

VỀ DAO ĐỘNG CỦA CƠ CẤU CAM CÓ CẦN ĐÀN HỒI

NGUYỄN VĂN KHANG, VŨ VĂN KHIÊM

1. MỞ ĐẦU

Để tính toán dao động cơ cấu cam người ta thường sử dụng mô hình hệ các vật rắn nối ghép với nhau bằng các lò xo đàn hồi không khối lượng [1 - 6]. Trong [7] đã xét bài toán xác định các tần số riêng của cơ cấu cam, trong đó cần được xem là một thanh đàn hồi thực hiện dao động dọc

Trong công trình này xét vấn đề tính toán dao động của cơ cấu cam với mô hình cam là vật rắn tuyệt đối, cần là thanh đàn hồi, giữa động cơ và cơ cấu được nối bằng phần tử đàn hồi.

2. THIẾT LẬP CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG

Xét mô hình dao động của cơ cấu cam như hình 1. Trong đó cam là vật rắn tuyệt đối, cần dây là thanh đàn hồi đồng chất có thiết diện không đổi. Giữa động cơ và cơ cấu được nối bằng các phần tử đàn hồi không trọng lượng.

Mô hình trên là một cấu trúc động lực học. Ta tách cấu trúc này thành các cấu trúc con sao cho với mỗi cấu trúc đó ta có thể dễ dàng thiết lập các phương trình vi phân chuyển động của nó. Đối với cấu trúc động lực học như hình 1, ta phân thành hai cấu trúc con như hình 2.

Sử dụng phương trình Lagrange loại 2 thiết lập phương trình vi phân dao động xoắn cho cấu trúc con 2a. Biểu thức động năng và thế năng của cấu trúc con 2a có dạng:

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\varphi}_0^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2, \quad \pi = \frac{1}{2} c_1 (\varphi_1 - \varphi_0)^2.$$

Thế vào phương trình Lagrange loại 2 [8]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \pi}{\partial q_i} + Q_i^*$$

ta được:

$$J_0 \ddot{\varphi}_0 + c_1 \varphi_0 - c_1 \varphi_1 = Q_1^*, \quad (2.1)$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 - c_1 \varphi_0 + c_1 \varphi_1 = Q_2^*, \quad (2.2)$$

trong đó Q_1^* , Q_2^* là các lực suy rộng, ứng với các lực không thế. Bằng phương pháp di chuyển khả dĩ, ta dễ dàng xác định được:

$$Q_1^* = M + b_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0), \quad Q_2^* = -ZU'(\varphi_1) - b_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0).$$

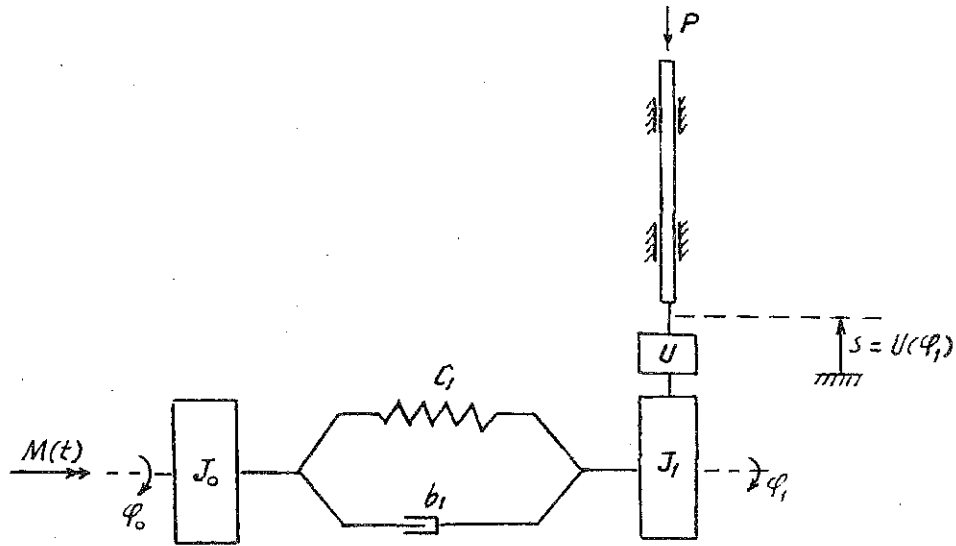
Các phương trình (2.1), (2.2) bây giờ có dạng

$$J_0\ddot{\varphi}_0 + b_1\dot{\varphi}_0 - b_1\dot{\varphi}_1 + c_1\varphi_0 - c_1\varphi_1 = M(t), \quad (2.3)$$

