Tạp chí Cơ học tập XI, 1989 Số 3 (trang 8 — 12)

BỘ TẮT CHẤN ĐỘNG LỰC CHO HỆ TỰ CHẤN TRONG TRƯỜNG HỢP NGUỒN NĂNG LƯỢNG GIỚI NỘI

NGUYỄN VĂN ĐẠO

Bài báo đề cập đến hoạt động của bộ tắt chấn động lực trong hệ tự chấn khi nguồn năng lượng giới nội. Mặc dầu xuất hiện những ràng buộc về tốc độ và sự thay đổi miền ổn định của dao động dừng, các nguyên lý hoạt động của bộ tắt chấn về cơ bản vẫn tương tự như trong trường hợp nguồn năng lượng vô tận.

§ 1. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Hệ cơ học biểu diễn trên hình 1 với M là khối lượng dao động cần dập tắt và m là khối lượng của bộ tắt chấn động lực được mô tả bởi các phương trình sau đây :

$$\begin{aligned} I\ddot{\varphi} &= L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi}) - rT, \\ M\ddot{x}_1 + c_1x_1 &+ c_2(x_1 - x_2) + h_1\dot{x}_1 = T, \\ m\ddot{x}_2 + c_2(x_2 &- x_1) + h_2\dot{x}_2 = 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

trong đó $L(\dot{\varphi})$ là mô men quay của động cơ, $H(\dot{\varphi})$ mô men cản chuyển động quay. Lực cản T phát sinh tại điểm tiếp xúc giữa M và băng chuyền, phụ thuộc vào vận tốc tương đối $u = v - \dot{x}_1 = r\dot{\varphi} - \dot{x}_1$ và được giả thiết là có dạng

$$T(u) = T_o - \alpha_1(u - u_o) + \alpha_3(u - u_*)^3, \tag{1.2}$$

T_o, α_i là các hằng số, $\alpha_i > 0$.

Giả thiết thêm rằng

$$L(\dot{\varphi}) - H(\dot{\varphi}) = \beta_o - \beta_1\dot{\varphi}$$

β_1 là các hằng số dương

Đưa vào các ký hiệu

$$\begin{aligned} \gamma_o &= \beta_o - \frac{1}{r}\beta_1 u_o - rT_o, \\ \gamma_1 &= r^2\alpha_1 - \beta_1 \end{aligned} \tag{1.3}$$

và giả thiết về độ nhỏ của các số hạng chứa tham số bé ε ta có thể viết các phương trình vi phân của chuyển động dưới các dạng sau đây. Với bộ tắt chấn yếu [1] :

$$I\dot{\Omega} = \varepsilon N.$$

$$M\ddot{x}_1 + c_1x_1 = \varepsilon[c_2(x_2 - x_1) + f].$$

$$m\ddot{x}_2 + c_2x_2 + h_2\dot{x}_2 = c_2x_1, \qquad (1.4)$$

và với bộ tắt chấn mạnh [1]

$$I\dot{\Omega} = \varepsilon N,$$

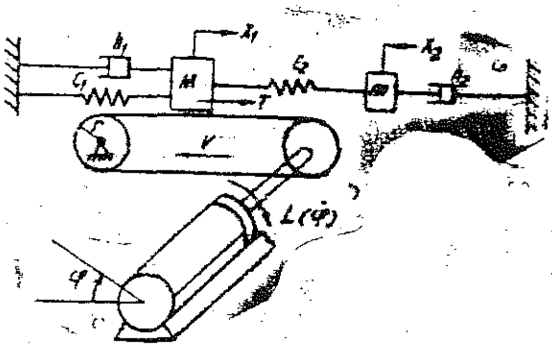
$$M\ddot{x}_1 + c_1x_1 + c_2(x_1 - x_2) = \varepsilon f,$$

$$m\ddot{x}_2 + c_2(x_2 - x_1) = -\varepsilon h_2\dot{x}_2, \qquad (1.5)$$

trong đó, $\Omega = \dot{\varphi}$

$$N = \gamma_0 + \gamma_1\Omega - r\alpha_1\dot{x}_1 - r\alpha_3(r\Omega - \dot{x}_1)^3$$

$$f = -h_1\dot{x}_1 + T_0 - \kappa_1(r\Omega - \dot{x}_1) + \kappa_3(r\Omega - \dot{x}_1)^3 \qquad (1.6)$$



