

VỀ SỰ LAN TRUYỀN CỦA SÓNG PHI TUYẾN TRÊN KÊNH NGHIÊNG CÓ ĐÁY BIẾN ĐỔI TRƯỜNG HỢP $\chi \gg 1$

NGUYỄN VĂN ĐIỆP, PHẠM HÙNG

Trong các bài [3], [4] đã xét sự lan truyền của sóng phi tuyến yếu trên kênh nghiêng có đáy biến đổi khi $\chi = 0(1)$ ($\chi = \frac{H_0}{L_0 \sin \alpha}$, H_0 là độ sâu đặc trưng, L_0 là độ dài đặc trưng theo chiều dòng chảy, α là góc nghiêng của đáy sông so với phương nằm ngang). Trong bài này chúng tôi sẽ xét sự lan truyền của sóng phi tuyến yếu trên kênh nghiêng có đáy biến đổi khi $\chi \gg 1$.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

xét chuyển động của chất lỏng nhớt không nén được trên kênh nghiêng có đáy biến đổi (xem Hình 1). Hệ phương trình mô tả chuyển động nói trên có dạng (xem [1], [5])

$$\begin{aligned} h_t + (vh)_x &= 0, \\ v_t + vv_x + g(h + \phi)_x \cos \alpha &= g \sin \alpha - C_f \frac{v^2}{h}, \\ \phi_t + q_x &= 0; \quad q = q(v, h), \end{aligned} \tag{1.1}$$

trong đó h là độ sâu, v là vận tốc trung bình theo thiết diện, g gia tốc trọng trường, α góc nghiêng giữa đáy khi chưa bị kích động và phương nằm ngang. C_f là hệ số không thứ nguyên đặc trưng cho ma sát đáy. ϕ là mặt đáy, q là lưu lượng bùn cát đáy, được giả thiết là hàm đã biết của v, h .

Ta đưa vào các đại lượng không thứ nguyên:

$$v' = \frac{v}{\sqrt{gH_0}}, \quad h' = \frac{h}{H_0}, \quad q' = \frac{q}{q_0}, \quad \phi' = \frac{\phi}{H_0}, \quad x' = \frac{x}{L_0}, \quad t' = \frac{t \cdot \sqrt{gH_0}}{L_0}.$$

H_0 là độ sâu trung bình, L_0 là độ dài đặc trưng theo chiều dòng chảy, q_0 là lưu lượng bùn cát đặc trưng

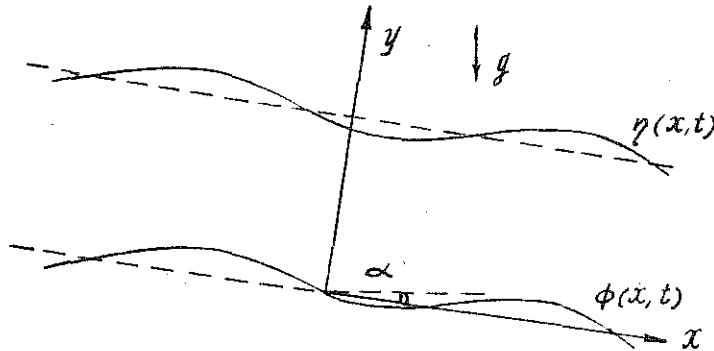
Hệ (1.1) được đưa về dạng không thứ nguyên:

(Để thuận tiện sẽ bỏ dấu (') chỉ các đại lượng không thứ nguyên)

$$\begin{aligned}
 h_t + (vh)_x &= 0, \\
 \chi(v_t + vv_x + (h + \phi)_x \cdot \cos \alpha) &= 1 - \frac{v^2}{F^2 h}, \\
 \phi_t + \beta q_x &= 0; \quad q = q(v, h).
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Trong đó

$$\chi = \frac{H_0}{L_0 \cdot \sin \alpha}, \quad \beta = \frac{q_0}{\sqrt{gH_0} \cdot H_0}; \quad F = \sqrt{\frac{\sin \alpha}{C_f}}.$$



Hình 1. Sơ đồ dòng chảy

Thông thường trên các sông $C_f \approx 10^{-3}$ (xem [5]), nếu ta chọn góc nghiêng $\alpha \approx 10^{-3}$ thì $F = 0(1)$, nếu $\frac{H_0}{L_0} \approx 10^{-1}$ thì $\chi \approx 10^{-2}$.