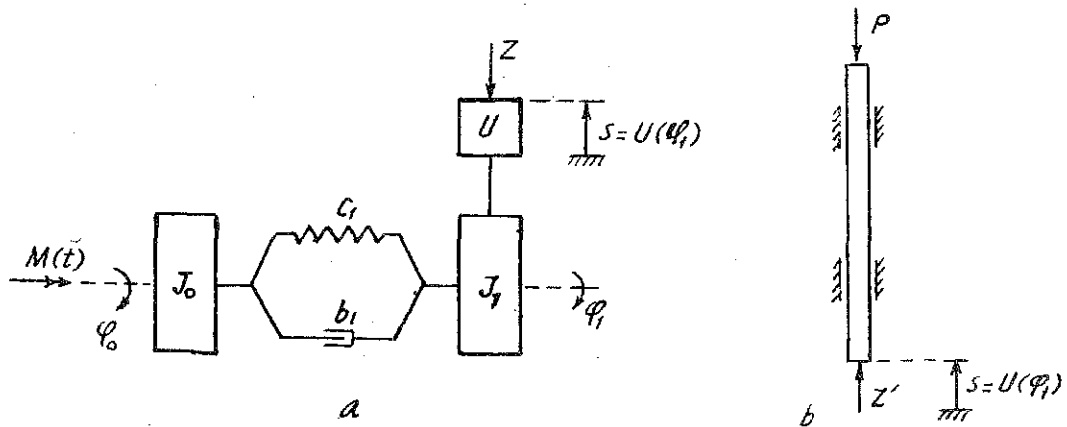
$$J_1\ddot{\varphi}_1 - b_1\dot{\varphi}_0 + b_1\dot{\varphi}_1 - c_1\varphi_0 + c_1\varphi_1 = ZU'(\varphi_1). \quad (2.4)$$

Xét trường hợp chuyển động bình ổn. Khi đó $\varphi_0 = \Omega t$ ($\Omega = \text{const}$). Do tính đàn hồi của trục dẫn, góc φ_1 sai khác góc φ_0 một lượng nhỏ:

$$\varphi_1 = \varphi_0 + q = \Omega t + q. \quad (2.5)$$



Hình 1



Hình 2

Từ (2.5) suy ra

$$\dot{\varphi}_1 = \Omega + \dot{q}, \quad \ddot{\varphi}_1 = \ddot{q}. \quad (2.6)$$

Thế các biểu thức (2.5), (2.6) vào phương trình (2.4) ta có:

$$J_1 \ddot{q} + b_1 \dot{q} + c_1 q = -ZU'(\Omega t + q) \quad (2.7)$$

Áp dụng khai triển Taylor

$$U'(\Omega t + q) = U'(\Omega t) + U''(\Omega t)q + \dots$$

và sử dụng kí hiệu

$$\bar{U}' = U'(\Omega t), \quad \bar{U}'' = U''(\Omega t), \dots$$

Phương trình (2.7) có dạng:

$$J_1 \ddot{q} + b_1 \dot{q} + (c_1 + \bar{U}'' Z)q = -\bar{U}' Z. \quad (2.8)$$

Trong đó lực ràng buộc Z chưa xác định.

Nếu từ phương trình (2.8) tính được $q(t)$, thì thế đại lượng này vào phương trình (2.3) ta xác định được biểu thức mô men khâu dẫn cần thiết để cho $\Omega = \text{const}$:

$$M(t) = -c_1 q - b_1 \dot{q}$$

Bây giờ chuyển sang xác định phương trình vi phân dao động dọc của cấu trúc con 2b. Gọi u là dịch chuyển dọc tương đối của thanh. Áp dụng nguyên lý d' Alembert ta có phương trình dao động dọc [9]:

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{d^2 s}{dt^2} \quad (2.9)$$

Trong đó $c^2 = E/\rho$, với E là mô đun đàn hồi, ρ là khối lượng riêng.

