộc tuyến tính vào y₂, y₃ với các trị của chúng trong miền lồi (4.8). Cũng lý luận tương tự như trên, cực trị của y₁, nếu có, thì cũng chỉ ở các đỉnh của hình chữ nhật do miền (4.8) tạo nên, và vì các hàm y₂, y₃ là hàm tăng đơn điệu của r_c, P nên cực trị của hàm h (4.5) cũng nằm ở các biên của r_c, P. Đó là điều ta phải chứng minh

§ 5. VÀI ĐIỀU CẦN LƯU Ý KHI TÍCH PHÂN HỆ PHƯƠNG TRÌNH (3.15)

Khi lập phương trình chuyển động, ta ngầm công nhận các liên kết là giữ, có nghĩa là

$$T_1 > 0, T_2 > 0 \quad (5.1)$$

Điều này xuất phát từ yêu cầu thực tiễn của việc nâng vớt tàu, vì tốc độ nâng thường nhỏ để khỏi tạo nên mômen quay gây ra độ chênh dọc lớn hơn trị cho phép θ_* , tránh uọt cấp khối tàu, gây tai nạn [3]. Thường người ta lấy độ chênh dọc cho phép là θ_* :

$$|\theta_2| \leq \theta_*, \theta_* = 15^\circ \div 20^\circ \quad (5.2)$$

Trong thực tiễn, người ta thiết lập liên kết phản hồi giữa máy đo độ chênh lệch của con tàu nằm trong nước, lực căng trong các cáp nâng và bộ phận điều khiển tới răng kéo. Qui luật điều khiển như sau:

Khi $T_j = 0$, thì v_j phải cho bằng 0 ($j = 1$ hoặc 2 , ứng với cáp 1 và 2).

Khi $|\theta_2| = \theta_*$ thì

- nếu $\theta_2 > 0$, phải có $v_2 = 0$ (trong ϵ_2 , ứng với cáp B_1D)

- nếu $\theta_2 < 0$, phải có $v_1 = 0$ (trong ϵ_1 , ứng với cáp A_1C)

Ứng với qui luật điều khiển vừa nêu, trong khi lập chương trình tính toán trên máy tính, ta phải có những chỗ rẽ nhánh cần thiết tương ứng.

Cần lưu ý là khi $v_i = 0$ ($i = 1$ hoặc 2), lực căng R lên con tàu và điểm đặt của nó cũng thay đổi, vì khi đó con tàu (vật 2) như quay quanh C (nếu $i = 1$), hoặc D (nếu $i = 2$). Để tìm điểm đặt của lực R này, ta áp dụng công thức tìm tâm của các lực song song, và lưu ý định luật sau: lực căng ở các mặt cắt ngang con tàu tỉ lệ với chiều rộng con tàu ở tiết diện đó [2, trang 119].

§ 6. KẾT LUẬN

Để tính trị số tuyệt đối cực đại của lực căng trong cáp, ta tích phân hệ (3.15) và tính T_1 và T_2 theo (3.18) với tám tổ hợp khác nhau về các tham số r_c, r_f, P :

$$1) r_c^1, r_f^1, P^1; \quad 2) r_c^1, r_f^1, P^2; \quad 3) r_c^1, r_f^2, P^1; \quad 4) r_c^1, r_f^2, P^2;$$

$$5) r_c^2, r_f^1, P^1; \quad 6) r_c^2, r_f^1, P^2; \quad 7) r_c^2, r_f^2, P^1; \quad 8) r_c^2, r_f^2, P^2.$$

Trong chương trình tính toán có lưu ý đến quy luật điều khiển ở mục §5. Cứ với mỗi phương án tổ hợp tham số, ghi lại trị số tuyệt đối cực đại của T_1, T_2 . So sánh các kết quả của tám phương án, ta thu được kết quả cần tìm. Nếu có lưu ở bộ nhớ thời điểm t_* ứng với cực trị tìm được, khi tính lực căng theo (3.18) ta có thể thêm trọng lượng của đoạn cáp ứng với thời điểm đó. Thời khoảng tích phân là từ $t = 0$ đến $t = l_0/v$.

Tác giả bày tỏ lời cảm ơn giáo sư Nguyễn Xuân Hùng về việc đề xuất bài toán từ thực tiễn, giáo sư Vũ Tấn Khiêm và Nguyễn Xuân Hùng về những cuộc trao đổi qui báu và bổ ích.

Địa chỉ:
Viện KHVN

Nhận ngày 30-9 1987.

(xem tiếp trang 56)