Ta ký hiệu $\varepsilon = \frac{1}{\chi}$.

Hệ (1.2) có dạng:

$$\begin{aligned}
 h_t + (vh)_x &= 0, \\
 v_t + vv_x + (h + \phi)_x \cdot \cos \alpha &= \varepsilon \left(1 - \frac{v^2}{F^2 h}\right), \\
 \phi_t + \beta q_x &= 0; \quad q = q(v, h).
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Hệ (1.3) có nghiệm dừng:

$$h = 1; \quad v = F; \quad \phi = 0.$$

Giả thiết rằng:

$$|\varepsilon| \ll |\beta| \ll 1.
 \tag{1.4}$$

Ta sẽ khảo sát sự biến thiên theo thời gian của các kích động bậc ε theo các trường hợp sau:

2. ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU LÀ CÁC HÀM CỤC BỘ

Giả thiết rằng tại thời điểm $t = 0$, $h(0, x)$, $v(0, x)$, $\phi(0, x)$ là các hàm cục bộ theo x (các hàm chỉ khác không trong một khoảng hữu hạn trên trục Ox)

Nghiệm của hệ (1.3) được tìm dưới dạng chuỗi tiệm cận:

$$h = 1 + \varepsilon h_0 + \varepsilon^2 h_1 + \dots, \quad v = F + \varepsilon v_0 + \varepsilon^2 v_1 + \dots, \quad \phi = \varepsilon \phi_0 + \varepsilon^2 \phi_1 + \dots \quad (2.1)$$

Xấp xỉ bậc ε cho hệ phương trình:

$$\bar{W}_{0t} + C_0 \cdot \bar{W}_{0x} = 0. \quad (2.2)$$

Trong đó

$$\bar{W}_0 = \begin{pmatrix} h_0 \\ v_0 \\ \phi_0 \end{pmatrix}, \quad C_0 = \begin{pmatrix} F & 1 & 0 \\ \cos \alpha & F & \cos \alpha \\ \beta \delta_1 & \beta \delta_2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$\delta_1 \equiv \left. \frac{\partial q}{\partial h} \right|_{h=1, v=F}; \quad \delta_2 \equiv \left. \frac{\partial q}{\partial v} \right|_{h=1, v=F}$$

Hệ (2.2) là hệ hyperbol với các hệ số là hằng số.

Nghiệm chung có dạng (xem [6]):

$$\bar{W}_0 = \sum_{n=1}^3 \bar{r}_n \cdot f_n(x - \lambda_n t), \quad (2.4)$$

f_n là các hàm cục bộ được xác định từ điều kiện ban đầu.

λ_n là các giá trị riêng của ma trận C_0 , \bar{r}_n , $\bar{\ell}_n$ là các vecteur riêng phải và trái của C_0 có dạng:

$$\bar{\ell}_n = \beta_n \left(1, \frac{\lambda_n \cdot (\lambda_n - F)}{(\lambda_n + \beta \delta_1) \cdot \cos \alpha}, \frac{\lambda_n - F}{\lambda_n + \beta \delta_1} \right); \quad \bar{r}_n = \alpha_n \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_n - F \\ -1 + \frac{(\lambda_n - F)^2}{\cos \alpha} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

α_n, β_n là các số thực bất kỳ.

