

PHƯƠNG PHÁP SỐ GIẢI BÀI TOÁN TRUYỀN NHIỆT - CHẤT TRONG MÔI TRƯỜNG XỐP CÓ BIẾN DI ĐỘNG

DƯƠNG NGỌC HẢI

§ 1. MỞ ĐẦU

Nhiệt - thủy động lực học quá trình tương tác của sóng điện từ cao tần (SDTCT) với môi trường xốp cứng (thành phần thứ nhất) chứa thành phần thứ hai có thể hóa lỏng ở nhiệt độ T_m và chuyển động dưới tác dụng của chênh lệch áp suất được xem xét trong khuôn khổ những phương pháp của cơ học môi trường nhiều pha [1]. Bài toán này liên quan tới vấn đề sấy khô, làm sạch môi trường xốp, vấn đề khai thác, làm tăng hệ số ra vữa của dầu thô có độ nhớt cao [2 - 4, 10]. Đối với môi trường một thành phần, bài toán truyền nhiệt - chất có biên di động nảy sinh trong công nghiệp nấu luyện chế biến quặng, trong công nghiệp nuôi cấy tinh thể [6]. Một số nghiên cứu giải tích bài toán trên có thể tìm thấy trong [7-9].

§ 2. MÔ HÌNH TOÁN HỌC

Sử dụng các tham số và biến số không thứ nguyên :

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{\rho_i}{\rho_{10}}, \quad \theta = \frac{T}{T_m}, \quad P = \frac{p_1}{p_0}, \quad U_i = \frac{u_i}{u_0}, \quad G_1 = \frac{m\rho_0 u_0 FL_1^{(e)}}{\lambda_1 T_m}, \\ G_2 &= \frac{m\rho_0 u_0 FL_1^{(e)}}{\lambda_s T_m}, \quad \gamma = \frac{\rho_2 - \rho_{1m}}{\rho_{1m}}, \quad \varphi = \frac{\rho c}{\rho_{10} c}, \quad C_1 = \frac{c_1}{c_1}, \\ M(\theta) &= \frac{\mu_1'(T)}{\mu_{1m}}, \quad L = \frac{L_1^{(e)}}{L_s^{(e)}}, \quad X = \frac{x}{L_1^{(e)}}, \quad X_b = \frac{x_b}{L_1^{(e)}}, \\ X_m &= \frac{x_m}{L_1^{(e)}}, \quad \tau = \frac{u_0 t}{L_1^{(e)}}, \quad \left(u_0 = \frac{k p_0}{\mu_{1m} L_1^{(e)}} \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

hệ phương trình nhiệt - thủy động lực học mô tả quá trình nung nóng vật chất bởi nguồn nhiệt khối Q do tác dụng của SDTCT trong trường hợp chuyển động không dừng một chiều ($v = 0, 1, 2$ phù hợp tương ứng với trường hợp chuyển động đối xứng mặt, đối xứng trục và đối xứng cầu), trong hệ tọa độ Euler (X, τ) có thể viết dưới dạng sau [7] :

Trong môi trường xốp, chứa pha lỏng của thành phần thứ hai,
 $X_b \ll X < X_m(\tau)$:

$$mB_p \frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{1}{X^v} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\varphi_1}{M} X^v \frac{\partial P}{\partial X} \right) + mB_T \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad (2.2)$$

$$\varphi_1 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \varphi_1 U_1 \frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{1}{Pe_1 X^v} \frac{\partial}{\partial X} \left(X^v \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + Q_1; \quad (2.3)$$

$$U_1 = - \frac{1}{M} \frac{\partial P}{\partial X}; \quad (2.4)$$

$$Q_1 = N \left(\frac{X_b}{X} \right)^v \{ \exp[-(X - X_b)] + H \exp[-(X_m - X_b) - (X_m - X)] \};$$