Các điều kiện biên của mô hình 2b có dạng:

$$u(0, t) = 0, \quad (2.10)$$

$$EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l} = -P. \quad (2.11)$$

Trong đó F là diện tích thiết diện thanh. Ở đây ta đã giả thiết rằng E , F và ρ đều là các đại lượng không đổi.

Chú ý rằng:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = U'(\varphi_1) \dot{\varphi}_1, \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = U''(\varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 + U'(\varphi_1) \ddot{\varphi}_1.$$

Ở chế độ chuyển động bình ổn ta có:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 s}{dt^2} &= U''(\Omega t + q)(\Omega + \dot{q})^2 + U'(\Omega t + q) \ddot{q} \approx \\ &\approx (\bar{U}'' + \bar{U}''' q)(\Omega^2 + 2\Omega \dot{q} + \dot{q}^2) + (\bar{U}' + \bar{U}'' q) \ddot{q} \approx \\ &\approx \Omega^2 \bar{U}'' + \Omega^2 \bar{U}''' q + 2\Omega \bar{U}'' \dot{q} + \bar{U}' \ddot{q}. \end{aligned}$$

Thế vào phương trình (2.9) ta được:

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Omega^2 \bar{U}'' + \Omega^2 \bar{U}''' q + 2\Omega \bar{U}'' \dot{q} + \bar{U}' \ddot{q}. \quad (2.12)$$

Chú ý đến điều kiện bằng nhau về dịch chuyển và điều kiện cân bằng tương hỗ về lực ở điểm tách các cấu trúc con ta có điều kiện ghép nối:

$$u(0, t) = 0, \quad (2.13)$$

$$EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = -Z. \quad (2.14)$$

Điều kiện (2.13) trùng với điều kiện biên (2.10). Vậy ta chỉ cần quan tâm đến điều kiện ghép nối (2.14) mà thôi.

Theo trên, ta nhận được hệ phương trình mô tả dao động của cơ cấu cam có cần đàn hồi gồm phương trình vi phân thường (2.8), phương trình đạo hàm riêng (2.12) với các điều kiện biên (2.10), (2.11) và điều kiện ghép nối (2.14).

3. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Để giải hệ phương trình hỗn hợp (2.8) và (2.12) ta sử dụng phương pháp lặp theo sơ đồ sau: Ở bước lặp thứ i ta giải hệ hỗn hợp:

$$c^2 \frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial t^2} = \Omega^2 \bar{U}'' + \Omega^2 \bar{U}''' q^{(i-1)} + 2\Omega \bar{U}'' \dot{q}^{(i-1)} + \bar{U}' \ddot{q}^{(i-1)}, \quad (3.1)$$

$$u^{(i)}(0, t) = 0, \quad (3.2)$$

$$EF \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=l} = -P, \quad (3.3)$$

$$Z^{(i)} = -EF \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (3.4)$$

$$J_1 \ddot{q}^{(i)} + b_1 \dot{q}^{(i)} + (c_1 + Z^{(i)} \bar{U}'') q^{(i)} = -Z^{(i)} \bar{U}' \quad (3.5)$$

($i = 1, 2, 3, \dots$)

Trong đó ta chọn $q^{(0)} = 0$, $\dot{q}^{(0)} = 0$, $\ddot{q}^{(0)} = 0$ làm các xấp xỉ đầu tiên. Về ý nghĩa vật lý, điều đó có nghĩa là xem ảnh hưởng của tính đàn hồi của trục là nhỏ.

