Tạp chí cơ học tập XI, 1989 số 2 (trang 25—32)

DAO ĐỘNG NGẪU NHIÊN CỦA HỆ CẤP BA DƯỚI KÍCH ĐỘNG „ỒN MÀU"

LÊ VĨNH THỌ, TRẦN KIM CHI

Dao động tiền định và ngẫu nhiên khi kích động là « ồn trắng » của hệ cấp ba đã được nghiên cứu trong [1, 3]. Bài báo này đã đề cập tới việc khảo sát dao động ngẫu nhiên của hệ cấp 3 khi kích động là « ồn màu ». Tác giả đã chỉ ra các trường hợp khi « ồn màu » được thay bằng « ồn trắng ». Trong trường hợp không thể thay thế được đã nêu ra thuật toán nghiên cứu dao động đa tần.

Xét phương trình vi phân ngẫu nhiên bậc ba :

$$\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x = \varepsilon F(t, x, \dot{x}, \ddot{x}) + \sqrt{\varepsilon}\,\sigma q(t), \tag{1}$$

với $q(t)$ là quá trình ngẫu nhiên dừng liên hệ với « ồn trắng » $\dot{\xi}(t)$ qua bộ lọc tuyến tính

$$Lq(t) = \frac{d^N q}{dt^N} + \sum_{j=1}^{N} \gamma_j \frac{d^{N-j}q}{dt^{N-j}} = h\dot{\xi}(t), \tag{2}$$

Ở đây $\eta, \nu, \sigma, h, \gamma_j$ — Các hằng số : $\eta, \nu, \sigma, h > 0$, ε — tham số bé, F — hàm tuần hoàn theo biến t. Loại $q(t)$ từ (1), (2) ta có :

$$L(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x) = \varepsilon LF + \sqrt{\varepsilon}\,\sigma h\dot{\xi}(t). \tag{3}$$

Nghiệm của phương trình (1), (2) phụ thuộc rất nhiều vào tính chất của các chỉ số đặc trưng của bộ lọc L. Để đảm bảo $q(t)$ là quá trình có năng lượng trung bình (phương sai) hữu hạn, giả thiết nghiệm của phương trình đặc trưng

$$l(\mu) \equiv \mu^N + \sum_{j=1}^{N} \gamma_j \mu^{N-j} = 0 \tag{4}$$

có các nghiệm thực âm hay các nghiệm phức có phần thực âm. Với giả thiết này phương trình bậc cao (3) khác phương trình (1) các số hạng dạng ce^{-ht} (c—const, $h > 0$) có giá trị nhỏ tùy ý khi t đủ lớn. Như vậy ta chỉ xét các nghiệm bình ổn ứng với thời gian khá lớn.

§1. TRƯỜNG HỢP CÁC CHỈ SỐ ĐẶC TRƯNG THỰC ÂM

Giả sử các nghiệm của phương trình (4) $\mu_j = h_j$ là các số thực âm : $h_j < 0$, $|h_j| \gg \varepsilon$, $j = \overline{1, N}$, $h_i \neq h_j$ khi $i \neq j$. Dùng phép thế biến sau đây trong phương trình (3)

$$\frac{d^p x}{dt^p} = \sum_{K=0}^{N} b_K h_K^p e^{h_K t} + a\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi, \qquad (1.1)$$

với $\varphi = \nu t + \theta$, $h_0 = -\eta$, $p = \overline{0, N+2}$, và $b_K(t)$, $a(t)$, $\theta(t)$ là các quá trình Marcov thỏa mãn các phương trình vi phân ngẫu nhiên.

$$\begin{aligned} db_K &= \varepsilon\alpha_K(t, a, b, \theta)\,dt + \sqrt{\varepsilon}\beta_K(t, a, b, \theta)\,d\xi(t), \\ da &= \varepsilon u_1(t, a, b, \theta)\,dt + \sqrt{\varepsilon}V_1(t, a, b, \theta)\,d\xi(t), \\ d\theta &= \varepsilon u_2(t, a, b, \theta)\,dt + \sqrt{\varepsilon}V_2(t, a, b, \theta)\,d\xi(t). \end{aligned} \qquad (1.2)$$