$$\varphi_1 = 1 + B_p(P - 1) - B_T(\theta - \theta_0); \alpha_2 = 0,$$

$$\varphi_1 = m\varphi_1 + (1 - m)\varphi_3 C_3. \quad (2.5)$$

- Trong miền môi trường xốp chứa pha rắn của thành phần thứ hai, $X_m(\tau) < X < X_0$:

$$\varphi_3 \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{Pe_3 X^v} \frac{\partial}{\partial X} \left(X^v \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + Q_3; \quad (2.6)$$

$$Q_3 = (1 - H)NL \left(\frac{X_b}{X} \right)^v \exp[-(X_m - X) - L(X - X_m)],$$

$$\varphi_2 = \text{const}, U_2 = 0, \alpha_1 = 0, \varphi_3 = m\varphi_2 C_2 + (1 - m)\varphi_3 C_3 \quad (2.7)$$

- Điều kiện ban đầu và điều kiện biên cho trước trên biên trong X_b , mặt chuyển pha X_m và biên ngoài X_0 (X_0 có thể tiến ra $+\infty$):

$$\tau = 0; \theta = \theta_0, P = 1, U_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.8)$$

$$X = X_b: \theta = \theta_b \text{ hay } \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=X_b} = -q_b \quad (2.9)$$

$$P = P_b \text{ hay } \left. \frac{\varphi_1}{M} \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{X=X_b} = G_b \quad (2.10)$$

$$X = X_m: \theta = 1, \left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{X=X_m(\tau) - 0} = -mM\gamma \frac{dX_m}{d\tau} \quad (2.11)$$

$$\varphi_2 \frac{dX_m}{d\tau} = - \frac{1}{G_1} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=X_m(\tau) - 0} + \frac{1}{G_3} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=X_m(\tau) + 0} \quad (2.12)$$

$$X = X_0: P = P_0, \theta = \theta_0 \text{ hay } \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=X_0} = q_0 \quad (2.13)$$

Ở đây: ρ, p, u, T tương ứng là mật độ, áp suất, vận tốc thấm và nhiệt độ; C là nhiệt dung riêng; μ là hệ số nhớt; k và m là hệ số thấm và hệ số xốp; $L^{(e)}$ là độ dài đặc trưng cho khả năng hấp thụ SDTCT của môi trường; H là hệ số phản xạ SDTCT ($0 \leq H \leq 1$) đặc trưng cho khả năng phản xạ sóng điện từ bởi mặt chuyển pha và được xác định bằng tỉ số giữa năng lượng sóng phản xạ và sóng tới ($H = 0$ phù hợp với trường hợp không có phản xạ sóng, $H = 1$ - trường hợp phản xạ toàn bộ sóng tới. Đối với môi trường đồng nhất tuyến tính và đẳng hướng trong trường hợp phản xạ thẳng góc, H có dạng [5]:

$$H = \frac{|\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}|}{|\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}|} \quad (2.14)$$

trong đó ϵ là hệ số thấm điện môi; F là nhiệt lượng riêng hóa lỏng; B_p và B_T là hệ số nén và hệ số nở nhiệt không thứ nguyên của chất lỏng; α là phần thể tích của pha i ; q và G là dòng nhiệt và dòng khối không thứ nguyên; số Pekle Pe đặc trưng cho quá trình truyền nhiệt; N là cường độ nguồn nhiệt (cường độ máy phát SDTCT) không thứ nguyên; x là tọa độ không gian; t là thời gian. Các chỉ số dưới $i = 1, 2, 3$, tương ứng dùng để chỉ các tham số của pha lỏng, pha rắn cũ, thành phần thứ hai và của xương xốp cứng (thành phần thứ nhất). Chỉ số dưới 0 dùng để chỉ các đại lượng ở điều kiện ban đầu. Các chỉ số dưới 1 và s dùng để chỉ các tham số tương ứng của hỗn hợp trong miền môi trường xốp chứa pha lỏng của thành phần thứ hai ($X_b < X < X_m(\tau)$) và trong miền môi trường xốp chứa pha rắn của thành phần thứ hai ($X_m(\tau) < X < X_e$). Cách dẫn dắt và những giải thích cụ thể hơn về phương trình và các đại lượng có thể tìm thấy trong [7].

