Tạp chí Cơ học Tập XI, 1989 Số 2 trang (17 – 24)

BÀI TOÁN LẮC CỦA VẬT THỂ NỔI TRÊN SÓNG ĐIỀU HÒA

HOÀNG XUÂN HÙNG

§ MỞ ĐẦU :

Bài toán lắc của vật thể nổi trên sóng điều hòa đã được nhiều tác giả quan tâm giải quyết bằng nhiều phương pháp khác nhau : phương pháp giải tích, phương pháp dùng hàm biến phức, phương pháp điểm nguồn, các phương pháp thực nghiệm... Trong bài này tác giả sử dụng phương pháp phân bố điểm nguồn (Garison [1, 2, 3]) để tìm lời giải số cho các đặc trưng thủy động lực của vật thể nổi trên sóng điều hòa (có tần số, biên độ hướng sóng, độ dài cho trước) như các hệ số khối lượng kèm, hệ số giảm chấn, biên độ lắc... Bài toán xác định thế vận tốc của chất lỏng (qua đó xác định các đặc trưng thủy động của vật thể) nhờ phương pháp tích phân biên đưa về giải phương trình tích phân trên bề mặt thấm nước của vật thể để xác định cường độ nguồn và dễ dàng giải bằng phương pháp số. Tác giả đã đưa ra công thức nửa giải tích của hàm nguồn qua đó giảm bớt được các tính toán số phức tạp trong trường hợp nước sâu vô hạn.

§ 1. ĐẶT BÀI TOÁN :

Để nghiên cứu lắc của vật thể nổi trên sóng điều hòa, ta thiết lập hệ tọa độ cố định $O\overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$ có trục $O\overline{Z}$ hướng thẳng đứng lên trên. Mặt phẳng $O\overline{Y}\,\overline{Z}$ đi qua trọng tâm vật thể trong trường hợp vật đứng yên khi không có sóng. Mặt $O\overline{X}\,\overline{Y}$ nằm ngang và trùng với mặt nước lặng không có sóng.

Các giả thiết của bài toán tuyến tính :

– Vật thể được coi là cứng tuyệt đối, chuyển động của vật thể với 6 bậc tự do (3 chuyển động tịnh tiến theo 3 trục $\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}$, kí hiệu $\overline{\eta}_1, \overline{\eta}_2, \overline{\eta}_3$ và 3 chuyển động quay quanh 3 trục $\overline{\eta}_4, \overline{\eta}_5, \overline{\eta}_6$.) Lắc của vật thể thực hiện dưới dạng dao động điều hòa có biên độ nhỏ so với kích thước đặc trưng của vật thể quanh vị trí cân bằng và có tần số trùng với tần số σ của hệ sóng tiến điều hòa từ vô cực tới các biên độ lắc viết dưới dạng :

$$\overline{\eta}_j(t) = \overline{\eta}_j e^{i\sigma t}\,; \quad j = \overline{1, 6}\,; \quad i^2 = -1 \tag{1.1}$$

Ở đây ta lấy phần thực : $\overline{\eta}_j(t) = \overline{\eta}_j\ \mathrm{Re}(e^{i\sigma t})$ (1.2)

– Bề mặt thấm nước của vật thể thỏa mãn điều kiện Lyapounov [5] đảm bảo điều kiện chuyển đạo hàm qua dấu tích phân.

– Chất lỏng coi là lý tưởng, không nén được và có độ sâu hữu hạn hoặc vô hạn. Chuyển động của các chất lỏng là có thế, ký hiệu là $\Phi(x, y, z, t)$.

– Quá trình sóng điều hòa là sóng tiến, có biên độ nhỏ, tần số σ.

Biết được thế vận tốc Φ của trường chất lỏng, ta có thể tìm được các đặc trưng thủy động khác của vật thể lắc.