Hình 1

§ 2. BỘ TẮT CHẤN YẾU

Để đưa hệ phương trình (1.4) về dạng chuẩn, ta đưa vào các biến mới a, η như sau :

$$x = a\cos\Phi, \quad \Phi = \omega t + \eta, \quad \omega^2 = \frac{c_1}{M},$$

$$x_2 = \frac{c_2a(c_2 - m\omega^2)\cos\Phi + \omega h_2c_2a\sin\Phi}{(c_2 - m\omega^2)^2 + \omega^2h_2^2} \qquad (2.1)$$

Thay các biểu thức (2.1) vào (1.4) và thực hiện các phép biến đổi quen biết ta có các phương trình sau đây đối với biến a và η

$$I\dot{\Omega} = \varepsilon N,$$

$$\omega\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{M}[c_2(x_2 - x_1) + f]\sin\Phi, \qquad (2.2)$$

$$\omega a\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\varepsilon}{M}[c_2(x_2 - x_1) + f]\cos\Phi.$$

Trong xấp xỉ thứ nhất có thể thay vế phải của các phương trình (2.2) bằng những giá trị trung bình của chúng :

$$\frac{Id\Omega}{dt} = \varepsilon[\gamma_0 + \gamma_1\Omega - r^4\kappa_3\Omega^3 - 2r^2\Omega A],$$

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{\varepsilon}{M}A\left[\frac{c_2^2h_2}{(c_2 - m\omega^2)^2 + \omega^2h_2^2} + h_1 + 3\alpha_3r^2\Omega^2 - \kappa_1 + A\right].$$

$$\omega A \frac{d\eta}{dt} = \frac{\varepsilon c_1}{2M} A \left[1 - \frac{c_2(c_1 - m\omega^2)}{(c_2 - m\omega^2)^2 + \omega^2 h_2^2}\right], \tag{2.3}$$

ở đây $A = \frac{3}{4}\omega^2 \alpha_3 a^2$.

Sự khác nhau căn bản giữa các phương trình (2.3) và những phương trình tương tự khi nguồn năng lượng vô tận [1] ở chỗ vận tốc không còn có giá trị tùy ý mà phụ thuộc vào biên độ dao động và biến đổi theo phương trình thứ nhất của hệ (2.3)

Biên độ dao động dừng khác không a_o của khối lượng M và tốc độ góc dừng Ω_o của rô to được xác định từ hệ phương trình : $\dot{\Omega} = \dot{A} = 0$

$$\gamma_o + \gamma_1 \Omega_o - r^4 \alpha_3 \Omega_o^3 - 2r^2 \Omega_o A_o = 0 \tag{2.4}$$

$$A_o = \alpha_1 - \left[\frac{c_2^2 h_2}{(c_2 - m\omega^2)^2 + \omega^2 h_2^2} + h_1 + 3\alpha_3 r^2 \Omega_o^2\right] \tag{2.5}$$

Trong mặt phẳng (Ω_o, A_o), (2.4) là đường cong [2] có hai nhánh mà các tiệm cận là trục Ao và Pa-ra-bôn

$$2r^2 A_o = \gamma_1 - r^4 \alpha_3 \Omega_o^2.$$

Còn (2.5) là Pa-ra-bôn quay bề lõm về phía dưới. Giao điểm của các đường cong nói trên cho ta các giá trị của biên độ dao động dừng A_o và vận tốc góc Ω_o tương ứng. Để xét xem điểm nào trong các giao điểm đó ứng với dao động ổn định cần thiết phải lập phương trình biến phân và xét sự ổn định của các nghiệm dừng. Sự phụ thuộc của A_o (và do đó a_o) vào hệ số cản h_2 cũng tương tự như trong trường hợp nguồn năng lượng vô tận [1], nghĩa là giá trị A_o nhỏ nhất tương ứng với một giá trị trung bình của h_2. Như vậy, nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn ở đây vẫn tương tự như khi nguồn năng lượng vô tận, chỉ có điều khác là vận tốc góc của Rôto bị ràng buộc bởi hệ thức (2.4)

§3. BỘ TẮT CHẤN MẠNH

Đưa vào các tọa độ ξ_1, ξ_2 theo công thức :

$$x_1 = \xi_1 + \xi_2, \quad x_2 = l_1 \xi_1 + l_2 \xi_2 \tag{3.1}$$

trong đó $$l_1 = \frac{c_2}{c_1 + c_2 - M\omega_1^2}, \quad l_2 = \frac{c_2}{c_1 + c_2 - M\omega_2^2},$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2mM}\left\{c_2 M + m(c_1 + c_2) \mp \sqrt{[c_2 M - m(c_1 + c_2)]^2 + 4mMc_2^2}\right\}, \tag{3.2}$$

ta có thể đưa hệ phương trình (1.5) về dạng:

$$\begin{aligned} I\dot{\Omega} &= \varepsilon N, \\ \ddot{\xi}_1 + \omega_1^2 \xi_1 &= \varepsilon k_1 (f_1 + l_1 f_2), \\ \ddot{\xi}_2 + \omega_2^2 \xi_2 &= \varepsilon k_2 (f_1 + l_2 f_2), \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$k_1 = \frac{1}{m + Ml_1^2}, \quad k_2 = \frac{1}{m + Ml_2^2}.$$