Đối với các cơ cấu tuần hoàn, $U(\varphi_1)$ là hàm tuần hoàn của φ_1 . Do đó $\bar{U}(\Omega t)$, $\bar{U}'(\Omega t)$, ... là các hàm tuần hoàn của t với chu kỳ $T = 2\pi/\Omega$. Ngoài ra, để xác định, ở bài báo này ta xét trường hợp $P = P_0 = \text{const}$. Khi đó điều kiện (3.3) có dạng:

$$\left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=l} = -\frac{P_0}{EF}$$

Như thế ở mỗi quá trình lặp, đầu tiên ta tìm nghiệm của phương trình đạo hàm riêng:

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f(\Omega t) \quad (3.6)$$

với các điều kiện biên:

$$u(0, t) = 0, \quad (3.7)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l} = -\frac{P_0}{EF}. \quad (3.8)$$

Trong đó $f(\Omega t)$ là hàm tuần hoàn của t , chu kỳ $T = 2\pi/\Omega$, và trong khai triển Fourier của nó không chứa thành phần hằng số.

Giả sử $f(\Omega t)$ có dạng:

$$f(\Omega t) = \sum_{k=1}^K (f_k \cos k\Omega t + F_k \sin k\Omega t) \quad (3.9)$$

Ta tìm nghiệm của phương trình (3.6) dưới dạng:

$$u(x, t) = X_0(x) + \sum_{k=1}^K X_k(x)(a_k \cos k\Omega t + A_k \sin k\Omega t) \quad (3.10)$$

Từ (3.10) ta có:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X_0''(x) + \sum_{k=1}^K X_k''(x)(a_k \cos k\Omega t + A_k \sin k\Omega t) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \sum_{k=1}^K k^2 \Omega^2 X_k(x)(a_k \cos k\Omega t + A_k \sin k\Omega t) \quad (3.12)$$

Thế các biểu thức (3.9), (3.11), (3.12) vào phương trình (3.6) ta nhận được:

$$c^2 X_0'' + \sum_{k=1}^K (c^2 X_k'' + k^2 \Omega^2 X_k)(a_k \cos k\Omega t + A_k \sin k\Omega t) = \sum_{k=1}^K (f_k \cos k\Omega t + F_k \sin k\Omega t)$$

So sánh hệ số các hàm điều hòa ta suy ra:

$$c^2 X_0'' = 0, \quad (3.13)$$

$$(c^2 X_k'' + k^2 \Omega^2 X_k) a_k = f_k, \quad (3.14)$$

$$(c^2 X_k'' + k^2 \Omega^2 X_k) A_k = F_k. \quad (3.15)$$

Nghiệm của phương trình (3.13) là:

$$X_0(x) = d_0 + D_0 x. \quad (3.16)$$

Các phương trình (3.14) và (3.15) dẫn đến:

$$c^2 X_k'' + k^2 \Omega^2 X_k = \frac{f_k}{a_k} = \frac{F_k}{A_k}. \quad (3.17)$$

Nếu đặt:

$$\gamma_k = \frac{f_k}{a_k} = \frac{F_k}{A_k} \quad (3.18)$$

Thì phương trình (3.17) có dạng:

$$c^2 X_k'' + k^2 \Omega^2 X_k = \gamma_k$$

và dễ dàng xác định được nghiệm:

$$X_k(x) = \gamma_k \left[d_k \cos \frac{k\Omega}{c} x + D_k \sin \frac{k\Omega}{c} x + \frac{1}{k^2 \Omega^2} \right]. \quad (3.19)$$

Thế các biểu thức (3.16) và (3.19) vào biểu thức nghiệm (3.10) và lưu ý đến (3.18) ta được:

$$u(x, t) = d_0 + D_0 x + \sum_{k=1}^K \left(d_k \cos \frac{k\Omega}{c} x + D_k \sin \frac{k\Omega}{c} x + \frac{1}{k^2 \Omega^2} \right) (f_k \cos k\Omega t + F_k \sin k\Omega t). \quad (3.20)$$

Các hằng số $d_0, D_0, d_k, D_k (k = 1, \dots, K)$ được xác định từ các điều kiện biên (3.7), (3.8).