Thế vận tốc của chất lỏng Φ thỏa mãn các điều kiện :

$\Delta\Phi(\bar{x}, \bar{y}, z, t) = 0$ trong miền chất lỏng (1.3)

$\partial\Phi/\partial \bar{z} = 0|_{\bar{z}=-\bar{h}, -\infty}$ ở đáy (1.4)

$\partial^2\Phi/\partial t^2 + g\partial\Phi/\partial \bar{z} = 0|_{\bar{z}=\tilde{\theta}}$ trên bề mặt thoáng $\tilde{\theta}$ (1.5)

$\partial\Phi/\partial\bar{\eta}|_S = \vec{V}\cdot\vec{n}|_S$ trên bề mặt thấm nước của vật thể $S(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = 0$ (1.6)

$\bar{V}$ – vận tốc 1 điểm trên bề mặt thấm nước của vật thể S

$\bar{n}$ – pháp tuyến ngoài với mặt S

Sử dụng giả thiết tuyến tính của bài toán, ta có thể viết hàm thế vận tốc chất lỏng dưới dạng

$$\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = \Phi_K + \Phi_o + \Phi_D = e^{i\sigma t}(\bar{\varphi}^K + \bar{\varphi}_o - \bar{\varphi}_z) \quad (1.7)$$

ở đây $\Phi_o = e^{i\sigma t}\,\bar{\varphi}_o$ – thế vận tốc của sóng tiến điều hòa khi coi không có vật thể

$\Phi_D = \bar{\varphi}_7 e^{i\sigma t}$ – thế vận tốc của hệ sóng phản xạ lại khi gặp vật cản để trong chất lỏng

$\Phi_K = \bar{\varphi}^K e^{i\sigma t}$ – thế vận tốc gây ra khi vật lắc trên mặt nước không có sóng với tần số σ. Lúc này các tính toán của ta tính cho vật thể đứng yên ở vị trí cân bằng.

Bài toán xác định thế vận tốc $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t)$ đưa về tìm các hàm thế vận tốc $\bar{\varphi}^K(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, $\bar{\varphi}_7(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ thỏa mãn các điều kiện [7] :

$\Delta\bar{\varphi}^K = 0$, $\Delta\bar{\varphi}_7 = 0$ trong miền chất lỏng (1.8)

$$\frac{\partial\bar{\varphi}^K}{\partial\bar{z}} - \bar{\nu}\,\bar{\varphi}^K = 0,\ \frac{\partial\bar{\varphi}_7}{\partial\bar{z}} - \bar{\nu}\,\bar{\varphi}_7 = 0\Big|_{\bar{z}=\tilde{\theta}} \text{ trên mặt thoáng } \tilde{\theta} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial\bar{\varphi}^K}{\partial\bar{z}} = 0,\ \frac{\partial\bar{\varphi}_7}{\partial\bar{z}} = 0\Big|_{\bar{z}=-\bar{h};-\infty} \text{ ở đáy} \quad (1.10)$$

$\partial\bar{\varphi}^K/\partial\bar{n}|_S = V\cdot\bar{n}|_S$ trên bề mặt ngập nước S (1.11)

$\partial\bar{\varphi}_7/\partial\bar{n}|_S = -\partial\bar{\varphi}_o/\partial\bar{n}|_S$ của vật thể (coi là cố định) (1.12)

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{\bar{R}\to\infty} \bar{R}\,(\partial\bar{\varphi}^K/\partial\bar{R} + i\bar{\nu}\,\bar{\varphi}^K) = 0 \\ &\lim_{\bar{R}\to\infty} \bar{R}\,(\partial\bar{\varphi}_7/\partial\bar{R} + i\bar{\nu}\,\bar{\varphi}_7) = 0 \\ &\bar{R} = (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^{1/2} \end{aligned}\right\} \text{điều kiện phát xạ ở vô cực} \quad (1.13)$$

ở đây $\bar{\nu} = \sigma^2/g$, g – gia tốc trọng trường

Thế vận tốc sóng tiến điều hòa Φ_o được viết dưới dạng [7] :

$$\Phi_o(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = -\frac{ig\eta_o}{\sigma}\, e^{\bar{\nu}\bar{z} + i[\sigma t - \bar{\nu}(\bar{x}\cos\varepsilon + \bar{y}\sin\varepsilon)]} \quad (1.14)$$