Để nghiên cứu dạng dao động thứ nhất với tần số ω_1 ta dùng phép biến đổi

$$\xi_1 = a_1 \cos\varphi_1, \quad \xi_2 = a_2 \cos\omega_2 t + b_2 \sin\omega_2 t,$$

$$\dot{\xi}_1 = -a_1\omega_1 \sin\varphi_1, \quad \dot{\xi}_2 = -a_2\omega_2\sin\omega_2 t + b_2\omega_2\cos\omega_2 t,$$
$$\varphi_1 = \omega_1 t + \psi_1. \tag{3.4}$$

Các phương trình đối với biến mới a_1, Ψ_1, a_2, b_2 sẽ là

$$I\dot{\Omega} = \varepsilon N,$$
$$\omega_1 \frac{da_1}{dt} = k_1 (f_1 + l_1 f_2) \sin\varphi_1, \quad \omega_2 \frac{da_2}{dt} = -\varepsilon k_2 (f_1 + l_2 f_2) \sin\omega_2 t,$$
$$a_1\omega_1 \frac{d\psi_1}{dt} = -\varepsilon k_1 (f_1 + l_1 f_2) \cos\varphi_1, \quad \omega_2 \frac{db_2}{dt} = \varepsilon k_2 (f_1 + l_2 f_2) \cos\omega_2 t. \tag{3.5}$$

Trong xấp xỉ thứ nhất ta có các phương trình trung bình hóa sau đây:

$$I\dot{\Omega} = \varepsilon\{\gamma_0 + \gamma_1\Omega - r^4\alpha_3\Omega^3 - 2\Omega r^2 A_1 - 2\Omega r^2 A_2 - 2\Omega r^2 B_2\},$$
$$\frac{dA_1}{dt} = -\varepsilon k_1 A_1 [l_1^2 h_2 + h_1 + 3\alpha_3 r^2\Omega^2 - \alpha_1 + A_1 + 2(A_2 + B_2)],$$
$$\frac{d\psi_1}{dt} = 0, \tag{3.6}$$
$$\frac{dA_2}{dt} = -\varepsilon k_2 A_2 [l_2^2 h_2 + h_1 + 3\alpha_3 r^2\Omega^2 - \alpha_1 + 2A_1 + A_2 + B_2],$$
$$\frac{dB2}{dt} = -\varepsilon k_2 B_2 [l_2^2 h_2 + h_1 + 3\alpha_3 r^2\Omega^2 - \alpha_1 + 2A_1 + A_2 + B_2],$$

trong đó ký hiệu:

$$A_1 = \frac{3}{4}\omega_1^2\alpha_3 a_1^2, \quad A_2 = \frac{3}{4}\omega_2^2\alpha_3 a_2^2, \quad B_2 = \frac{3}{4}\omega_2^2\alpha_3 b_2^2.$$

Nghiệm dừng $\quad A_1 = A_1^0 = \text{const} \neq 0, \ \psi_1 = \psi^0 = \text{const}$
$\quad A_2 = B_2 = 0, \ \Omega = \Omega_* = \text{const}$

được xác định từ hệ phương trình

$$\gamma_0 + \gamma_1\Omega_* - r^4\alpha_3\Omega_*^3 - 2\Omega_* r^2 A_1^0 = 0,$$
$$l_1^2 h_2 + h_1 + 3\alpha_3 r^2\Omega_0^2 - \alpha_1 + A_1^0 = 0. \tag{3.7}$$

Phương trình thứ nhất của hệ (3.7) trùng với phương trình (2.4). Còn phương trình thứ hai biểu diễn Pa-ra-bôn trên mặt phẳng (Ω_*, A_1^0).

Tương tự như vậy ta có các dạng dao động với tần số ω_2.