Thay (1.1) vào (3), sử dụng công thức Itô [3] ta thu được các phương trình sau :

$$\sum_{K=0}^{N} h_K^p e^{h_K t}\beta_K + V_1\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi + aV_2\frac{\partial^p}{\partial t^p}(-\sin\varphi) = \delta^p_{N+2}\sigma h,$$

$$\sum_{K=0}^{N} h_K^p e^{h_K t}\alpha_K + u_1\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi + au_2\frac{\partial^p}{\partial t^p}(-\sin\varphi) =$$

$$= \sigma^p_{N+2}LF - V_1V_2\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi\right) + \frac{1}{2}V_2^2 a\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi. \qquad (1.3)$$

Từ hệ phương trình này giải được các nghiệm

$$\alpha_K = \frac{(-1)^{N+K} LF e^{-h_K t}}{(h_K^2 + \nu^2)\prod_{i=0}^{K-1}(h_K - h_i)\prod_{j=K+1}^{N}(h_j - h_K)},$$

$$\beta_K = \frac{(-1)^{N+K}\sigma h e^{-h_K t}}{(h_K^2 + \nu^2)\prod_{i=0}^{K-1}(h_K - h_i)\prod_{j=K+1}^{N}(h_j - h_K)},$$

$$V_1 = -\frac{\sigma h\sin(\varphi + \varphi^*)}{\nu r}, \quad V_2 = -\frac{\sigma h\cos(\varphi + \varphi^*)}{a\nu r},$$

$$u_1 = \frac{LFV_1}{\sigma h} + \frac{1}{2}aV_2^2, \quad u_2 = \frac{LFV_2}{\sigma h} - \frac{V_1V_2}{a}, \qquad (1.4)$$

trong đó

$$\varphi^* = \sum_{j=0}^{N}\varphi_j, \ \sin\varphi_j = \frac{\nu}{\sqrt{h_j^2 + \nu^2}}, \ \cos\varphi_j = \frac{-h_j}{\sqrt{h_j^2 + \nu^2}}, \ r = \prod_{j=0}^{N}\sqrt{h_j^2 + \nu^2} \qquad (1.5)$$

Đặt biến $d_K = b_K e^{h_K t}$, phương trình cho d_K có dạng

$$dd_K = [h_K d_K + \varepsilon\alpha_K e^{h_K t}]\,dt + \sqrt{\varepsilon}\beta_K e^{h_K t}\,d\xi(t). \qquad (1.6)$$

Thấy rằng các đại lượng $\alpha_K e^{h_K t}$, $\beta_K e^{h_K t}$ là giới nội, do tính chất phụ thuộc liên tục của nghiệm phương trình vi phân ngẫu nhiên vào tham số, với ε đủ nhỏ và η đủ lớn trong xấp xỉ thứ nhất có thể coi $d_K = 0$, và nghiệm xấp xỉ thứ nhất của phương trình (3) sẽ là

$$\frac{d^p x}{dt^p} = a\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos(\nu t + \theta), \qquad (1.7)$$

trong đó

$$da = \varepsilon\left[\frac{-LF\sin(\varphi+\varphi^*)}{\nu r} - \frac{\sigma^2h^2\cos^2(\varphi+\varphi^*)}{2a\nu r^2}\right]dt - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h\sin(\varphi+\varphi^*)}{\nu r}\,d\xi(t)$$

$$d\theta = \varepsilon\left[\frac{-LF\cos(\varphi+\varphi^*)}{a\nu r} - \frac{\sigma^2h^2\sin(\varphi+\varphi^*)\cos(\varphi+\varphi^*)}{a\nu^2r^2}\right]dt -$$

$$-\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h\cos(\varphi+\varphi^*)}{a\nu r}\,d\xi(t), \qquad (1.8)$$