ε – góc hợp bởi trục $\bar{X}$ và phương truyền sóng

η_o – biên độ sóng tới, trong trường hợp nước sâu vô hạn $(\bar{h} = \infty)$

Trong trường hợp nước có độ sâu hữu hạn $\bar{h}$ thế vận tốc có dạng [7]

$$\Phi_o(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t) = -\frac{ig\eta_o}{\sigma}\,\frac{\mathrm{Ch}K(\bar{z}+\bar{h})}{\mathrm{Ch}\,K\bar{h}}\, e^{i[\sigma t - K(\bar{x}\cos\varepsilon + \bar{y}\sin\varepsilon)]} \quad (1.15)$$

ở đây K – số sóng $\qquad K\,\mathrm{th}K\bar{h} = \bar{\nu} = \sigma^2/g$ (1.16)

Tìm được các thế vận tốc $\bar{\varphi}^K$, $\bar{\varphi}_7$ ta dễ dàng xác định được thế vận tốc Φ, qua đó xác định được các đặc trưng thủy động lực khác như áp suất, mômen, lực ngoài tác dụng lên vật thể, các biên độ lắc của vật thể. Ở đây ta xét trường hợp nước có độ sâu vô hạn $(\bar{h} = \infty)$

Từ điều kiện biên tuyến tính trên mặt ngập nước của vật thể, sau khi bỏ qua $e^{i\sigma t}$ ta có thể viết:

$$\partial\bar{\varphi}^K/\partial\bar{n} = i\sigma\{ n_x\bar{\eta}_1 + n_y\bar{\eta}_2 + n_z\bar{\eta}_3 + [\bar{y}n_z - (\bar{z}+\bar{d})\,n_y]\,\bar{\eta}_4 + [(\bar{z}+\bar{d})\,n_x - \bar{x}n_z]\,\bar{\eta}_5 + (\bar{x}n_y - \bar{y}n_x)\,\bar{\eta}_6\} \tag{1.17}$$

η_x, η_y, η_z — các cosin chỉ phương

$\bar{d}$ — khoảng cách từ mặt thoáng tới trọng tâm vật

Với giả thiết tuyến tính của bài toán, ta có thể viết thế vận tốc dưới dạng

$$\bar{\varphi}^K = \sum_{j=1}^{6} \bar{\varphi}_j \tag{1.18}$$

Các thế $\bar{\varphi}_j$ thỏa mãn những điều kiện sau:

$$\Delta\bar{\varphi}_j = 0 \qquad j = \overline{1,6} \qquad \text{trong miền lỏng} \tag{1.19}$$

$$\partial\bar{\varphi}_j/\partial\bar{z} - \bar{\nu}\bar{\varphi}_j = 0\,\Big|_{\bar{z}=0} \qquad \text{trên mặt thoáng} \tag{1.20}$$

$$\partial\bar{\varphi}_j/\partial\bar{z} = 0\,\Big|_{\bar{z}=-\bar{h},-\infty} \qquad \text{ở đáy} \tag{1.21}$$

$$\lim_{\bar{R}\to\infty} \bar{R}(\partial\bar{\varphi}_j/\partial\bar{r} + i\bar{\nu}\bar{\varphi}_j) = 0 \ \text{điều kiện phát xạ ở vô cực} \tag{1-22}$$

Điều kiện trên bề mặt thấm nước của vật thể:

$$\partial\bar{\varphi}_1/\partial\bar{n} = i\sigma n_x\bar{\eta}_1,\ \partial\bar{\varphi}_2/\partial\bar{n} = i\sigma n_y\bar{\eta}_2,\ \partial\bar{\varphi}_3/\partial\bar{n} = i\sigma n_z\bar{\eta}_3,$$
$$\partial\bar{\varphi}_4/\partial\bar{n} = i\sigma\bar{\eta}_4[\bar{y}n_z - (\bar{z}+\bar{d})n_y],\ \partial\bar{\varphi}_5/\partial\bar{n} = i\sigma\bar{\eta}_5\,[(\bar{z}+\bar{d})n_x - \bar{x}n_z],$$
$$\partial\bar{\varphi}_6/\partial\bar{n} = i\sigma\bar{\eta}_6(\bar{x}n_y - \bar{y}n_x). \tag{1-23}$$