Xấp xỉ bậc ε^2 có dạng:

$$\bar{W}_{1t} + C_0 \bar{W}_{1x} = -\bar{G}_0(\bar{W}_0, \bar{W}_{0x}) \quad (2.6)$$

trong đó

$$\bar{W}_1 = \begin{pmatrix} h_1 \\ v_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}, \quad \bar{G}_0 = \begin{pmatrix} (v_0 h_0)_x \\ v_0 v_{0x} + \frac{2v_0}{F} - \frac{h_0}{F^2} \\ \beta \delta_{11} h_0 h_{0x} + \beta \delta_{12} (v_0 h_0)_x + \beta \delta_{22} v_0 v_{0x} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$\delta_{11} \equiv \left. \frac{\partial^2 q}{\partial h^2} \right|_{h=1, v=F}; \quad \delta_{12} \equiv \left. \frac{\partial^2 q}{\partial h \partial v} \right|_{h=1, v=F}; \quad \delta_{22} \equiv \left. \frac{\partial^2 q}{\partial v^2} \right|_{h=1, v=F}$$

Ta xét phép đổi biến:

$$T = t, \quad \xi_n = x - \lambda_n t; \quad n = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

hệ phương trình (2.6) có dạng:

$$\bar{W}_{1T} - \lambda_n \cdot \bar{W}_{1\xi_n} + C_0 \cdot \bar{W}_{1\xi_n} = -\bar{G}_0. \quad (2.9)$$

Nhân hai vế với vecteur riêng trái tương ứng ta có:

$$\vec{\ell}_n \cdot \vec{W}_{1T} = -\vec{\ell}_n \cdot \vec{G}_0. \quad (2.10)$$

Từ (2.7) suy ra \vec{G}_0 là hàm của v_0, h_0, ϕ_0 . Từ (2.4) ta thấy nếu điều kiện ban đầu được cho dưới dạng hàm cục bộ theo x thì sau một thời gian nghiệm (2.4) sẽ tách ra làm 3 modes. Như vậy ứng với mỗi n , vế phải của (2.10) là hàm của ξ_n . Điều này dẫn đến kết quả vế trái sẽ tăng tuyến tính theo T .

Khó khăn này được khắc phục bằng phương pháp nhiễu cỡ thời gian (xem [6]). Ngoài thời gian nhanh $\tau_0 = T$, ta đưa vào thời gian chậm $\tau_1 = \varepsilon T$. Vế phải của phương trình (2.10) có thêm số hạng $-\vec{\ell}_n \cdot \vec{W}_{0\tau_0}$. Để cho vế trái không tăng tuyến tính theo τ_0 , cần thỏa mãn phương trình:

$$\vec{\ell}_n \cdot \vec{W}_{0\tau_0} + \vec{\ell}_n \cdot \vec{G}_0 = 0. \quad (2.11)$$

Thế $\vec{\ell}_n$ từ (2.5) và v_0, h_0, ϕ_0 từ (2.4), ta thu được kết quả đúng cho tất cả các modes

$$A_n f_{n\tau_1} + B_n f_{n\xi_n} + C_n f_n = 0, \quad (2.12)$$

trong đó

$$\begin{aligned} A_n &= 1 + \frac{\lambda_n \cdot (\lambda_n - F)^2}{(\lambda_n + \beta\delta_1) \cdot \cos \alpha} + \frac{(\lambda_n - F) \cdot ((\lambda_n - F)^2 - \cos \alpha)}{\cos \alpha \cdot (\lambda_n + \beta\delta_2)}, \\ B_n &= 2(\lambda_n - F) + \frac{\lambda_n \cdot (\lambda_n - F)^3}{(\lambda_n + \beta\delta_1) \cdot \cos \alpha} + \frac{\beta(\lambda_n - F)}{\lambda_n + \beta\delta_1} \cdot (\delta_{11} + 2\delta_{12}(\lambda_n - F) + \delta_{22}(\lambda_n - F)^2), \\ C_n &= \frac{2\lambda_n \cdot (\lambda_n - F) \left(\lambda_n - \frac{3F}{2}\right)}{F \cdot \cos \alpha (\lambda_n + \beta\delta_1)}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Ta xét phép biến đổi:

$$f_n = e^{-\frac{C_n}{A_n} \tau_1} \cdot \psi_n(\tau_1, \xi_n). \quad (2.14)$$

Trong đó ψ_n là hàm số chưa biết. Thế (2.14) vào (2.12) ta thu được phương trình cho ψ_n

$$\frac{A_n}{B_n} \cdot e^{\frac{C_n}{A_n} \tau_1} \cdot \psi_{n,\tau_1} + \psi_n \cdot \psi_{n,\xi_n} = 0. \quad (2.15)$$

