

BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC CHO HỆ ĐÀN HỒI CẤP CAO

HOÀNG VĂN ĐÀ — HOÀNG THỊ HẬU.

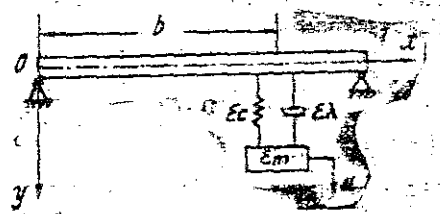
Trong [1, 2] đã khảo sát hiệu quả của bộ tắt chấn động lực mạnh và yếu đối với hệ tự chấn có thông số phân bố, liên tục (dầm, dây) theo mô hình thông thường. Trong bài báo này, sẽ nghiên cứu tác động của bộ tắt chấn động lực cho hệ cưỡng bức, thông số đàn hồi cấp cao.

§1. BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Xét dầm lẳng trụ có độ dài l liên kết tựa ở hai đầu, chuyển động dưới tác dụng của lực phân bố điều hòa $q(t)$. Để dập tắt hoặc giảm biên độ dao động, người ta gắn vào dầm bộ tắt chấn động lực yếu. Hệ tọa độ được chọn như hình 1.

Phương trình chuyển động của hệ đang xét có dạng:

$$M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \varepsilon \left\{ C[u - y(b, t)] \delta(x - b) + \lambda \left[\frac{du}{dt} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right] \delta(x - b) + q + f \right\}. \quad (1.1)$$



Hình 1

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + C[u - y(b, t)] = -\lambda \left[\frac{du}{dt} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right], \quad (1.2)$$

trong đó $I = \iiint_F z^2 dF$, $f = f(y, \dot{y}, \dots)$ là hàm phi tuyến. Hàm $y(x, t)$ cần phải thỏa mãn

điều kiện biên sau:

$$y|_{x=0, l} = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=0, l} = 0 \quad (1.3)$$

Chú ý rằng, vật liệu làm việc theo mô hình từ biến mô đun đàn hồi E biến đổi có thể viết bằng toán tử tuyến tính sau [4]

$$E = \frac{E_1 + \varepsilon K \left(1 + \frac{E_1}{\varepsilon E_2} \right) \frac{\partial}{\partial t}}{1 + \frac{K}{E_2} \frac{\partial}{\partial t}}, \quad (1.4)$$

trong đó E_1, E_2, K là các hằng số đặc trưng cho tính từ biến của vật liệu. Chỉ việc thế (1.4) vào hệ (1.1), (1.2) nhận được hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 y}{\partial t^3} + \xi \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \Omega^2 \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} + \xi \Omega^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \varepsilon \xi \left[(u - y(b, t)) \delta(x - b) \right. \\ \left. + \lambda \left[\frac{du}{dt} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right] \delta(x - b) + q + f \right] + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left\{ C[u - y(b, t)] \delta(x - b) \right. \\ \left. + \lambda \left[\frac{du}{dt} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right] \delta(x - b) + q + f \right\} - \varepsilon \omega^2 \frac{E_2}{E_1} \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega^2 [u - y(b, t)] = - \frac{\lambda}{m} \left[\frac{du}{dt} - \frac{\partial y(b, t)}{\partial t} \right]. \quad (1.6)$$

Trong đó: $\xi = E_2/K, \Omega^2 = E_1 I/M, \omega^2 = C/m$, để đơn giản coi $M = 1$.

§ 2. XÂY DỰNG NGHIỆM

Nghiệm của hệ phương trình (1.5), (1.6) với điều kiện biên (1.3) theo [1] có thể tìm được dưới dạng

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} S_n(t) y_n(x), \quad y_n = \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (2.1)$$

Thế (2.1) vào (1.5), (1.6) rồi áp dụng phương pháp Galenkin - Bubnova, chúng ta nhận được:

$$\begin{aligned} \ddot{S}_n + \xi \dot{S}_n + \omega_n^2 S_n + \xi \omega_n^2 S_n = \varepsilon F_1(t) \\ \ddot{u} + \omega^2 u - \omega^2 Y_n(b) S_n = - \frac{\lambda}{m} [u - Y_n(b) S_n]. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Chú ý rằng hàm $F_1(t)$ là vế phải của (1.5) sau khi đã áp dụng phương pháp Galenkin - Bubnova và

$$\omega_n^2 = E_1 I (n\pi/l)^4. \quad (2.3)$$

1. HỆ CƯỜNG BỨC

Giả sử $q = q_0 \sin \gamma t$ và có mối quan hệ cộng hưởng.

$$\omega_n = \frac{p}{q} \gamma + \varepsilon \delta \quad (2.4)$$

Khi đó nghiệm của hệ (2.2) tìm dưới dạng [1].