Đưa về dạng không thứ nguyên

$x = \bar{x}/L,\ y = \bar{y}/L,\ z = \bar{z}/L,\ h = \bar{h}/L,\ d = \bar{d}/L,$

$\eta_o = \bar{\eta}_o/L,\ \nu = L\sigma^2/g = \bar{\nu}L,\ a = 2\pi L/\lambda_o - \lambda_o$ bước sóng tới,

$R = \bar{R}/L,\ \eta_j = \bar{\eta}_j/L \qquad (j = 1, 2, 3),\ \eta_j = \bar{\eta}_j \qquad (j = 4, 5, 6)$

$\varphi_j = i\sigma\bar{\varphi}_j\,(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})/gL\eta_j, \qquad j = \overline{1,6},$

$\varphi_7 = i\sigma\bar{\varphi}_7\,(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})/gL\eta_o a,$

$$\varphi_o = i\sigma\bar{\varphi}_o(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})/gL\eta_o a. \tag{1-24}$$

L — độ dài đặc trưng của vật thể

Như vậy bài toán xác định thế vận tốc nhiễu Φ của chất lỏng đưa về tìm các thế vận tốc φ_j, $j = \overline{1,7}$ thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\Delta\varphi_j = 0 \ \text{trong miền chất lỏng (có độ sau vô hạn } h = \infty) \tag{1-25}$$

$$\partial\varphi_j/\partial z - \nu\varphi_j = 0\,|_{z=0} \ \text{trên bề mặt thoáng của vật thể} \tag{1-26}$$

$$\partial\varphi_j/\partial n = g_j \ \text{trên bề mặt thấm nước của vật thể} \tag{1-27}$$

$$\lim_{R\to\infty} R\,(\partial\varphi_j/\partial R + i\nu\varphi_j) = 0 \ \text{điều kiện phát xạ ở vô cực} \tag{1-28}$$

ở đây:

$$g_1 = n_x,\ g_2 = n_y,\ g_3 = n_z,\ g_4 = yn_z - (z+d)n_y,$$
$$g_5 = (z+d)n_z - xn_z,\ g_6 = xn_y - yn_x,\ g_7 = -\partial\varphi_o/\partial n \tag{1-29}$$

Áp suất của chất lỏng lên bề mặt vật thể theo dạng tuyến tính của tích phân Bernoulli viết dưới dạng

$$P = P^K + P_D = -\rho\partial\Phi/\partial t = -\rho\partial(\Phi_K + \Phi_o + \Phi_D)/\partial t \qquad (1\text{-}30)$$

Theo giả thiết tuyến tính của bài toán, ta có thể viết:

$$P^K = \sum_{j=1}^{6} P_j = \sum_{j=1}^{6} \mathrm{Re}\,[-i\sigma\rho\overline{\varphi_j}e^{i\sigma t}] \qquad (1\text{-}31)$$

Cho trường hợp tương tác giữa sóng và vật thể (vật thể coi đứng yên) thì

$$P_D = \mathrm{Re}[-i\sigma\rho(\overline{\varphi_o} + \overline{\varphi_7})e^{i\sigma t}] \qquad (1\text{-}32)$$

Khi đưa về dạng không thứ nguyên, áp suất của chất lỏng viết dưới dạng

$$P_j = -\rho gL\eta_j\nu\mathrm{Re}\,[\varphi_j(x, y, z)e^{i\sigma t}], \qquad j = \overline{1, 6} \qquad (1\text{-}33)$$

$$P_D = -\rho gL\eta_o\mathrm{Re}[(\varphi_o - a\varphi_7)e^{i\sigma t}] \qquad (1\text{-}34)$$

§2. PHƯƠNG PHÁP ĐIỂM NGUỒN

Để xác định thế vận tốc φ_j $(j = \overline{1, 7})$ ta sử dụng phương pháp biểu diễn hàm điều hòa qua hàm nguồn Green cường độ 1 đơn vị. Thay mỗi điểm (ξ, η, ζ) trên bề mặt thấm nước của vật thể bằng một nguồn có cường độ $f(\xi, \eta, \zeta)$, như vậy thế vận tốc tại điểm (x, y, z) của chất lỏng được biểu diễn dưới dạng [2, 7]

$$\varphi_j(x, y, z) = \frac{1}{4\pi}\iint_S f_j(\xi, \eta, \zeta)\, G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)\,d\overline{s} \qquad (2\text{-}1)$$