Hệ phương trình (2.2) – (2.7) đóng kín. Cùng với các điều kiện (2.8) – (2.13) nó có thể sử dụng để nghiên cứu quá trình tương tác giữa SDTCT và môi trường có xét đến các quá trình truyền nhiệt – thủy động lực học kèm theo, trong đó điều kiện (2.11), (2.12) thu được theo xấp xỉ tựa tĩnh học (xấp xỉ thấm). Đây là một bài toán phi tuyến mạnh. Nghiên cứu giải tích chỉ thu nhận được những kết quả hết sức riêng biệt hoặc cho những trường hợp tới hạn [7 – 9]. Đối với trường hợp tổng quát, nghiệm của hệ phương trình (2.2) – (2.13) có thể thu nhận được bằng phương pháp số trên MTDT.

§3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN HỮU HẠN

Trong phần này hệ phương trình sai phân hữu hạn được viết cho trường hợp chuyển động một chiều đối xứng trục ($v = 1$). Tuy nhiên có thể mở rộng phương pháp trình bày ở đây cho các trường hợp $v = 0$ và 2 mà không gặp khó khăn đặc biệt.

Đối với chuyển động đối xứng trục, thông thường kích thước giếng nhỏ hơn rất nhiều lần so với độ dài đặc trưng của bài toán: $X_b \ll 1$, bởi vậy trong quá trình tìm kiếm phương pháp số giải bài toán này, ngoài những lưu ý thông thường khác, cần phải lưu ý tới:

1. Bài toán có biên di động: $X_m = X_m(\tau)$.

2. Bài toán có điểm đặc biệt: Khi $X_b \rightarrow 0$ nghiệm của bài toán tới hạn – bài toán dừng (phương trình dạng elliptic) tiến tới vô cực với tiệm cận $\sim \ln X^{-1}$.

Đề có thể tính toán chính xác ở vùng lân cận giếng, nơi biến số có gradient lớn, không gian chia lưới được tách ra làm hai miền: Trong miền 1, vùng lân cận giếng, không gian được « giãn » ra bằng phép biến đổi logarit:

$$z = \text{const}(\ln X + \text{const}) \quad (3.1)$$

và trong hệ tọa độ mới Z các bước lưới không gian được chia đều (như vậy trong hệ tọa độ cũ X các bước chia lưới không gian sẽ không đều), chúng được ghép nối với miền 2 mà ở đó có các bước chia lưới không gian đều được thực hiện trực tiếp trong hệ tọa độ X . Vấn đề lựa chọn kích thước miền 1, miền 2 cũng như vấn đề ghép nối chúng lẫn các phương trình sai phân là những vấn đề hết sức tinh tế trong phương pháp số và sẽ không đề cập ở đây. Trong khuôn khổ bài báo này, để tránh được những phức tạp gây tăng thể tích bài viết, chỉ đề cập tập trung đến phương pháp lập kết hợp với phương pháp nhân tử hóa để giải bài toán truyền nhiệt – chất có biên di động.

Thêm vào đó, kỹ thuật xử lý điểm nút giếng ở những mức độ khác nhau đã được trình bày nhiều trong các tài liệu chuyên khảo về khai thác nước ngầm, khai thác dầu mỏ v.v...

Đối với một cách chia lưới xác định, những phương trình sai phân hữu hạn của phương trình (2.2), (2.3) có thể viết như sau:

$$mB_p^{j^{n+1}(s)} \delta_x p^{j^{n+1}(s+1)} = \frac{1}{X^j} \delta_x (X^j \delta_x p^{j^{n+1}(s+1)}) + mB_T^{j^{n+1}(s)} \delta_x \theta^{j^{n+1}(s+1)} \quad (3.2)$$

$$(\varphi_1 C_1)^{j^{n+1}(s)} \delta_x \theta^{j^{n+1}(s+1)} + (\varphi_1 U_1)^{j^{n+1}(s)} \delta_x \theta^{j^{n+1}(s+1)} = \frac{1}{Pe_1 X^j} \delta_x (X^j \delta_x \theta^{j^{n+1}(s+1)}) + Q_1^{j^{n+1}(s)}, \quad (3.3)$$