Để nghiên cứu sự ổn định của nghiệm dừng ta lập phương trình biến phân

$$I\frac{d\delta\Omega}{dt} = \varepsilon[(\gamma_1 - 3r^4\alpha_3\Omega_0^2 - 2r^2A_1^0)\delta\Omega - 2\Omega_* r^2\delta A_1 - 2\Omega_0 r^2\delta A_2 - 2\Omega_* r^2\delta B_2],$$
$$\frac{d\delta A_1}{dt} = -\varepsilon k_1 [6\alpha_3\Omega_0 r^2 A_1^0\delta\Omega + A_1^0\delta A_1 + 2A_1^0\delta A_2 + 2A_1^0\delta B_2],$$
$$\frac{d\delta\psi_1}{dt} = 0, \tag{3.8}$$
$$\frac{d\delta A_2}{dt} = -\varepsilon k_2 (h_1 + l_2^2 h_2 + 3\alpha_3\Omega_*^2 r^2 - \alpha_1 + 2A_1^0)\delta A_2,$$
$$\frac{d\delta B_2}{dt} = -\varepsilon k_2 (h_1 + l_2^2 h_2 + 3\alpha_3\Omega_*^2 r^2 - \alpha_1 + 2A_1^0)\delta B_2,$$

trong đó

$$\delta\Omega = \Omega - \Omega_o,\ \delta A_1 = A_1 - A_1^o,\ \delta\psi_1 = \psi_1 - \psi_1^o,\ \delta A_2 = A_2,\ \delta B_2 = B_2.$$

Phương trình đặc trưng của hệ (3.8) là :

$$\lambda(\lambda - E)^2 \left\{(\varepsilon k_1 A_1^o + \lambda)\left[\varepsilon(-\gamma_1 + 3r^4\Omega_o^2\alpha_3 + 2r^2A_1^o) + \lambda\right] - \right.$$
$$\left. - 12\varepsilon^2 k_1\alpha_3 r^4\Omega_o^2A_1^o\right\} = 0, \qquad (3.9)$$
$$E = -\varepsilon k_2 (h_1 + h_2 l_2^2 + 3\alpha_3 r^2\Omega_o^2 - \alpha_1 + 2A_1^o)$$

Vì hệ khảo sát là ô-tô-nôm nên nghiệm $\lambda = 0$ không ảnh hưởng đến tính ổn định. Từ (3.9) ta suy ra các điều kiện ổn định của nghiệm dừng như sau (tiêu chuẩn Routh — Hurwitz) :

1) $E < 0$ hoặc $h_1 + l_2^2h_2 + 3\alpha_3 r^2\Omega_o^2 - \alpha_1 + 2A_1^o > 0$,

2) $2r^2A_1^o - \gamma_1 - 9r^4\alpha_3\,\Omega_o^2 > 0$,

3) $(k_1 + 2r^2)\,A_1^o - \gamma_1 + 3r^4\,\alpha_3\Omega_o^2 > 0$. (3.10)

Chú ý đến phương trình thứ hai của hệ (3.7) ta có thể viết điều kiện ổn định thứ nhất trong (3.10) dưới dạng

$$(l_2^2 - l_1^2)\,h_2 + A_1^o > 0. \qquad (3.11)$$

Điều kiện ổn định thứ ba trong (3.10) cũng sẽ được thỏa mãn nếu điều kiện thứ hai được thỏa mãn.

§4. KẾT LUẬN

Trong trường hợp nguồn năng lượng giới nội, các nguyên tắc hoạt động của bộ tắt chấn động lực cho hệ tự chấn vẫn còn được giữ vững. Tuy nhiên, ở đây vận tốc góc của động cơ không còn có giá trị tùy ý mà phụ thuộc vào biên độ dao động bởi hệ thức (2.4). Các miền ổn định của dao động dừng được xác định bởi các hệ thức (3.10).

Địa chỉ
Viện Cơ học Viện KHVN

Nhận ngày 23/9/1988

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN ĐẠO. Về bộ tắt chấn động lực. Tạp chí Cơ học số 2, 1982.
2. NGUYỄN VĂN ĐÌNH. Hệ tự chấn hai bậc tự do chịu kích động giới nội. Tạp chí Cơ học, số 2, 1982.

SUMMARY

DYNAMIC ABSORBER FOR SELF-EXCITED SYSTEM IN THE CASE OF LIMIT SOURCE OF ENERGY

In this article the behaviour of the dynamic absorber for the self-excited vibrating system in the case of limit source of energy is considered (fig. 1). It turns out that the principles of action of the dynamic absorber remain the same as in the case of unlimit source of energy [1]. However, now the angular velocity of the rotor is not arbitrary, but depends on the amplitude of vibration according to the relation (2.4). The stability conditions for stationary vibrations are given by (3.10).