ở đây φ^*, r được xác định theo (1.5)

Bây giờ biểu diễn toán tử L dưới dạng $L = \prod_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial}{\partial t} - h_j\right)$

và chú ý rằng $\underset{t}{M}\left\{\left(\frac{\partial F}{\partial t} + h_jF\right)\sin(\varphi+\varphi_j)\right\} = \sqrt{h_j^2+\nu^2}\,\underset{t}{M}\{F\sin\varphi\}$

từ đó ta có

$$\underset{t}{M}\left\{\frac{-LF\sin(\varphi+\varphi^*)}{\nu r}\right\} = \underset{t}{M}\left\{-\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial}{\partial t} - h_j\right)F\,\frac{\sin(\varphi+\varphi^*)}{\nu r}\right\} =$$

$$= \dots = \underset{t}{M}\left\{\frac{-F\sin(\varphi+\varphi_o)}{\nu\sqrt{h_o^2+\nu^2}}\right\}$$

Bằng cách tương tự có thể thiết lập được đẳng thức cho các hệ số chuyển dịch và khuếch tán còn lại. Như vậy hệ (1.3) và hệ dưới đây có cùng các hệ số trung bình :

$$da = \varepsilon\left[\frac{-F\sin(\varphi+\varphi_o)}{\nu\sqrt{h^2+\nu^2}} + \frac{\sigma^2h^2\cos^2\varphi}{2a\nu r^2}\right]dt - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h\sin\varphi}{\nu r}\,d\xi(t),$$

$$d\theta = \varepsilon\left[\frac{-F\cos(\varphi+\varphi_o)}{a\nu\sqrt{h_o^2+\nu^2}} - \frac{\sigma^2h^2\sin\varphi\cos\varphi}{a\nu^2r^2}\right]dt - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h\cos\varphi}{a\nu r}\,d\xi(t). \qquad (1.9)$$

Áp dụng phương pháp trung bình [4] cho hệ (1.9) nhận được phương trình KFP đối với mật độ xác suất W(a, θ) của biên độ và pha

$$\frac{\partial}{\partial a}(K_1W) + \frac{\partial}{\partial\theta}(K_2W) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2}(K_{11}W) + \frac{\partial^2}{\partial a\partial\theta}(K_{12}W) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}(K_{22}W) \qquad (1.10)$$

Các hệ số truyền và hệ số khuếch tán được tính theo công thức

$$K_1 = \frac{\sigma^2h^2}{4a\nu^2r^2} + \underset{t}{M}\left\{\frac{-F(\eta\sin\varphi+\nu\cos\varphi)}{\nu(\eta^2+\nu^2)}\right\},$$

$$K_2 = \underset{t}{M}\left\{\frac{F(\eta\cos\varphi-\nu\sin\varphi)}{a\nu(\eta^2+\nu^2)}\right\},$$

$$K_{11} = \frac{\sigma^2h^2}{2\nu^2r^2},\ K_{22} = \frac{\sigma^2h^2}{2a^2\nu^2r^2},\ K_{12} = 0. \qquad (1.11)$$

Ví dụ : Xét phương trình (1) trong trường hợp

$$F = \alpha_1x + \alpha_2\dot{x} + \alpha_3\ddot{x} + p\cos\nu t, \qquad (1.12)$$

và q(t) là quá trình « ồn màu » bậc nhất

$$\dot{q}(t) + \alpha q(t) = \sigma_o\sqrt{2\alpha}\,\xi(t),\ \alpha \gg \varepsilon \qquad (1.13)$$

khi đó ta có

$$h = \sigma_o\sqrt{2\alpha}\ ,\ r^2 = (\eta^2 + \nu^2)(\alpha^2 + \nu^2), \quad (1.14)$$