ở đây:

$$\begin{aligned} \delta_x A^{j^{n+1}(s+1)} &= (A^{j^{n+1}(s+1)} - A^{j^n}) / \Delta \tau^{n+1}(s), \\ \delta_x A^{j^{n+1}(s+1)} &= (A^{j^{n+1}, n+1}(s+1) - A^{j^{n+1}(s+1)}) / \Delta X, \\ \delta_x (B^j \delta_x A^{j^{n+1}(s+1)}) &= (B^{j+1/2} \delta_x A^{j^{n+1}(s+1)} - B^{j-1/2} \delta_x A^{j-1, n+1}(s+1)) / \Delta X. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Các phương trình và hệ thức khác được viết tương tự và để tránh cồng kềnh không viết ra ở đây. Trong các phương trình (3.2) - (3.4) và các phương trình sai phân sẽ viết ra dưới đây, các chỉ số trên j , n và s dùng để chỉ tương ứng là bước chia lưới theo không gian, theo thời gian và các bước lặp. Phương trình xác định vị trí mặt phân cách pha được viết như sau:

- Trong phương pháp " tìm mặt phân cách pha trùng với điểm nút lưới " đại lượng cần lặp lại để tìm là bước thời gian $\Delta \tau^{n+1}$ cần để mặt phân cách pha chuyển từ điểm nút lưới không gian J tới trùng vào nút lưới tiếp theo ($J+1$) của một mạng chia lưới không gian xác định:

$$\Delta \tau^{n+1(s+1)} = (q_b + q_e + \Delta^{n+1})^{-1} [\Delta X + \Delta \tau^{n+1(s)} (K_m^{n+1(s)} + q_b + q_e + \Delta^{n+1})], \quad (3.5)$$

$$K_m^{n+1(s)} = \varphi_2^{-1} \left(-\frac{1}{G_1} \delta_x \theta^{J^{n+1}(s+1)} + \frac{1}{G^s} \delta_x \theta^{J+1, n+1}(s+1) \right),$$

$$\theta^{J^n(s)} = \theta^{J+1, n+1}(s) = 1 \text{ với mọi } S.$$

- Trong phương pháp " với các bước không gian phân chia đại lượng cần lặp " để tìm là chuyển vị ΔX_m^{n+1} của mặt phân cách pha X_m trong khoảng thời gian xác định trước $\Delta \tau$:

$$\Delta X_m^{n+1(s+1)} = X_m^{n+1(s+1)} - X_m^n; \quad X_m^n = X_m^n(\tau), \quad (3.6)$$

$$X_m^{n+1(s+1)} = [X_m^n + (\Delta^{n+1} - 1) X_m^{n+1(s)} + \Delta \tau K_m^{n+1(s)}] / \Delta^{n+1},$$

$$K_m^{n+1(s)} = \varphi_2^{-1} \left(-\frac{1}{G_1} \frac{1 - \theta^{j_1^{n+1}(s+1)}}{X_m^{n+1(s)} - X^{j_1}} + \frac{1}{G_s} \frac{\theta^{j_2^{n+1}(s+1)} - 1}{X^{j_2} - X_m^{n+1(s)}} \right),$$

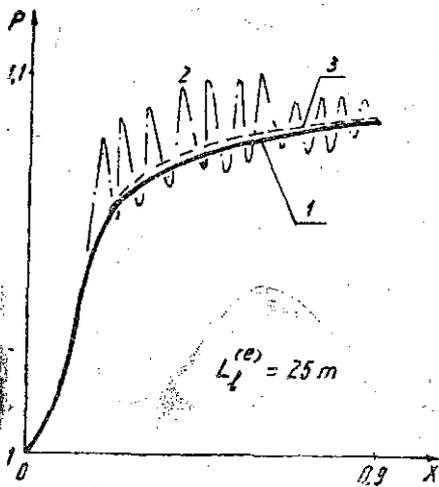
trong đó j_1 và j_2 là chỉ số các nút lưới không gian lân cận bên trái và bên phải của front chuyển pha.

