

VÀI NHẬN XÉT VỀ HIỆU ỨNG TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC

NGUYỄN VĂN ĐẠO

Như đã biết, để dập tắt dao động của một vật M dưới tác dụng của ngoại lực điều hòa $Q_0 \sin \omega t$ người ta dùng bộ tắt chấn động lực gồm vật khối lượng m , gắn vào lò xo có hệ số đàn hồi k và chọn các thông số sao cho $\omega^2 = k/m$. Đó là một hệ có hai bậc tự do.

Trong thực tế có thể gặp bài toán sau đây [1]. Vật m_2 , mà dao động của nó cần dập tắt, gắn vào vật m_1 khác và vật này lại chịu tác dụng trực tiếp của lực điều hòa $Q_0 \sin \omega t$ (chẳng hạn m_2 trong quá trình vận chuyển). Trong trường hợp này để dập tắt hoặc giảm dao động của vật m_2 bằng bộ tắt chấn động lực thì hệ khảo sát sẽ có không dưới ba bậc tự do. Dưới đây sẽ khảo sát sơ bộ một vài hệ như vậy.

§1. DAO ĐỘNG CỦA HỆ GÓC

Xét hệ dao động trên hình 1. Trong đó m_1 chịu tác dụng của lực điều hòa $Q = Q_0 \sin \omega t$. Ta quan tâm đến dao động của m_2 và việc dập tắt dao động này.

Phương trình dao động của hệ khảo sát có dạng

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2(x_1 - x_2) = Q_0 \sin \omega t, \quad (1.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = 0.$$

Để dàng tìm được các dao động dừng sau đây:

$$x_1 = A \sin \omega t, \quad x_2 = B \sin \omega t \quad (1.2)$$

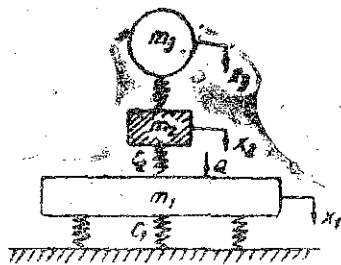
$$A = \frac{Q_0(c_2 - m_2 \omega^2)}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad B = \frac{-Q_0 c_2}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}$$

(1.3)

$$2\omega_{1,2}^2 = \frac{c_2}{m_2} + \frac{c_1 + c_2}{m_1} \pm \sqrt{\left(\frac{c_2}{m_2} + \frac{c_1 + c_2}{m_1}\right)^2 - 4 \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}}$$

Trong hệ có hai tần số cộng hưởng $\omega = \omega_1$ và $\omega = \omega_2$. Các biên độ dao động tại đó tăng lên vô hạn. Ta quan tâm đến biên độ dao động B của vật m_2 . Biên độ này khác không với mọi giá trị hữu hạn của ω . Để dập tắt dao động này ta thử đặt các bộ tắt chấn.

§2. BỘ TẮT CHẤN GHÉP NỐI TIẾP VỚI (c_2, m_2)



Hình 2

Trên hình 2, bộ tắt chấn động lực được ký hiệu m_3, c_3 . Ta có các phương trình chuyển động như sau:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + c_2(x_1 - x_2) &= Q_0 \sin \omega t, \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) + c_3(x_2 - x_3) &= 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3(x_3 - x_2) = 0.$$

Dao động dừng có dạng:

$$x_1 = A \sin \omega t, \quad x_2 = B \sin \omega t, \quad x_3 = C \sin \omega t \quad (2.2)$$

với

$$A = \frac{Q_0[(c_3 - m_3\omega^2)(c_2 + c_3 - m_2\omega^2) - c_3^2]}{\Delta},$$

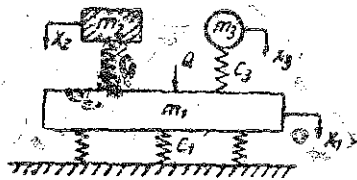
$$B = \frac{Q_0 c_2 (c_3 - m_3\omega^2)}{\Delta}, \quad C = \frac{c_2 c_3 Q_0}{\Delta}, \quad (2.3)$$

$$\Delta = (c_3 - m_3\omega^2) [(c_1 + c_2 - m_1\omega^2)(c_2 + c_3 - m_2\omega^2) - c_2^2] - c_3^2(c_1 + c_2 - m_1\omega^2)$$

Từ biểu thức (2.3) suy ra: khi $\frac{c_3}{m_3} = \omega^2$ thì $B = 0$. Như vậy là dao động của m_2 bị hoàn toàn dập tắt. Còn m_1 và m_3 dao động điều hòa với biên độ tương ứng bằng

$$A = \frac{Q_0}{c_1 + c_2 - m_1\omega^2}, \quad C = \frac{-c_2 Q_0}{c_3(c_1 + c_2 - m_1\omega^2)}$$

§ 3. BỘ TẮT CHẤN (c_3, m_3) GHEP SONG SONG VỚI (c_2, m_2)



Hình 3

Trong trường hợp yêu cầu phải dập tắt đồng thời dao động của các vật m_2 và m_1 ta có thể thực hiện ghép bộ tắt chấn (c_3, m_3) theo cách như trên hình 3.