Ở đây (ξ, η, ζ) là một điểm trên S, G — hàm nguồn Green cường độ 1 đơn vị $d\overline{s} = ds/L^2$

Để xác định cường độ $f_j(\xi, \eta, \zeta)$ tại mỗi điểm trên bề mặt S ta cho điểm (x, y, z) tiến dần tới mặt S. sử dụng điều kiện biên (1-27) trên bề mặt vật thể và điều kiện đứt đoạn của đạo hàm pháp tuyến trên biên [5] với giả thiết mặt S thỏa mãn điều kiện Lyapounov, ta thu nhận được phương trình tích phân Fredolmz loại 2:

$$-f_j(x, y, z) + \frac{1}{2\pi}\iint_S f_j(\xi, \eta, \zeta)\frac{\partial G}{\partial n}(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)ds = 2g_j(x, y, z), \quad j = \overline{1, 7} \qquad (2\text{-}2)$$

ở đây (x, y, z) và (ξ, η, ζ) là các điểm trên bề mặt S. Trường hợp đặc biệt $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \zeta$ xét trong các công thức của Garisson [2, 3].

Khi xác định được cường độ điểm nguồn $f_j(x, y, z)$ trên bề mặt thấm nước của vật thể, qua công thức (2-1) ta xác định giá trị các thế vận tốc $\varphi_j(j = \overline{1, 7})$ và qua đó xác định lực ngoài tác dụng lên vật thể qua tích phân Bernoulli (1-30), (1-33), (1-34).

§3. BIỂU DIỄN QUA HÀM NGUỒN

Hàm nguồn $G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta)$ cường độ 1 đơn vị thỏa mãn các điều kiện (δ — kí hiệu hàm Dirac)

$$\Delta G = 4\pi\delta[(x - \xi)(y - \eta)(z - \zeta)] \quad \text{trong miền chất lỏng} \qquad (3\text{-}1)$$

$$\partial G/\partial z - \nu G = 0\,|_{z=0} \quad \text{trên mặt thoáng} \qquad (3\text{-}2)$$

$$\lim_{R \to \infty} R\,(\partial G/\partial R + i\nu G) = 0 \qquad \text{điều kiện phát xạ ở vô cùng} \tag{3-3}$$

với nước ở độ sâu vô hạn, được biểu diễn dưới dạng [7]

$$G = \frac{1}{r} + G^* = \frac{1}{r} + \frac{1}{2\pi}\,\mathrm{P.V}\int_0^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\lambda+\nu}{\lambda-\nu}\exp\{\lambda[z+\zeta - i(x-\xi)\cos\theta -$$

$$- i(y-\eta)\sin\theta]\}d\lambda d\theta \tag{3-4}$$

ở đây p. v biểu diễn tích phân theo giá trị chính (qua điểm đặc biệt $\lambda = \nu$)

$$r = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{1/2}$$

$$\partial G/\partial n = n_x\partial G/\partial x + n_y\partial G/\partial y + n_z\partial G/\partial z \tag{3-5}$$

Xác định G rất phức tạp, khác với Garisson ta cố gắng đưa biểu thức của hàm G về dạng đơn giản hơn để có thể tính bằng số được dễ dàng. Nhờ áp dụng các công thức tương tự như của Frank W. [4] ta tìm được tích phân theo giá trị chính p. v của biến λ

Kí hiệu $\quad z + \zeta = -B\ (B > 0),\ (x-\xi)\cos\theta + (y-\eta)\sin\theta = C \qquad (3\text{-}6)$