Hệ phương trình sai phân hữu hạn (3.2) - (3.6) được giải bằng phép lặp kết hợp với phương pháp nhân tử hóa (khử đuôi). Cần lưu ý rằng đối với bài toán có nảy sinh và biến mất một phần các mặt phân cách pha, sự kết hợp 2 phương pháp lặp (3.5) và (3.6) trình bày ở trên là cần thiết, đặc biệt khi mặt phân cách pha xuất hiện hay biến mất ở trên biên. Phương pháp " tìm mặt phân cách pha trùng với điểm nút lưới " thông thường có hiệu quả đối với những quá trình trong đó chuyển động của front X_m không quá chậm và đòi hỏi bước chia lưới không gian không quá lớn, bởi vậy sử dụng nó nhiều khi bất tiện. Ở đây phương pháp này chỉ được sử dụng trong giai đoạn đầu khi front chuyển pha xuất hiện và tách khỏi biên trong X_b chuyển động về phía X_e . Phương pháp " với các bước không gian phân chia " thực hiện trên MTĐT rất cồng kềnh nhưng đảm bảo độ chính xác cao nên được sử dụng để xác định vị trí của mặt chuyển pha $X_m(\tau)$ tại những điểm thời gian tiếp theo. Phương pháp tìm mặt

phân cách pha trùng với nút lưới và phương pháp với bước không gian phân chia áp dụng cho bài toán một thành phần, trong trường hợp phi tuyến yếu, bỏ qua chuyển động do nở nhiệt của pha lỏng lâu đầu tiên được đề cập tới trong [11, 12] và được phát triển trong các công bố tiếp theo của oleinik, Xamarxki, Budak v.v... Đối với hệ phương trình tựa tuyến tính đã chứng minh được tính tồn tại duy nhất nghiệm và định lý về sự hội tụ của phép lặp (3.5), (3.6). Tuy vậy, đối với hệ phương trình đầy đủ (2.2) – (2.13), những vấn đề trên cũng như việc sử dụng hệ số lặp Δ chưa được đề cập tới.

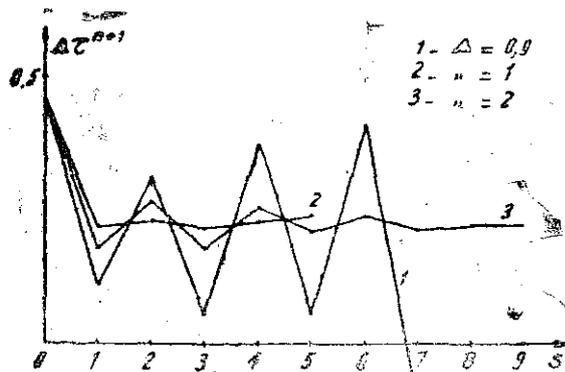
§ 4. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU SỐ

Hệ phương trình (2.2) – (2.13) được giải trên MTĐT bằng phương pháp số trình bày trên có xử lý tính miền đặc biệt ở gần biên giếng. Không phân tích toàn bộ các khía cạnh những kết quả thu nhận được mà chỉ dùng lại khía cạnh phương pháp số,