Nghiệm của (1.1) trong trường hợp này có dạng

$$x = a\cos\varphi, \quad \varphi = \nu t + \theta. \quad (1.15)$$

Thay (1.12), (1.13) vào (1.11) ta có

$$K_1 = \frac{\sigma^2 h^2}{4a\nu^2 r^2} + \frac{a(\alpha_1 - \alpha_2\eta - \alpha_3\nu^2)}{2(\eta^2 + \nu^2)} + \frac{p(\nu\cos\theta + \eta\sin\theta)}{2\nu(\eta^2 + \nu^2)},$$

$$K_2 = \frac{\alpha_1\eta - \alpha_2\nu^2 - \alpha_3\nu^2\eta}{2\nu(\eta^2 + \nu^2)} + \frac{p(\eta\cos\theta - \nu\sin\theta)}{2a\nu(\eta^2 + \nu^2)}. \quad (1.16)$$

Các hệ số K_1, K_2 thỏa mãn điều kiện tích phân [5] do đó nghiệm của phương trình FPK tương ứng được tính theo phép cầu phương

$$W(a,\theta) = \exp\left\{\frac{16\nu^4}{\left(\frac{\sigma^2h^2}{r^2}\right) + 16\nu^4\beta^2}\left[\int\left[\frac{\sigma^2h^2}{4\nu^2r^2}K_1(a,\theta) + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \beta a K_2(a,\theta) + \frac{\beta^2}{a}\right]da + \int\left[\frac{\sigma^2h^2}{4\nu^2r^2}a^2K_2(a,\theta) + \frac{\beta\sigma^2h^2}{4\nu^2r^2} - \beta a K_1(a,\theta)\right]d\theta\right]\right\}, \quad (1.17)$$

trong đó

$$\beta = \frac{\sigma^2h^2(\alpha_1\eta - \alpha_2\nu^2 - \alpha_3\nu^2\eta)}{4\nu^2r^2(\alpha_1\nu - \alpha_2\eta - \alpha_3\nu^3)}. \quad (1.18)$$

Thay (1.13) vào (1.17) ta tính được $W(a,\theta)$ và đó là cơ sở để phân tích dao động.

§2. TRƯỜNG HỢP CÁC CHỈ SỐ ĐẶC TRƯNG PHỨC VỚI PHẦN THỰC ÂM ĐỦ LỚN VỀ GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Giả sử phương trình đặc trưng (4) có các nghiệm phức:

$$\lambda_j \pm i\Omega_j,\ \lambda_j < 0,\ |\lambda_j| \gg \varepsilon,\ j = \overline{1,\ N/2}.$$

Cũng như phần trên, dùng phép thế biến trong phương trình (3)

$$\frac{d^px}{dt^p} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{2}\left(\mu_j^p c_j e^{\mu_j t} + \bar{\mu}_j^p \bar{c}_j e^{\bar{\mu}_j t}\right) + (-\eta)^p b e^{-\eta t} + a\frac{\partial^p\cos\varphi}{\partial t^p}, \quad (2.1)$$

$$\varphi = \nu t + \theta,\ p = \overline{0,\ N+2},\ n = N/2.$$

Tương tự như § 1, ta lập được phương trình cho các biến $c_je^{\mu_jt}$, $\bar{c}_je^{\bar{\mu}_jt}$, $be^{-\eta t}$ và thấy rằng trong xấp xỉ thứ nhất có thể coi chúng bằng không. Khi đó phương trình xác định các đại lượng $a(t)$, $\theta(t)$ có dạng:

$$da = \varepsilon\left[\frac{-LF(\nu\cos(\varphi+\varphi_o) + \eta\sin(\varphi+\varphi_o))}{\nu R(\eta^2+\nu^2)} + \frac{\sigma^2h^2(\eta\cos(\varphi+\varphi_o) - \nu\sin(\varphi+\varphi_o))^2}{2a\nu^2R^2(\eta^2+\nu^2)^2}\right]dt$$