Từ điều kiện biên (3.7) ta tính được:

$$d_0 = 0, \quad d_k = -\frac{1}{k^2 \Omega^2} \quad (k = 1, \dots, K). \quad (3.21)$$

Từ điều kiện (3.8) ta có:

$$D_0 = -\frac{P_0}{EF}, \quad D_k = -\frac{1}{k^2 \Omega^2} \operatorname{tg} \frac{k\Omega}{c} \ell \quad (k = 1, \dots, K). \quad (3.22)$$

Thế (3.21), (3.22) vào biểu thức (3.20) ta có:

$$u(x, t) = -\frac{P_0}{EF} x + \sum_{k=1}^K \frac{1}{k^2 \Omega^2} \left(1 - \cos \frac{k\Omega}{c} x - \operatorname{tg} \frac{k\Omega}{c} \ell \cdot \sin \frac{k\Omega}{c} x \right) T_k(\Omega t). \quad (3.23)$$

Trong đó:

$$T_k(\Omega t) = f_k \cos k\Omega t + F_k \sin k\Omega t$$

Từ biểu thức (3.23) ta dễ dàng tính được biểu thức lực ràng buộc:

$$Z = -EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = -P_0 - \frac{EF}{c\Omega} \sum_{k=1}^K \frac{1}{k} \operatorname{tg} \frac{k\Omega}{c} \ell \cdot T_k(\Omega t)$$

Sau đó ta chuyển sang tìm nghiệm tuần hoàn của phương trình (3.5). Từ phương trình (3.5) ta suy ra trong giai đoạn hai của mỗi bước lặp, ta phải giải phương trình vi phân thường hệ số tuần hoàn:

$$\ddot{q} + b\dot{q} + c(\Omega t)q = h(\Omega t). \quad (3.24)$$

Để tính nghiệm tuần hoàn của phương trình (3.24) ta có thể sử dụng phương pháp số [4, 5]. Trong một số trường hợp đặc biệt, ta cũng có thể sử dụng phương pháp tham số bé để xác định các điều kiện ổn định và nghiệm tuần hoàn của phương trình (3.24) [10,11,12]. Trong thí dụ dưới đây chúng ta sẽ sử dụng phương pháp tham số bé để tính toán.

4. THÍ DỤ

Để làm ví dụ minh họa, ta xét trường hợp hàm truyền của cơ cấu có dạng đơn giản:

$$U(\varphi) = a + b \cos \varphi$$

với a, b là hằng số và $a > |b|$.

Chú ý rằng $\varphi = \Omega t + q$, Ta dễ dàng tính được:

$$\bar{U} = a + b \cos \Omega t, \quad \bar{U}' = -b \sin \Omega t, \quad \bar{U}'' = -b \cos \Omega t, \quad \bar{U}''' = b \sin \Omega t.$$

Các phương trình (3.1), (3.2), (3.3) bây giờ có dạng:

$$c^2 \frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial t^2} = -\Omega^2 b \cos \Omega t + \Omega^2 b \sin \Omega t \cdot q^{(i-1)} - 2\Omega b \cos \Omega t \cdot \dot{q}^{(i-1)} - b \sin \Omega t \cdot \ddot{q}^{(i-1)}, \quad (4.1)$$

$$u^{(i)}(0, \Omega t) = 0, \quad (4.2)$$

$$\left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=l} = -\frac{P_0}{EF}. \quad (4.3)$$

Các phương trình (3.4), (3.5) dẫn đến phương trình

$$J_1 \ddot{q}^{(i)} + b_1 \dot{q}^{(i)} + \left[c_1 + EFb \cos \Omega t \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=0} \right] q^{(i)} = -EFb \sin \Omega t \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=0}. \quad (4.4)$$

Đối với các cơ cấu thực, các đại lượng J_1 , c_1 thường khá lớn. Do đó, ta có thể đưa vào các tham số

$$\omega^2 = \frac{c_1}{J_1}, \quad \varepsilon \eta = \frac{b_1}{J_1}, \quad \varepsilon d = \frac{b}{J_1}. \quad (4.5)$$

Phương trình (4.4) có dạng:

$$\ddot{q}^{(i)} + \varepsilon \eta \dot{q}^{(i)} + \left[\omega^2 + \varepsilon EFd \cos \Omega t \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=0} \right] q^{(i)} = -\varepsilon EFd \sin \Omega t \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} \right)_{x=0}. \quad (4.6)$$

Áp dụng phương pháp lặp trình bày trong mục 3. để giải các phương trình (4.1) và (4.6).