Tách phần thực và ảo của G : $G = G^1 + iG^2$

Qua một loạt các phép biến đổi và tính toán theo các công thức chọn trong [6] và tích phân đặc biệt p.v $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda(B+iC)}}{1-\nu}d\lambda$ được biểu diễn qua [4]. Ta nhận được

$$\frac{\partial G^*}{\partial x} = \int_{-\pi}^{\pi}\Big\{\Big[\frac{2\nu C}{B^2+C^2} + \frac{2BC}{(B^2+C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\sin(\nu C) - S^2\cos(\nu C))\Big] -$$

$$- i\Big[\frac{2\nu B}{B^2+C^2} + \frac{B^2-C^2}{(B^2+C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\cos(\nu C) + S^2\sin(\nu C))\Big]\Big\}\cos\theta d\theta.$$

$$\frac{\partial G^*}{\partial y} = \int_{-\pi}^{\pi}\Big\{\Big[\frac{2\nu C}{B^2+C^2} + \frac{2BC}{(B^2+C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\sin(\nu C) - S^2\cos(\nu C))\Big] -$$

$$- i\Big[\frac{2\nu B}{B^2+C^2} + \frac{B^2-C^2}{(B^2+C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\cos(\nu C) + S^2\sin(\nu C))\Big]\Big\}\sin\theta\, d\theta,$$

$$\frac{\partial G^*}{\partial z} = -\int_{-\pi}^{\pi}\Big\{\Big[\frac{2\nu B}{B^2+C^2} + \frac{B^2-C^2}{(B^2-C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\cos(\nu C) + S^2\sin(\nu C))\Big] +$$

$$+ i\Big[\frac{2\nu C}{B^2+C^2} + \frac{2BC}{(B^2+C^2)^2} - 2\nu^2 e^{-\nu B}(S^1\sin(\nu C) - S^2\cos(\nu C))\Big]\Big\}d\theta \tag{3-7}$$

ở đây $\qquad S^1 = \gamma + \ln\chi + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\chi^n\cos(n\theta)}{n \cdot n!}$

$$S^2 = \theta - \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi^n \sin(n\theta)}{n \cdot n!} \tag{3.8}$$

γ = 0,57721 — số Euler, $\chi = \nu(B^2 + C^2)^{1/2}$, $\theta = \mathrm{arctg}\,(C/B)$

Tương tự đối với G^* ta có

$$G^* = \frac{1}{8\pi^2}\left\{\left[\int_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{B}{B^2 + C^2} - 2\nu e^{-B\nu}(S^1\cos(\nu c) + S^2\sin(\nu c))\right)d\theta\right] + \right.$$

$$\left. + i\left[\int_{-\pi}^{\pi}\left(\frac{B}{B^2 + C^2} - 2\nu e^{-B\nu}(S^1\sin(\nu c) - S^2\cos(\nu c))\right)d\theta\right]\right\} \tag{3.9}$$

§ 4. PHƯƠNG PHÁP SỐ GIẢI BÀI TOÁN

Sử dụng các công thức (3.7) và (3.9) ta có thể tìm các giá trị cường độ nguồn f_j và thế vận tốc φ_j qua các công thức (2.1) và (2.2). Chia bề mặt ngập nước S của vật thể thành N phần $(\Delta S)_n$ với diện tích mỗi mảnh ΔS_n $(n = \overline{1, N})$. Giá trị f_j tại mỗi phần tử coi như không đổi và các đại lượng khác chọn ở tâm các phần tử. Việc giải phương trình tích phân (2.2) đưa về giải hệ phương trình đại số (4.1)

$$-f_{jm} + \sum_{n=1}^{N} \alpha_{mn} f_{jn} = 2g_{jm} \tag{4.1}$$

$$\varphi_{jm} = \sum_{n=1}^{N} \beta_{mn} f_{jn} \qquad j = \overline{1, 7}\,;\; m = \overline{1, N} \tag{4.2}$$

ở đây f_{jm}, φ_{jm} — Giá trị của f_j và φ_j $(j = \overline{1,\ })$ tại phần tử m ΔS_m $(m = \overline{1, N})$

$$\alpha_{mn} = \frac{1}{2\pi}\iint_{\Delta S_n} \frac{\partial G}{\partial n}(x_m, y_m, z_m, x_n, y_n, z_n)ds \tag{4.3}$$

$$\beta_{mn} = \frac{1}{4\pi}\iint_{\Delta S_n} G(x_m, y_m, z_m, x_n, y_n, z_n)ds \tag{4.4}$$

Trong trường hợp đặc biệt khi $r = 0$ (hay là $m = n$) ta chọn theo Garisson C. J. [3]

$$\iint_{\Delta S_n} \{\partial(1/r)/\partial n\}\, d\Delta S_n = -2\pi \tag{4.5}$$