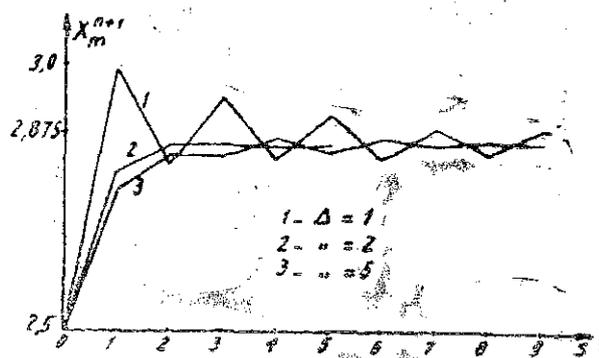
Hình 1

kết quả nghiên cứu cho thấy phương pháp trình bày ở trên có thể sử dụng một cách có hiệu quả đối với lớp các bài toán truyền nhiệt – chất trong môi trường đồng nhất cũng như môi trường xốp chứa thành phần vật chất thứ hai có biên di động. Tuy nhiên đối với miền không gian xác định, sự ổn định cũng như tính chính xác của nghiệm phụ thuộc mạnh vào cách chia lưới. Trên hình 1 trình bày các đường cong giải tích – profin áp suất $P(X, \tau = 0,24)$ trong trường hợp $B_p = B_r = 0$; $Q_1 = Q_3 = 0$, $\mu = \text{const}$ (đường cong 1), kết quả tính số khi xử lý thô lưới không gian và miền đặc biệt gần giếng X_b (đường cong 2) và khi xử lý tốt lưới không gian cũng như miền đặc biệt, kết quả hội tụ nhanh chính xác, hầu như trùng với đường cong giải tích 1 sau 4 – 7 bước lặp (đường cong 3). So sánh với trường hợp đường cong 2, số bước chia lưới không gian để thu nhận được đường cong 3 tăng lên gấp 5.



Hình 2a.

Kết quả số sử dụng phương pháp tìm mặt phân cách pha trùng với điểm nút lưới.



Hình 2b.

Kết quả số sử dụng phương pháp với các bước không gian phân chia (X_m^{n+1} được nhân với 10^2).

Trên hình 2 trình bày kết quả nghiên cứu sử dụng hệ số lặp Δ . Trong nhiều hợp, việc sử dụng hệ số lặp cho phép thúc đẩy nhanh quá trình hồi tụ của áp suất nhiệt không phải với giá trị bất kỳ nào của Δ cũng vậy. Đối với các cấp (3.5), (3.6) hiệu quả của thuật toán cao và ổn định khi Δ chọn trong khoảng lên 4. Trong khoảng này kết quả chính xác có thể thu nhận được sau 4 - 8 lặp.

§ 5. KẾT LUẬN

Đã mở rộng và bằng thực nghiệm số khẳng định khả năng sử dụng phương im mặt phân cách pha trùng với điểm nút lưới và phương pháp với các bước gian phân chia kết hợp với phương pháp phân tử hóa để giải bài toán truyền - chất cho môi trường nhiều thành phần trong trường hợp hệ phương trình phi mạnh với biên di động, có xét đến quá trình chuyển pha và các cấu tạo - thủy động lực học khác kèm theo. Xác định được miền sử dụng hữu hiệu hệ . So với phương pháp dàn đều mặt phân cách pha (phương pháp sử dụng « nhiệt iêng suy rộng ») phương pháp trình bày cho phép xác định chính xác hơn vị ồng thời gian của mặt phân cách pha.