Các phương trình dao động khi đó có dạng

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 + c_2(x_1 - x_2) + c_3(x_1 - x_3) = Q_0 \sin pt,$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = 0, \quad m_3 \ddot{x}_3 + c_3(x_3 - x_1) = 0. \quad (3.1)$$

Dao động dừng vẫn có biểu thức như (2.2) với

$$A = \frac{(c_2 - m_2\omega^2)(c_3 - m_3\omega^2)Q_0}{\Delta}, \quad B = \frac{c_2(c_3 - m_3\omega^2)Q_0}{\Delta}, \quad C = \frac{c_3(c_2 - m_2\omega^2)Q_0}{\Delta}, \quad (3.2)$$

$$\Delta = (c_2 - m_2\omega^2)(c_3 - m_3\omega^2)(c_1 + c_2 + c_3 - m_1\omega^2) - c_2^2(c_3 - m_3\omega^2) - c_3^2(c_2 - m_2\omega^2)$$

Rõ ràng là khi $\frac{c_3}{m_3} = \omega^2$ thì $B = A = 0$, còn $C = -\frac{Q_0}{c_3}$. Dao động của m_2 được hoàn

toàn dập tắt. Vật m_1 cũng không dao động, còn vật m_3 dao động điều hòa với tần số ω và với biên độ bằng độ dẫn tĩnh của lò xo c_3 dưới tác dụng của tải trọng $Q_0 = Q_0/c_3$.

§ 4. BỘ TẮT CHẤN KÉP (c_3, m_3) VÀ (c_4, m_4) GHEP SONG SONG VỚI (c_2, m_2)

Để dập tắt đồng thời các dao động của vật m_2 và m_1 ta còn có thể dùng bộ tắt chấn kép như trên hình 4. Chuyển động của hệ biểu diễn trên đây được mô tả bởi các phương trình:

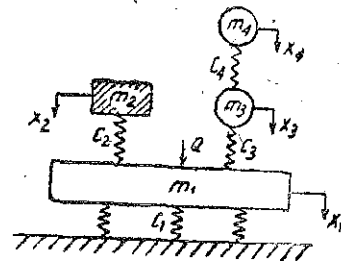
$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 + c_2(x_1 - x_2) + c_3(x_1 - x_3) = Q_0 \sin \omega t,$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = 0,$$

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3(x_3 - x_1) + c_4(x_3 - x_4) = 0,$$

$$m_4 \ddot{x}_4 + c_4(x_4 - x_3) = 0$$

(4.1)



Hình 4

Dao động dừng sẽ có dạng

$$x_1 = A \sin \omega t, \quad x_2 = B \sin \omega t, \quad x_3 = C \sin \omega t, \quad x_4 = D \sin \omega t \quad (4.2)$$

với

$$A = \frac{m_3 m_4 Q_0 (c_2 - m_2 \omega^2) \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3 + c_4}{m_3} + \frac{c_4}{m_4} \right) \omega^2 + \frac{c_3 c_4}{m_3 m_4} \right]}{\Delta}$$

$$B = \frac{m_3 m_4 c_2 Q_0 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3 + c_4}{m_3} + \frac{c_4}{m_4} \right) \omega^2 + \frac{c_3 c_4}{m_3 m_4} \right]}{\Delta}, \quad (4.3)$$

$$C = \frac{c_3 Q_0 (c_2 - m_2 \omega^2) (c_4 - m_4 \omega^2)}{\Delta}, \quad D = \frac{c_3 c_4 Q_0 (c_2 - m_2 \omega^2)}{\Delta}$$

$$\Delta = -m_3 m_4 c_2^2 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3 + c_4}{m_3} + \frac{c_4}{m_4} \right) \omega^2 + \frac{c_3 c_4}{m_3 m_4} \right] - (c_2 - m_2 \omega^2) \times$$

$$\times \left\{ m_3 m_4 (c_1 + c_2 + c_3 - m_1 \omega^2) \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3 + c_4}{m_3} + \frac{c_4}{m_4} \right) \omega^2 + \frac{c_3 c_4}{m_3 m_4} \right] - c_3^2 (c_4 - m_4 \omega^2) \right\}.$$

Để cho $A = B = 0$ các thông số c_3, m_3, c_4, m_4 của bộ tắt chấn ghép sẽ phải chọn sao cho:

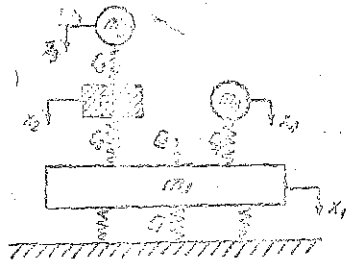
$$\omega^4 - \left(\frac{c_3 + c_4}{m_3} + \frac{c_4}{m_4} \right) \omega^2 + \frac{c_3 c_4}{m_3 m_4} = 0 \quad (4.4)$$

Khi đó,

$$C = \frac{Q_0}{c_3}, \quad D = \frac{c_4 Q_0}{c_3 (c_4 - m_4 \omega^2)}$$

§5. HAI BỘ TẮT CHẤN ĐƠN $(c_3, m_3), (c_4, m_4)$ MẮC NỐI TIẾP VÀ MẮC SONG SONG

Nếu ghép hai bộ tắt chấn đơn như trên hình 5 ta sẽ có các kết quả như sau:



Hình 5

$$A = m_2 m_3 Q_0 (c_4 - m_4 \omega^2) \times$$

$$\times \left[\omega^4 - \left(\frac{c_2 + c_3}{m_2} + \frac{c_3}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2 c_3}{m_2 m_3} \right] / \Delta,$$

$$B = \frac{c_2 Q_0 (c_4 - m_4 \omega^2) (c_3 - m_3 \omega^2)}{\Delta},$$

$$C = \frac{c_2 c_3 Q_0 (c_4 - m_4 \omega^2)}{\Delta}, \quad (5.1)$$

$$D = m_2 m_3 c_4 Q_0 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_2 + c_3}{m_2} + \frac{c_3}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2 c_3}{m_2 m_3} \right] / \Delta,$$

$$\Delta = -m_2 m_3 c_4^2 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_2 + c_3}{m_2} + \frac{c_3}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2 c_3}{m_2 m_3} \right] -$$

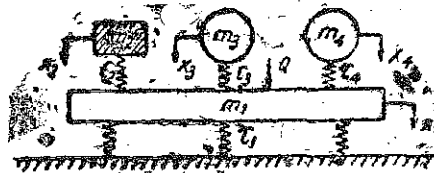
$$- (c_4 - m_4 \omega^2) \left\{ m_2 m_3 (c_1 + c_2 + c_3 - m_1 \omega^2) \left[\omega^4 - \left(\frac{c_2 + c_3}{m_2} + \frac{c_3}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2 c_3}{m_2 m_3} \right] - \right.$$

$$\left. - c_2^2 (c_3 - m_3 \omega^2) \right\}.$$

Khi chọn các thông số c_4, m_1 sao cho $\frac{c_4}{m_4} = \omega^2$ thì $A = B = C = 0$. Xét về mặt tắt chấn thì ở đây cũng chỉ đạt hiệu quả như khi đặt một bộ tắt chấn theo cách nêu trong §3.

§6. HAI BỘ TẮT CHẤN ĐƠN (c_3, m_3) VÀ (c_4, m_4) MẮC SONG SONG

Trường hợp này ta có sơ đồ như sau



Hình 6

Để dàng thử lại rằng nếu chọn $\frac{c_3}{m_3} = \omega^2$ thì $x_1 = x_2 = x_4 = 0$; còn nếu chọn

$\frac{c_4}{m_4} = \omega^2$ thì $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

§7. KẾT LUẬN

Trên đây mới khảo sát sơ bộ một số mô hình. Để đơn giản ta đã bỏ qua ma sát mà việc kể tới chúng cần được tiếp tục xem xét. Tùy theo yêu cầu thực tế, các mô hình nêu ra cho chúng ta những gợi ý về các biện pháp chống rung động có hiệu quả cho vật m_2 (chứ không phải cho vật m_1 như thông thường). Các mô hình cơ bản, có hiệu quả là các mô hình biểu diễn trên hình 2, hình 3. Việc sử dụng đồng thời hai bộ tắt chấn như trên hình 4, 5, 6 không đưa lại những hiệu quả cao hơn.

Địa chỉ
Viện Cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 15-12-1980

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. БОЙКО Г. А., ГРИГОРЬЕВ. Е. Г. Эффективность динамического гасителя установленного параллельно осциллятору на главной массе. Сборник трудов. «Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем». Киев «Наукова думка» 1980.

SUMMARY

SOME REMARKS ON THE EFFECT OF DYNAMIC ABSORBER

In order to limit the vibration of mass m_2 (fig. 1) while the mass m_1 is subjected to a harmonic force $Q_0 \sin \omega t$, the dynamic absorber can be used. In this case the system considered is of more than two degrees of freedom. The article presented deals with some linear systems of this kind with various methods of attaching the dynamic absorbers. It seems that advantageous absorbers are those given in figures 2 and 3. Whereas two absorbers acting simultaneously as shown in figs 4, 5, 6 do not give more effectiveness.