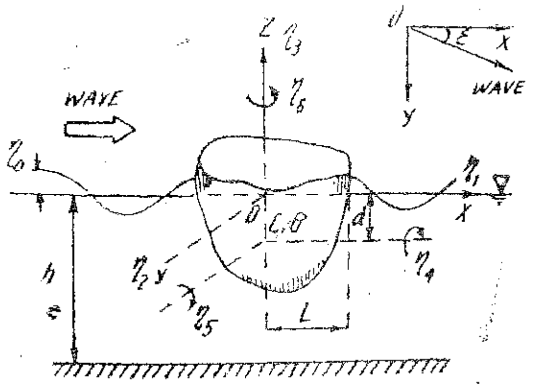
Với dạng phần tử chữ nhật thì

$$\iint_{\Delta S_n} \frac{1}{r}\, d\Delta S_n = 2\left(\frac{\Delta S_n}{b_n}\right)^2 \left\{\ln(b_n + (b_n^2 + 1)^{1/2} + b_n \ln\left(\frac{1 + (1 + b_n)^{1/2}}{b_n}\right)\right\} \tag{4.6}$$

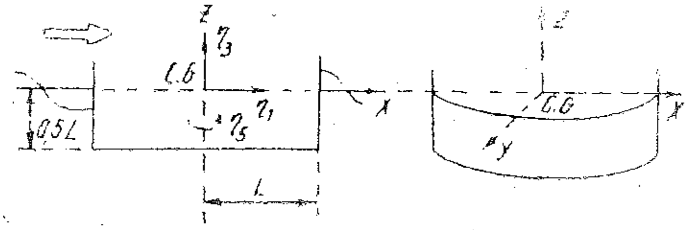
Bảng 1

$\sigma^2 L/g$	A_{11}	A_{33}	B_{11}	B_{33}
0.015	0.721	2.725	0.008	0.001
0.182	0.813	2.513	0.143	1.093
0.532	0.856	2.061	0.256	1.425
1.063	0.848	1.656	0.541	0.841
1.776	0.483	1.494	0.763	0.426
2.672	0.122	1.471	0.622	0.098

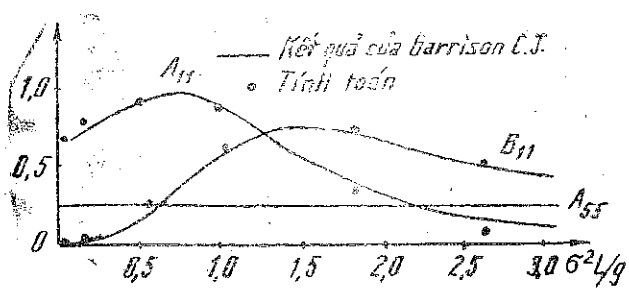
Kết quả tính toán cho hình trụ tròn nổi với L = 10 (m), g = 9.81 (m/s²)



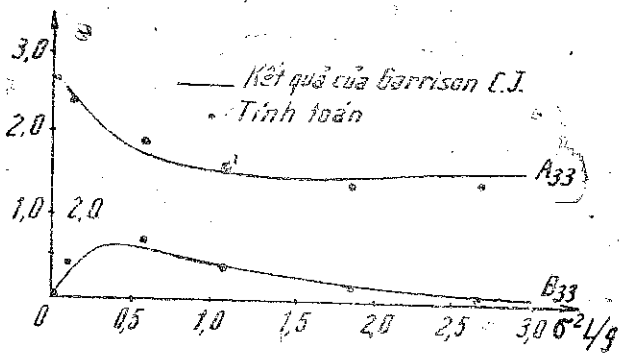
Hình 1



Hình 2



Hình 3. Các hệ số A_{11}, B_{11} và A_{55} với $h = \infty$, $\varepsilon = 0$



Hình 4. Các hệ số A_{33} và B_{33} với $h = \infty$, $\varepsilon = 0$

ở đây b_n — tỉ số giữa chiều rộng và dài của phần tử chữ nhật.