Ở bước lặp thứ nhất, ta lấy $q^{(0)} = \dot{q}^{(0)} = \ddot{q}^{(0)} = 0$. Khi đó phương trình (4.1) có dạng

$$c^2 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} = -\Omega^2 b \cos \Omega t$$

Ở phương trình này, hàm $f(\Omega t) = -\Omega^2 b \cos \Omega t$. Do đó biểu thức nghiệm (3.23) có dạng:

$$u^{(1)}(x, t) = -\frac{P_0}{EF} x - b \left(1 - \cos \frac{\Omega}{c} x - \operatorname{tg} \frac{\Omega}{c} \ell \cdot \sin \frac{\Omega}{c} x \right) \cos \Omega t. \quad (4.7)$$

Từ (4.7) suy ra:

$$EF \left(\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} \right)_{x=0} = -P_0 + EF \frac{\Omega}{c} b \operatorname{tg} \frac{\Omega}{c} \ell \cdot \cos \Omega t. \quad (4.8)$$

Thế (4.8) vào phương trình (4.6) ta được:

$$\ddot{q}^{(1)} + \varepsilon \eta \dot{q}^{(1)} + \left[\omega^2 + \varepsilon g(\Omega t) \right] q^{(1)} = \varepsilon h(\Omega t) \quad (4.9)$$

Trong đó:

$$q(\Omega t) = g_0 + 2g_1 \cos \Omega t + 2g_2 \cos 2\Omega t, \quad h(\Omega t) = H_1 \sin \Omega t + H_2 \sin 2\Omega t \quad (4.10)$$

và

$$g_0 = \xi, \quad 2g_1 = -dP_0, \quad 2g_2 = \xi, \quad H_1 = dP_0, \quad H_2 = -\xi \quad (4.11)$$

với

$$\xi = \frac{1}{2c} EF \Omega d b \operatorname{tg} \frac{\Omega}{c} \ell.$$

Ở vùng xa cộng hưởng, nghiệm của phương trình (4.9) ổn định và ta dễ dàng tìm được:

$$q^{(1)} = \varepsilon \left[\frac{dP_0}{\omega^2 - \Omega^2} \sin \Omega t - \frac{\xi}{\omega^2 - 4\Omega^2} \sin 2\Omega t \right]. \quad (4.12)$$

Ở vùng gần cộng hưởng, theo [10, 11, 12], để có thể tìm hết các khả năng cộng hưởng ta đổi biến $\tau = \Omega t/m$ trong đó m là số tự nhiên.

Và đặt

$$\Lambda = m^2 \left(\frac{\omega^2}{\Omega^2} + \varepsilon \alpha \right)$$

Khi đó (4.9) có dạng:

$$\frac{d^2 q^{(1)}}{d\tau^2} + \Lambda q^{(1)} + \varepsilon \frac{m^2}{\Omega^2} [-\alpha \Omega^2 + g(m\tau)] q^{(1)} + \varepsilon \eta \frac{m}{\Omega} \frac{dq^{(1)}}{d\tau} = \varepsilon \frac{m^2}{\Omega^2} h(m\tau). \quad (4.13)$$

Cộng hưởng xảy ra khi

$$\Lambda = n^2 \iff \frac{\omega^2}{\Omega^2} + \varepsilon \alpha = \frac{n^2}{m^2}, \quad (4.14)$$

ở đây n là số tự nhiên.

Trước khi tìm nghiệm, ta hãy xét điều kiện ổn định động lực.