$$-\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h(\nu\cos(\varphi+\varphi_o) + \eta\sin(\varphi+\varphi_o))}{\nu R(\eta^2+\nu^2)}\,d\xi(t),$$

$$d\theta = \varepsilon\left[\frac{-LF(\eta\cos(\varphi+\varphi_o) - \nu\sin(\varphi+\varphi_o))}{a\nu R(\eta^2+\nu^2)} - \frac{\sigma^2 h^2(\nu\cos(\varphi+\varphi_o)+\eta\sin(\varphi+\varphi_o))}{a^2\nu^2 R^2(\eta^2+\nu^2)^2}\times\right.$$

$$\left.\times(\eta\cos(\varphi+\varphi_o) - \nu\sin(\varphi+\varphi_o))\right]dt - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h(\eta\cos(\varphi+\varphi_o) - \nu\sin(\varphi+\varphi_o))}{a\nu R(\eta^2+\nu^2)}d\xi(t), \tag{2.2}$$

Trong đó

$$R = \prod_{j=1}^{n} R_j,\quad R_j = \sqrt{4\lambda_j^2\nu^2 + (\lambda_j^2+\Omega_j^2-\nu^2)^2},$$

$$\sin\varphi_j = \frac{-2\lambda_j\nu}{R_j},\quad \cos\varphi_j = \frac{\lambda_j^2+\Omega_j^2-\nu^2}{R_j},\quad \varphi_o = \sum_{j=1}^{n}\varphi_j,\quad j=\overline{1,n}.$$

Như phần trên, có thể chứng minh hệ (2.2) và hệ phương trình dưới đây có cùng hệ số dịch chuyển và khuếch tán

$$da = \varepsilon\left[\frac{-F(\nu\cos\varphi+\eta\sin\varphi)}{\nu(\eta^2+\nu^2)} + \frac{\sigma^2h^2(\eta\cos\varphi-\nu\sin\varphi)^2}{2a\nu^2R^2(\eta^2+\nu^2)^2}\right]dt -$$

$$-\sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h(\nu\cos\varphi+\eta\sin\varphi)}{\nu R(\eta^2+\nu^2)}d\xi(t),$$

$$d\theta = \varepsilon\left[\frac{-F(\eta\cos\varphi-\nu\sin\varphi)}{a\nu(\eta^2+\nu^2)} - \frac{\sigma^2h^2(\nu\cos\varphi+\eta\sin\varphi)}{a^2\nu^2R^2(\eta^2+\nu^2)}\times\right.$$

$$\left.\times(\eta\cos\varphi-\nu\sin)\right]dt - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{\sigma h(\eta\cos\varphi-\nu\sin\varphi)}{a\nu R(\eta^2+\nu^2)}d\xi(t). \tag{2.3}$$

Theo [3] các hệ phương trình (1.9) và (2.3) tương đương với phương trình vi phân bậc ba sau:

$$\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x = \varepsilon F(t, x, \dot{x}, \ddot{x}) + \sqrt{\varepsilon}\,\sigma\sqrt{S_q(\nu)}\,\dot{\xi}(t), \tag{2.4}$$

trong đó $S_q(\nu)$ — phổ mật độ của quá trình $q(t)$ đối với hệ (1.9)

$$S_q(\nu) = \frac{\sigma^2h^2(\eta^2+\nu^2)}{r^2} = \frac{\sigma^2h^2}{\prod_{j=1}^{N}(h_j^2+\nu^2)}.$$

đối với hệ (2.3)

$$S_q(\nu) = \frac{\sigma^2h^2}{R^2} = \frac{\sigma^2h^2}{\prod_{j=1}^{n}[4\lambda_j^2\nu^2+(\lambda_j^2+\Omega_j^2-\nu^2)^2]}$$

Từ các kết quả ở hai phần trên đi đến kết luận sau: Đối với hệ cấp ba (1) kích động cưỡng bức « ồn màu » $q(t)$ có thể thay bằng « ồn trắng » $\sqrt{S_q(\nu)}\,\dot{\xi}(t)$ nếu các chỉ số của bộ lọc (2) là số thực âm hay số phức có phần thực âm đủ lớn về giá trị tuyệt đối.