§ 5. LỰC LẮC THỦY ĐỘNG VÀ MÔMEN

Lực lắc thủy động và mômen do chúng gây ra được xác định bằng cách lấy tích phân áp suất chất lỏng theo toàn phần ngập nước của vật thể (coi như phần ngập nước của vật thể không đổi)

Như vậy là

$$F_{ij}(t) = -(1 \text{ hoặc } L) \iint_S P_j g_i ds \quad i, j = \overline{1, 6} \qquad (5.1)$$

F_{ij} biểu diễn thành phần thứ i của lực (mômen) gây ra bởi tác động chuyển động kiểu j của vật thể.

Đặt

$$C_{ij} = -\iint\limits_S \varphi_i(x, y, z)\, g_i(x, y, z) ds \qquad i, j = \overline{1, 6} \tag{5.2}$$

Tách phần thực và ảo

$$C_{ij} = A_{ij} + KB_{ij}, \quad K^2 = -1 \tag{5.3}$$

ta thấy A_{ij} và B_{ij} đóng vai trò hệ số khối lượng kèm thêm và hệ số giảm rung. Ở đây $A_{ij} = A_{ji}$, $B_{ij} = B_{ji}$ vì vậy chỉ có 21 hệ số độc lập

§6. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN

Bộ chương trình OSCILLA xây dựng viết trên ngôn ngữ FORTRAN — IV được áp dụng tính toán cho một hình trụ tròn nổi. Các kích thước và đặc trưng của hình trụ được biểu diễn trên hình 2 với d = 0. Hướng lan truyền của sóng trùng với trục x($\varepsilon = 0$). Hình trụ được chia thành 28 phần tử. Trong các hình 3, 4 biểu diễn những giá trị của các hệ số khối lượng kèm, hệ số giảm chấn A_{11}, A_{33}, A_{55}, B_{11}, B_{33} theo hướng x, z và trường hợp quay quanh trục y (pitch) cho hình trụ tròn nổi với những giá trị của tần số khác nhau $\sigma^2 L/g$. Hệ số A_{55} hầu như không phụ thuộc vào tần số lắc và gần bằng 0,2, B_{55} hầu như bằng 0, còn $A_{66} = B_{66} = 0$ trong tính toán. Kết quả tính toán của bộ chương trình gần với các kết quả của Garisson C J. cũng cho hình trụ tròn nói trên [2, 3]. Sai số lớn nhất không vượt quá 20%. Bảng 1 là các giá trị tính toán có so sánh với những kết quả của Garisson C. J.

Địa chỉ
Viện Cơ viện KHVN

Nhận ngày 27-4-1987

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. GARISSON C. J. Dynamic Response of Floating Bodies. « 6th Annual Offshore Technology Conference » Houston Texas. Vol. 2, 1974.

2. GARISSON C. J. Hydrodynamic of large Objects in the Sea. AIAA. Journal of Hydronauties.
Part I : Hydrodynamic Analysis. №1, Vol. 8, 1974.
Part II : Motion of Floating Bodies. №2, Vol. 9, 1975.

3. GARISSON C. J. Motion of a Floating Bodies. « Numerical Method in Offshore Engeneering ». Edition by Zienkewitz 1978.

4. FRANK W. Oscillations of cylinders in or below the free surface of deep fluids. Report of D. C. NSRDC. Washington 1867.

5. ТИХОНОВ А.А., САМАРСКИЙ Уравнение математической физики. Наука, М, 1974.

6. ДВАЙ Д. Т. Таблицы интегралов и другие математические формулы.

7. ХАСКИНД М. Д. Гидродинамическая теория качки корабля. Судостроение, Л., 1974.

RESUME

LES OSCILLATIONS D'UN CORPS FLOTTANT

D'un des problème les plus étudié concerse la prévision des oscillations d'un corps flottant engendreés par la houle réguliére. Dans cet article l'auteur détermine les caractères hydrodynamiques du corps flottant, en utilisant la théorie de distribution des sources tridimentionnelles. Le potentiel de la houle incidente et sept potentiels sont soumis à une condition de rayonnement. Une forme simple de la fonction de Green se trouve dans le cas des fluides d'une profondeur infinite. Cette méthode de calcul numérique est compareé et illustreé à l'aide d'un exemple du cylindre flottant.