Cơ học - Viện KHVN

Nhận ngày 11-4-1988.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. НИГМАТУЛИН Р.И. Динамика многофазных сред. Наука, Москва, 1987
2. САЯХОВ Ф. Л., ФАТЫХОВ М.А., КУЗНЕЦОВ О.Л. Исследование о-магнитно-акустического воздействия на распределение температуры в насыщ-горной породе. Изв. Вузов, Нефть и газ, №3, Баку, 1981.
3. ЧИСТЯКОВ С.И., ДЕНИСОВ Н. Ф., САЯХОВ Ф.Л. Экспериментальное ование зависимости диэлектрических свойств нефти и ее фракции от частоты. Вузов, Нефть и газ, №5, Баку, 1972.
4. ВАХИТОВ Г. Г., СИМКИН Э. М. Использование физических полей для ения нефти из пластов. Недра, Москва, 1985.
5. ЛАНДАУ Л. Д., ЛИФШИЦ Е. М. Электродинамика сплошных сред. Наука а, 1982.
6. АВДОНИН Н. А. Математическое описание процессов кристаллизации те, Рига, 1980.
7. ЗЫОНГ НГОК ХАЙ, НИГМАТУЛИН Р. И. и Др. Автомодельные решения тепло- и массопереноса в насыщенной пористой среде с объемным источником Пмм, вып. 6, т. 51, Москва 1987.
8. NIGMATULIN R. I. and Duong Ngok Hai. On the extracting problem of high- s oils with an utilization of high-frequency electromagnetic waves. Proceeding iference on the 30-th anniversary of the foundation Hanoi University, Hanoi,
9. DUONG NGOC HAI. Nghiệm dừng của bài toán truyền nhiệt - chất trong môi g xấp xỉ nung nóng bởi nguồn nhiệt khối. Tạp chí Cơ học. Số 4, 1988.
10. ABERNETHY E. R. Production increase of heavy oils by electromagnetic g. J. of Can. Petr. Tech., № 3, v. 15, Montreal, 1976.

11. DOUGLAS J. and GALLIE T. M. On the numerical integration of a parabolic differential equations subject to a moving boundary condition. Duke Math. J., №4, v. 1955.

12. EHRLICH L. W. A numerical method of solving a heat flow problem with moving boundary. J. Assoc. Comp. Mach. №2, v. 5, 1958.

SUMMARY

A NUMERICAL METHOD OF SOLVING A HEAT - MASS TRANSFER PROBLEM IN POROUS MEDIA WITH MOVING BOUNDARY

In the framework of the methods of multiphase media mechanics the thermodynamic hydrodynamic process induced by interaction between high-frequency electromagnetic field and porous medium (first component) containing the second component, which can melt at the temperature T_m and the fluid phase of the latter can move due to pressure gradient, is considered. This problem is solved by the combination of iterative method with sweep method. The effectiveness of iterative coefficient is determined.

ĐỒNG CHÍ PHẠM HUYỄN ĐÃ BẢO VỆ THÀNH CÔNG LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ HỌC Ở TRONG NƯỚC

Ngày 14 tháng 4 năm 1989 Bộ trưởng Bộ Đại học và Trung học chuyên nghiệp đã ký quyết định số 426/QĐSD4 công nhận học vị và cấp bằng Tiến sĩ khoa học Toán lý cho đồng chí Phạm Huyền.

Luận án của Giáo sư Tiến sĩ Phạm Huyền đã đề cập và giải quyết một số vấn đề lý luận và ứng dụng của phương pháp Poängcare - Tretaep trong cơ học giải tích, một trong các lĩnh vực phức tạp và có ý nghĩa thời sự của cơ học lý thuyết.

Các kết quả thu nhận được là những mở rộng đáng kể các kết quả của các nhà cơ học cổ điển như Poängcare, Hamel, Tretaep v.v... có thể áp dụng cho cả hệ cơ học Prôlônôm và không hólônôm không cần phân biệt như trong các phương pháp cổ điển.

Cùng với công tác nghiên cứu khoa học, Giáo sư Tiến sĩ Phạm Huyền đã có nhiều đóng góp trong việc giảng dạy, truyền bá kiến thức cơ học. Với cương vị là đồng thư ký Hội Cơ học Việt Nam, Giáo sư đã tham gia tích cực vào các hoạt động hợp tác, đồng viên đội ngũ cán bộ nghiên cứu, ứng dụng và giảng dạy Cơ học trong cả nước.

Hội đồng biên tập Tạp chí Cơ học xin nhiệt liệt chúc mừng Giáo sư Tiến sĩ Phạm Huyền nhân dịp được công nhận học vị và cấp bằng Tiến sĩ Toán Lý. Chúc Giáo sư thu được kết quả mới trong các mặt hoạt động của mình.

HỘI ĐỒNG BIÊN TẬP TẠP CHÍ CƠ HỌC