§3. TRƯỜNG HỢP CÁC CHỈ SỐ ĐẶC TRƯNG PHỨC VỚI PHẦN THỰC ÂM NHỎ

Khác với §2, ở đây ta xét $\lambda_j \sim \varepsilon$. Giả thiết rằng bộ lọc L có thể biểu diễn dưới dạng

$$L = L_0 + \varepsilon L_1 \tag{3.1}$$

trong đó các chỉ số của toán tử L_0 là phần ảo của chỉ số của toán tử L, tức là bằng $\pm i\Omega_j$. Khi đó phương trình (3) có dạng:

$$L_0(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x) = \varepsilon[LF - L_1(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x)] + \sqrt{\varepsilon}\,\sigma h\xi(t) \tag{3.2}$$

Giả sử $\Omega_j \neq \Omega_K$ khi $j \neq K$, $\Omega_j \neq \nu$, $|\Omega_j| \gg \varepsilon$, khi đó nghiệm của (3.2) có dạng

$$\frac{d^p x}{dt^p} = \sum_{l=0}^{n} a_l \frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi_l + (-\eta)^p b e^{-\eta t}, \tag{3.3}$$

$$\Omega_0 = \nu,\ \varphi_l = \Omega_l t + \theta_l,\ p = \overline{0, N+2},\ n = N/2,$$

ở đây b, a_l, θ_l là những quá trình Markov thỏa mãn các phương trình vi phân ngẫu nhiên

$$db = \varepsilon\alpha(t, b, a_l, \theta_l)dt + \sqrt{\varepsilon}\,\beta(t, b, a_l, \theta_l)d\xi(t)$$

$$da_l = \varepsilon u_{1l}(t, b, a_l, \theta_l)dt + \sqrt{\varepsilon}\,V_{1l}(t, b, a_l, \theta_l)d\xi(t),$$

$$d\theta_l = \varepsilon u_{2l}(t, b, a_l, \theta_l)dt + \sqrt{\varepsilon}\,V_{2l}(t, b, a_l, \theta_l)\,d\xi(t), \tag{3.4}$$

trong đó các hệ số α, β, u_{1l}, u_{2l}, V_{1l}, V_{2l} là nghiệm duy nhất của hệ phương trình đại số sau:

$$\sum_{l=0}^{n}\left[V_{1l}\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi_l + a_l V_{2l}\frac{\partial^p}{\partial t^p}(-\sin\varphi_l)\right] + (-\eta)^p e^{-\eta t}\beta = \delta^p_{N+2}\sigma h,$$

$$\sum_{l=0}^{n}\left[u_{1l}\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi_l + u_{2l}a\frac{\partial^p}{\partial t^p}-\sin\varphi_l)\right] + (-\eta)^p e^{-\eta t}\alpha =$$

$$= \delta^p_{N+2}[LF - L_1(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x)] -$$

$$-\sum_{l=0}^{n}\left[V_{1l}V_{2l}\frac{\partial}{\partial\varphi_l}\left(\frac{\partial^p}{\partial t^p}\cos\varphi_l\right) + \frac{1}{2}a_l V_{2l}^2\frac{\partial^p}{\partial t^p}(-\cos\varphi_l)\right].\ p = \overline{0, N+2}$$