Theo [10, 11, 12] xét phương trình

$$\frac{d^2 z}{d\tau^2} + \Lambda z = \varepsilon [w(\tau)z + v(\tau) \frac{dz}{d\tau}]$$

trong đó

$$w(\tau) = w_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} (w_j \cos j\tau + W_j \sin j\tau), \quad v(\tau) = v_0 + 2 \sum_{j=0}^{\infty} (v_j \cos j\tau + V_j \sin j\tau). \quad (4.15)$$

ở trạng thái cộng hưởng $\Lambda = n^2$ điều kiện ổn định động lực là:

$$v_0 < 0, \quad n^2 v_0^2 > (W_{2n} - nV_{2n})^2 + (W_{2n} - nV_{2n})^2 - w_0^2. \quad (4.16)$$

Áp dụng cho phương trình thuần nhất của (4.13) ta có các hệ số trong khai triển (4.15) có dạng:

$$v_0 = -\eta \frac{m}{\Omega}, \quad w_0 = -\frac{m^2}{\Omega^2} (-\alpha \Omega^2 + g_0), \quad w_m = -\frac{m^2}{\Omega^2} g_1, \quad w_{2m} = -\frac{m^2}{\Omega^2} g_2,$$

còn tất cả các hệ số khác đều triệt tiêu.

Khi đó điều kiện ổn định (4.16) có dạng:

$$\eta > 0, \quad (4.17)$$

$$n^2 \frac{m^2}{\Omega^2} \eta^2 > W_{2n}^2 - \frac{m^4}{\Omega^4} (g_0 - \alpha \Omega^2)^2. \quad (4.18)$$

Trong các bài toán thực tế điều kiện (4.17) luôn thỏa mãn do $b_1 > 0$

Bây giờ ta tìm nghiệm của phương trình (4.13) dưới dạng:

$$q^{(1)} = q_0^{(1)} + \varepsilon q_1^{(1)}. \quad (4.19)$$

Thay (4.19) vào (4.13) rồi so sánh bậc của ε ta được:

$$\frac{d^2 q_0^{(1)}}{d\tau^2} + n^2 q_0^{(1)} = 0, \quad (4.20)$$

$$\frac{d^2 q_1^{(1)}}{d\tau^2} + n^2 q_1^{(1)} = \phi(\tau). \quad (4.21)$$

Nghiệm của (4.20) có dạng:

$$q_0^{(1)} = r_n \cos n\tau + R_n \sin n\tau \quad (4.22)$$

còn

$$\begin{aligned} \phi(\tau) = \frac{m^2}{\Omega^2} \{ & [H_1 \sin m\tau + H_2 \sin 2m\tau] + [\eta\Omega \frac{n}{m} r_n - (g_0 - \alpha\Omega^2) R_n] \sin n\tau + \\ & + [-\eta\Omega \frac{n}{m} R_n - (g_0 - \alpha\Omega^2) r_n] \cos n\tau - g_1 r_n [\cos(m+n)\tau + \cos(m-n)\tau] - \\ & - g_1 R_n [\sin(m+n)\tau - \sin(m-n)\tau] - g_2 r_n [\cos(2m+n)\tau + \cos(2m-n)\tau] - \\ & - g_2 R_n [\sin(2m+n)\tau - \sin(2m-n)\tau] \} \end{aligned}$$

Trong đó r_n, R_n được xác định từ điều kiện " Trong khai triển điều hòa của $\phi(t)$ thành phần điều hòa bậc n bị triệt tiêu ".

Từ đó ta dễ dàng tìm ra 3 khả năng cộng hưởng là $m = n, 2m = n, m = 2n$ và tính được r_n, R_n trong từng trường hợp cộng hưởng.

Cụ thể ta được bảng 1

Bảng 1

Khả năng cộng hưởng	Điều kiện ổn định (4.18)	Nghiệm (4.22)
$\Omega \approx \omega(m = n)$	$\eta^2 \Omega^2 > (\frac{\xi}{2})^2 - (\xi - \alpha\Omega^2)^2$	$r_n = -\eta\Omega \frac{dP_0}{D_1}$ $R_n = (\frac{3}{2}\xi - \alpha\Omega^2) \frac{dP_0}{D_1}$
$\Omega \approx \frac{\omega}{2}(2m = n)$	$\eta^2 \Omega^2 > -\frac{1}{4}(\xi - \alpha\Omega^2)^2$	$r_n = 2\eta\Omega \frac{\xi}{D_2}$ $R_n = -(\xi - \alpha\Omega^2) \frac{\xi}{D_2}$
$\Omega \approx 2\omega(m = 2m)$	$\eta^2 \Omega^2 > (dP_0)^2 - 4(\xi - \alpha\Omega^2)^2$	$r_n = R_n = 0$