$$\begin{aligned} S_n = a \cos \varphi \\ u = a(L \cos \varphi + N \sin \varphi) \end{aligned} \quad (2.5)$$

L, N là hằng số, $\varphi = \gamma t + \psi$ còn a, ψ được xác định từ hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} = -\varepsilon A_1(a, \psi) + \varepsilon^2 A_2(a, \psi) + \dots \\ \frac{d\psi}{dt} = (\omega_n - \gamma) + \varepsilon B_1(a, \psi) + \dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sau khi tính toán đơn giản ta nhận được

$$L = \frac{Y_n(b)[\omega^2(\omega^2 - \omega_n^2) + \frac{\lambda^2}{m^2}\omega_n^2]}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\lambda^2}{m^2}\omega_n^2}, \quad N = \frac{\frac{\lambda}{m} Y_n(b)\omega_n^3}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\lambda^2}{m^2}\omega_n^2}, \quad (2.7)$$

$$2Y \frac{da}{dt} = -a[CR + (\lambda S + \xi P)\omega_n] - Q \cos \psi,$$

$$2aY \frac{d\psi}{dt} = a[(\omega_n^2 - \gamma^2) + CS - \lambda\omega_n R + \omega_n^2 P] + Q \sin \psi, \quad (2.8)$$

ở đây $R = \frac{NY_n(b)}{l} \varepsilon, \quad S = \frac{[Y_n(b) - L]Y_n(b)}{l} \varepsilon,$

$$P = \frac{E_2 \omega_n^2}{2E_1(\xi^2 + \omega_n^2)} \varepsilon, \quad Q = \frac{2q_0}{n\pi} \varepsilon. \quad (2.9)$$

Phương trình đường cong biên độ tần số của dao động dừng có dạng

$$\gamma^2 = (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda\omega_n R \pm \sqrt{\frac{Q^2}{a^2} - [CR + (\lambda S + \xi P)\gamma]^2}. \quad (2.10)$$

Trên hình 2, đồ thị vẽ ứng với các giá trị $\omega_n = 1; C = 0,1; R = 0,1; S = 0,1; P = 0,2;$

$Q^2 = 0,03; \lambda = 0,1; \xi = 1$ và $\lambda = 0,2; \xi = 2$.

Nếu hàm phi tuyến f có dạng

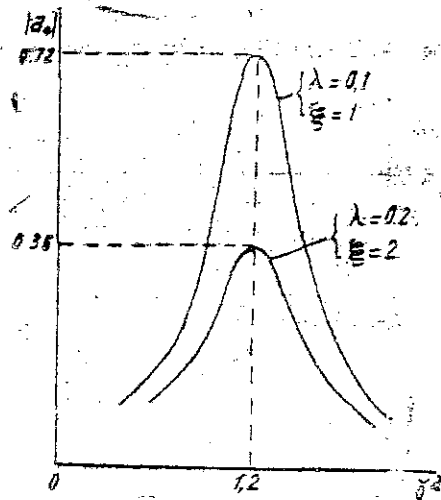
$$f = -3a_1 I_2 \left[\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \right], \quad (2.11)$$

thì phương trình trung bình, trong trường hợp này là

$$2Y \frac{da}{dt} = -a[CR + (\lambda S + \xi P)\omega_n] - Q \cos \psi,$$

$$2aY \frac{d\psi}{dt} = a[-\gamma^2 + (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda\omega_n R + Ta^2] + Q \sin \psi, \quad (2.12)$$

ở đây: $T = \frac{9a_1 l_2 \pi^8}{32 l^8} \varepsilon$



Hình 2

Đường cong biên độ tần số của dao động dừng là

$$\gamma^2 = (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda R \omega_n + Ta^2 \pm \sqrt{\frac{Q^2}{a^2} - [CR + (\lambda S + \xi P)\gamma]^2}. \quad (2.13)$$

Việc vẽ đồ thị không có gì là khó khăn, nên không xét ở đây.

Từ (2.8) (2.9) (2.12) dễ dàng thấy rằng, hiệu quả của bộ tắt chấn lớn nhất khi $Y_n(b) = 1$, tức là bộ tắt chấn được đặt cách góc tựa độ một đoạn

$$b = l/2n; \quad n = 1, \quad b = l/2 \quad (2.14)$$

và biên độ dao động giảm khi tăng hệ số cản λ và hệ số từ biến ξ , tuy nhiên không thể tăng λ lên vô cùng và dao động không bị dập tắt hoàn toàn.