Giải hệ phương trình này, trong xấp xỉ bậc nhất và với t đủ lớn thành phần $be^{-\eta t}$ rất gần không và ta thu được hệ phương trình cho a_l, θ_l như sau:

$$
\begin{aligned}
da_l = \varepsilon \Bigg[&- \frac{(LF - L_l(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x))(\Omega_l\cos\varphi_l + \eta_l\sin\varphi_l)}{\Omega_l R_l(\eta^2 + \Omega_l^2)} + \\
&+ \frac{\sigma^2 h^2(\eta_l\cos\varphi_l - \Omega_l\sin\varphi_l)}{2\Omega_l^2 R_l^2 a_l(\eta^2 + \Omega_l^2)} \Bigg] dt - \sqrt{\varepsilon}\, \frac{\sigma h(\Omega_l\cos\varphi_l + \eta_l\sin\varphi_l)}{\Omega_l R_l(\eta^2 + \Omega_l^2)}\, d\xi(t)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
d\theta_l = \varepsilon \Bigg[&- \frac{(LF - L_l(\dddot{x} + \eta\ddot{x} + \nu^2\dot{x} + \eta\nu^2 x))}{a_l\Omega_l R_l(\eta^2 + \Omega_l^2)} + \\
&+ \frac{\sigma^2 h^2(\Omega_l\cos\varphi_l + \eta_l\sin\varphi_l)(\eta_l\cos\varphi_l - \Omega_l\sin\varphi_l)}{a_l^2\Omega_l^2 R_l^2(\eta^2 + \Omega_l^2)^2} \Bigg] dt - \\
&- \sqrt{\varepsilon}\, \frac{\sigma h(\Omega_l\cos\varphi_l + \eta_l\sin\varphi_l)}{\Omega_l R_l(\eta^2 + \Omega_l^2)}\, d\xi(t). \qquad (3.5)
\end{aligned}
$$

$$l = \overline{0, n}$$

Như vậy khi tất cả các chỉ số của bộ lọc (2) là số phức có phần thực âm đủ nhỏ, trong trường hợp không có nội cộng hưởng, phương trình (3) có dao động đa tần :

$$x = \sum_{l=0}^{N/2} a_l\cos\varphi_l, \qquad \varphi_l = \Omega_l t + \Theta_l, \qquad (3.6)$$

trong đó biên độ a_l và pha Θ_l xác định từ phương trình vi phân ngẫu nhiên Itô (3.5).

KẾT LUẬN

Dao động ngẫu nhiên của hệ cấp ba (1) dưới kích động «ồn màu» $q(t)$ đã được nghiên cứu trong các trường hợp khi các chỉ số đặc trưng của bộ lọc 2 là số thực âm, hoặc số phức với phần thực âm đủ lớn về giá trị tuyệt đối, hoặc số phức với phần thực âm đủ nhỏ.

Trường hợp các chỉ số đặc trưng của bộ lọc (2) là số thực âm hoặc số phức có phần thực âm đủ lớn về giá trị tuyệt đối thì kích động « ồn màu » $q(t)$ có thể thay được bằng « ồn trắng » $\sqrt{S_q(\nu)}\,\dot{\xi}(t)$ ($S_q(\nu)$ – phổ mật độ của quá trình $q(t)$)

Trường hợp các chỉ số đặc trưng của bộ lọc (2) là số phức với phần thực âm đủ nhỏ về giá trị tuyệt đối thì phương trình (3) có dao động đa tần (3.6).

Để kết thúc bài báo chúng tôi xin tỏ lời chân thành cảm ơn Tiến sĩ Nguyễn Đông Anh đã đóng góp nhiều ý kiến quý báu.

Địa chỉ
Viện Cơ viện KHVN

Nhận ngày 16-3-1989

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN ĐẠO. Nonlinear oscillations of high order systems. Viện khoa học Việt Nam, Hà Nội, 1979.
2. ITO K. Stochactic integral. Proc. Jap. Acad., p. 519 – 529, 20, 1944
3. KIỀU THẾ ĐỨC, NGUYỄN ĐÔNG ANH. Dao động ngẫu nhiên trong hệ cấp ba dưới kích động « ồn trắng » – T. C. Cơ học, №4, 1981.