Chú ý rằng α được xác định từ (4.14) và

$$D_1 = \eta^2 \Omega^2 + (\xi - \alpha\Omega^2)^2 - (\frac{\xi}{2})^2, \quad D_2 = 4\eta^2 \Omega^2 + (\xi - \alpha\Omega^2)^2.$$

Nghiệm ở xấp xỉ bậc không có dạng:

$$q^{(1)} = r_n \cos n\tau + R_n \sin n\tau = r_n \cos \frac{n}{m} \Omega t + R_n \sin \frac{n}{m} \Omega t.$$

Đến đây đã kết thúc bước lặp thứ nhất, ở các bước lặp tiếp theo ta tiến hành tương tự.

5. KẾT LUẬN

Một trong các phương pháp hiện đại nghiên cứu tính toán các hệ cơ học phức tạp là phương pháp tách cấu trúc. Trong bài báo này đã sử dụng phương pháp tách cấu trúc để thiết lập phương

trình dao động của cơ cấu cam, trong đó cam là vật rắn tuyệt đối, còn cần là thanh đàn hồi. Kết quả nhận được một hệ hỗn hợp phương trình đạo hàm riêng và phương trình vi phân thường.

Để giải hệ phương trình dao động loại này, đã đề ra một phương pháp lặp. Cuối cùng đã tính toán minh họa cho một ví dụ cụ thể.

Địa chỉ:
Trường đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 12/2/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Volmer J., und Autorenkollektiv. Getriebetechnik-Kurvengetriebe. VEB Verlag Technik, Berlin 1976.
2. Koster M. P. Vibrations of Cam Mechanisms. London 1974.
3. Roessler J. Dynamik von Mechanismen-Antriebssystemen im Textil und Verarbeitungsmaschinenbau. Diss. B, TH Karl - Marx - Stadt 1985.
4. Nguyen Van Khang. Zur numerischen Berechnung der periodischen Schwingungen ebener Mechanismen mit mehreren Freiheitsgraden. Proceedings of the XV. International Conference on Dynamics of Machines, Frankfurt/Oder, Part 2, p. 175 - 184.
5. Nguyen Van Khang. Dynamische Stabilitaet und periodische Schwingungen in Mechanismen. Diss. B, TH Karl - Marx - Stadt 1986.
6. Dresig H., Vulfson I. I. Dynamik der Mechanismen. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1988.
7. Pasin F. Ueber die kinetische Stabilitaet der Stoesselstange in Kurvengetrieben. Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 2, p. 151, 1983.
8. Fischer U., Stephan W. Prinzipien und Methoden der Dynamik. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1972.
9. Weigand A. Einfuehrung in die Berechnung mechanischer Schwingungen Band 3. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1962.
10. Nguyen Van Khang. Zur naeherungsweise Berechnung der dynamischen Stabilitaet der Bewegung ebener Koppelgetriebe. Maschinenbautechnik 27, H. 7, S. 310 - 312, Berlin 1978.
11. Nguyen Van Khang. Zur Berechnung der dynamischen Stabilitaetsbedingungen und periodischen Schwingungen ebener Koppelgetriebe. Rev. Roum. Sci. Techn. Mec. Appl., Tom 26, No. 4, p. 565 - 578, Bucarest 1981.
12. Nguyen Van Khang. Zur Berechnung der dynamischen Stabilitaetsbedingungen und periodischen Schwingungen in Mechanismen mit drehelastischer Antriebswelle. Theoretical and applied mechanics No. 1, p. 31 - 39, Sofia 1981.

РЕЗЮМЕ

О КОЛЕБАНИИ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С УПРУГИМ ТОЛКАТЕЛЕМ

В данной работе рассмотрена проблема вычисления колебания кулачкового механизма, в котором кулачок - твердое тело; толкатель - упругий однородный стержень, мотор соединенный с механизмом с упругим элементом. Используя метод под системы - современный метод, для составления уравнений колебаний, получили совместную систему дифференциальных и производных уравнений. Для решения этой системы предложен итерационный метод. Приведен пример.