2. HỆ THỐNG SỐ

Lực $q(t)$ ở vế phải của (1.1) có dạng

$$q = -P_0 \sin \gamma t \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

và hàm phi tuyến f có dạng (2.11), trong trường hợp này nghiệm vẫn được chọn như dạng (2.5), chỉ khác là $\varphi = \frac{1}{2} \gamma t + \psi$. Sau khi tính toán đơn giản ta nhận được:

$$2\gamma \frac{da}{dt} = -a[CR + (\lambda S + \xi P)\omega_n + Q_0 \cos 2\psi],$$

$$2a\gamma \frac{d\psi}{dt} = a \left[-\frac{\gamma^2}{4} + (1+P)\omega_n^2 + CS - \lambda R\omega_n + T_2^2 + Q_0 \sin 2\psi \right], \quad (2.16)$$

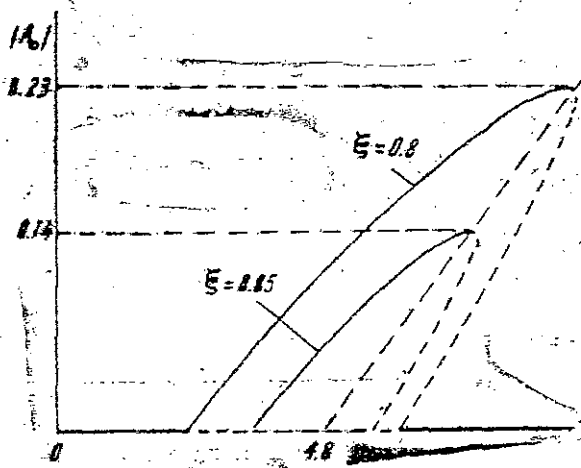
$$Q_0 = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \frac{P_0}{4l} \varepsilon. \quad (2.17)$$

Từ (2.16) dễ dàng suy ra phương trình đ. ổn-cộng biên độ tần số của dao động dừng là:

$$\frac{\eta^2}{4} = (1+P) + CS^* - \lambda R^* \omega_n + A_0^2 \pm \sqrt{Q^{*2} - \left[CR^* + (\lambda S^* \omega_n + \xi P^*) \frac{\eta}{2} \right]^2} \quad (2.18)$$

ở đây $\eta^2 = \frac{\gamma^2}{\omega_n^2}$, $S^* = \frac{S}{\omega_n^2}$, $Q^* = \frac{Q}{\omega_n^2}$, $R^* = \frac{R}{\omega_n}$, $P^* = \frac{P}{\omega_n}$, $A_0^2 = \frac{T}{\omega_n^2} a_0^2$.

Từ (2.16) cho thấy hiệu quả của bộ tắt chấn lớn nhất nếu b. thỏa mãn (2.14)



Hình 3

Trên hình 3 là đường cong biên độ tần số dao động với các giá trị $\omega_n = 1$; $C = 0,1$; $R^* = 0,1$; $P^* = 0,2$; $S^* = 0,1$; $Q^{*2} = 0,04$; $\lambda = 0,1$; $\xi = 0,8$ và $\xi = 0,85$. Khi $\lambda = 0,2$; $\xi = 1$ đồ thị nằm hoàn toàn dưới trục hoành dao động thông số bị dập tắt hoàn toàn.

Từ (2.18) cho thấy rằng dao động thông số sẽ bị dập tắt hoàn toàn nếu các thông số của hệ thỏa mãn điều kiện:

$$\left[\frac{Q^* - CR^*}{\lambda S^* \omega_n + \xi P^*} \right]^2 < \frac{1}{4} [(1+P) + CS^* - \lambda R^* \omega_n]. \quad (2.19)$$

3. SỰ ỔN ĐỊNH CỦA NGHIỆM DỪNG

Để xét sự ổn định của nghiệm dừng a_0, ψ_0 ta đặt $a = a_0 + \delta a$, $\psi = \psi_0 + \delta \psi$. Thay các giá trị này vào hệ phương trình (2.16), trong xấp xỉ thứ nhất ta có:

Với $a_0 \neq 0$:

$$2\gamma \frac{d\delta a}{dt} = 2a_0 Q_0 \sin 2\psi_0 \delta \psi,$$

$$2a_0 \gamma \frac{d\delta \psi}{dt} = 2a_0^2 T \delta a + 2a_0 Q_0 \cos 2\psi_0 \delta \psi,$$

Điều kiện để dao động dừng $a_0 \neq 0$ ổn định là:

$$\frac{\gamma^2}{4} < (1 + P) + CS^* - \lambda R^* \omega_n + A_0^2.$$

— Với $a_0 = 0$ (từ (2.16)) ta có:

$$2\gamma \frac{d\delta_a}{dt} = -\delta_a [CR + (\lambda S + \xi P)\omega_n + Q_0 \cos 2\Psi^*],$$

$$0 = \left[-\frac{\gamma^2}{4} + (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda R\omega_n + Q_0 \sin 2\Psi^* \right]. \quad (2.20)$$