4. ХАСЬМИНСКИЙ Р. З. Предельная теорема для решений дифференциальных уравнений сослучайной правой частью. Теория вероятностей и её применения. с. 444 — 462,2, вып. 3, 1966г.

5. НГУЕН ДОНЬ АНЬ. Взаимное влияние различных типов периодических и случайных возмушений на нелинейные колебательные системы. Доктор. Диссертация, Киев, 1986г.

РЕЗЮМЕ

СЛУЧАЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ « ЦВЕТЛОГО ШУМА »

В данной работе расмотрены случайные колебания систем третьего порядка под действием « цветлого шума ».

Указаны такие случаи где «цветлый шум» заменяется «белым шумом». В случае, когда эта замена не возможна, указывается алгоритм для изучения многочастотных колебаний.

THÔNG BÁO VỀ CUỘC HỌP TOÀN THỂ LẦN THỨ 2 CỦA BCHTU HỘI CƠ HỌC VIỆT NAM KHÓA II.

BCHTU Hội Cơ học Việt Nam khóa 2 đã họp cuộc họp toàn thể lần thứ 2 tại Hà Nội vào ngày 10/4/1989. Tham dự có 22 ủy viên chấp hành, 5 đại diện các Trung tâm của hội, 7 ủy viên vắng mặt. Chủ tịch Nguyễn Văn Đạo chủ trì, tổng thư ký Phạm Huyễn báo cáo về hoạt động của Hội trong năm 1988 và nhiệm vụ trong năm 1989. BCHTU nhận thấy trong năm 1988 Hội vẫn duy trì được các hoạt động thường xuyên, tổ chức 2 hội thảo khoa học, 2 lớp huấn luyện Cơ học trong đó có lớp huấn luyện quốc tế UNESCO về dao động, tổ chức đại hội thành lập Hội Cơ học thành phố Hồ Chí Minh, tổ chức Trung tâm huấn luyện và phổ biến cơ học, xí nghiệp dịch vụ và sản xuất ; các hoạt động đều đúng hướng, có hiệu quả, linh hoạt, đều khắp, sát chức năng của Hội.

Trong năm 1989, ngoài các hoạt động thường xuyên, sẽ tổ chức Hội nghị Cơ học vật rắn biến dạng và các hội thảo chuyên sâu cho từng vấn đề, tổ chức thi Olimpic Cơ học và cấp học bổng Hội Cơ học cho sinh viên, tổ chức thêm các Trung tâm chuyên ngành, chủ động tổ chức quan hệ hợp tác với Hội Cơ học Ba Lan và các nước khác. Cuộc họp toàn thể BCH lần thứ 3 sẽ tổ chức tại Hà Nội vào tháng 4/1990, giữa kỳ sẽ tổ chức các cuộc họp theo miền tại Hà Nội và thành phố Hồ Chí Minh.

BCHTU quyết định miễn nhiệm đồng chí Lê Khách Châu vì đi công tác ở nước ngoài trên một năm, bầu bổ sung các đồng chí Đỗ Sanh và Đào Huy Bích vào BCH. Phân công đồng chí Phạm Huyễn làm trưởng ban tổ chức và đối ngoại ; đồng chí Nguyễn Hữu Chí — Trưởng ban Kinh tế và Kỹ thuật, đồng chí Đỗ Sanh — Trưởng ban nghiên cứu và bồi dưỡng.

BCHTU đã soát lại lần cuối bản điều lệ sửa đổi của Hội Cơ Học Việt Nam mà Đại hội đại biểu lần thứ 2 đã thông qua và quyết định cho in thành tài liệu.

Cuộc họp đã tiến hành trong không khí thẳng thắn, dân chủ và nhất trí cao.