Do đó $Q_0 \cos 2\Psi^* = \pm \sqrt{Q_0^2 - \left[-\frac{\gamma^2}{4} + (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda R\omega_n \right]^2}$,

hay $2\gamma \frac{d\delta_a}{\delta_a} = \lambda dt$,

với $\lambda = - \left\{ CR + (\lambda S + \xi P)\omega_n \pm \sqrt{Q_0^2 - \left[-\frac{\gamma^2}{4} + (1 + P)\omega_n^2 + CS - \lambda R\omega_n \right]^2} \right\} \quad (2.21)$

— Xét (2.21) ứng với dấu cộng ta luôn có $\lambda < 0$, nghiệm dừng $a_0 = 0$ là ổn định.

Còn ứng với dấu trừ, sau khi tính toán đơn giản ta có:

Nếu $Q_0/\omega_n^2 = Q_0^* = [CR^* + (\lambda S^* \omega_n + \xi P^*)\eta/2]$ thì nghiệm $a_0 = 0$ ổn định với mọi giá trị $\eta^2/4$ trừ giá trị tới hạn $\eta^{*2}/4 = (1 + P) + CS^* - \lambda R^* \omega_n$.

Nếu $Q_0/\omega_n^2 < Q_0^*$ thì nghiệm $a_0 = 0$ ổn định với mọi giá trị $\eta^2/4$.

Nếu $Q_0/\omega_n^2 > Q_0^*$ tức là khi lực kích động lớn, nghiệm dừng $a_0 = 0$ ổn định với những giá trị $\eta^2/4 < \eta_1^2/4$ hoặc $\eta^2/4 > \eta_2^2/4$,

với

$$\frac{\eta_{1,2}^2}{4} = [(1 + P) + CS^* - \lambda R^* \omega_n] \mp \sqrt{Q_0^{*2} - \left[CR^* + (\lambda S^* \omega_n + \xi P^*) \frac{\eta}{2} \right]^2}.$$

§ 3. VÀI NHẬN XÉT

1. Khi các đại lượng ξ và hệ số cản λ của bộ tắt chấn động lực tăng lên, thì biên độ dao động giảm khá nhanh, nhưng không bị dập tắt hoàn toàn đối với dao động cưỡng bức, còn dao động thông số sẽ bị dập tắt nếu các thông số của hệ thỏa mãn (2.19).

2. Với dạng riêng thứ nhất, bộ tắt chấn động đặt vào trung điểm của dầm sẽ có hiệu quả lớn nhất. Với dạng riêng thứ n , thì có n điểm trên dầm cách đều nhau mà bộ tắt chấn đặt vào đó sẽ có tác dụng như nhau. Tuy nhiên khi n càng lớn biên độ dao động càng nhỏ, nên có thể bỏ qua được.

Các kết quả trên đây đối với hệ tự chấn đã được xem xét trong [1,2] nhưng đối với hệ cưỡng bức, thông số theo mô hình từ biến các kết quả về mối quan hệ của các thông số có khác so với [1,2].

3. Nhận xét rằng, có thể dùng phương pháp này để xét hệ đàn hồi cấp cao có hai biến không gian.

Địa chỉ:

Trường Đại học Mở địa chỉ

Nhận ngày 6/6/1987

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN ĐÀO. Bộ tắt chấn động lực cho hệ tự chấn có thông số phân bố liên tục. Báo cáo tại Hội nghị dao động phi tuyến Quốc tế Varna, Bungari, 10-1984.
2. NGUYỄN VĂN ĐÀO. Bộ tắt chấn động lực cho hệ tự chấn có thông số phân bố (đây), tạp chí Cơ học, số 1, 1985.
3. NGUYỄN VĂN VƯƠNG. Dao động riêng của dầm dặt trên các liên kết có mô hình đàn hồi tuyến tính. Tuyển tập các công trình Hội nghị Cơ học lần thứ 2, Hà Nội, 1980.
4. ХОАНГ ВАН ДА. Параметрические колебания тонкой прямоугольной вязкоупругой пластины. ПМ, Том 19 №12, 1983.

SUMMARY

DYNAMIC ABSORBER FOR ELASTIC SYSTEM OF HIGH ORDER.

In this work, the authors have studied the influences of the weak dynamic absorber on the amplitude of forced and parametric oscillations of a prismatic beam with creep of material.

From the results obtained it is seen that the dynamic absorber may be used to damp the parametric oscillations and essentially to decrease the amplitude of the forced oscillations. The effectiveness of the dynamic absorber will be high if

$b = \frac{1}{2n}$, in particular case when $n = 1$ we have $b = \frac{1}{2}$.