Nghiệm của phương trình (2.15) được tìm cho 4 trường hợp:

Trường hợp 1:

$$\frac{C_n}{A_n} > 0, \quad \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} > 0,$$

khi đó bằng phép đổi biến

$$\hat{\tau}_1 = \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} \cdot (e^{\frac{C_n}{A_n} \tau_1} - 1); \quad \tau_1 \rightarrow \infty; \quad \hat{\tau}_1 \rightarrow \infty. \quad (2.16)$$

ta thu được phương trình

$$\psi_{n,\hat{\tau}_1} + \psi_n \cdot \psi_{n,\xi_n} = 0. \quad (2.17)$$

Trường hợp 2:

$$\frac{C_n}{A_n} < 0, \quad \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} < 0,$$

khi đó bằng phép đổi biến

$$\hat{\tau}_1 = -\frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} \cdot (1 - e^{\frac{C_n}{\lambda_n} \tau_1}); \quad \tau_1 \rightarrow \infty; \quad \hat{\tau}_1 \rightarrow -\frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n}. \quad (2.18)$$

ta thu được phương trình

$$\psi_{n, \hat{\tau}_1} + \psi_n \cdot \psi_{n, \xi_n} = 0. \quad (2.19)$$

Trường hợp 3:

$$\frac{C_n}{A_n} > 0, \quad \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} < 0,$$

sau đó bằng phép đổi biến

$$\hat{\tau}_1 = -\frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} \cdot (e^{\frac{C_n}{\lambda_n} \tau_1} - 1); \quad \tau_1 \rightarrow \infty; \quad \hat{\tau}_1 \rightarrow \infty. \quad (2.20)$$

ta thu được phương trình

$$\psi_{n, \hat{\tau}_1} - \psi_n \cdot \psi_{n, \xi_n} = 0. \quad (2.21)$$

Trường hợp 4:

$$\frac{C_n}{A_n} < 0, \quad \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} > 0,$$

khi đó bằng phép đổi biến

$$\hat{\tau}_1 = \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n} \cdot (1 - e^{\frac{C_n}{\lambda_n} \tau_1}); \quad \tau_1 \rightarrow \infty; \quad \hat{\tau}_1 \rightarrow \frac{A_n^2}{B_n \cdot C_n}. \quad (2.22)$$

ta thu được phương trình

$$\psi_{n, \hat{\tau}_1} - \psi_n \cdot \psi_{n, \xi_n} = 0. \quad (2.23)$$

Các sóng ở trường hợp 1 và 3 luôn ổn định phi tuyến. Các phương trình (2.17), (2.19) có tính chất $\psi_n = \text{const}$ trên đường đặc trưng

$$\frac{d\xi_n}{d\hat{\tau}_1} = \psi_n. \quad (2.24)$$

Các phương trình (2.21), (2.23) có tính chất $\psi_n = \text{const}$ trên đường đặc trưng

$$\frac{d\xi_n}{d\hat{\tau}_1} = -\psi_n. \quad (2.25)$$

Các phương trình (2.17), (2.21) đã được nghiên cứu kỹ trong Whitham [5].

λ_n là các giá trị riêng của ma trận (2.3), chúng cần thỏa mãn một phương trình bậc 3 mà trong điều kiện nhất định sẽ cho 3 nghiệm thực khác nhau (xem [4]). Nếu $\beta \ll 1$ thì có thể tìm được các nghiệm tiệm cận theo β

$$\begin{aligned} \lambda_n &= \lambda_n^{(0)} + \beta \lambda_n^{(1)} + O(\beta^2), \\ \lambda_1^{(0)} &= F + \sqrt{\cos \alpha}, \\ \lambda_2^{(0)} &= F - \sqrt{\cos \alpha}, \\ \lambda_3^{(0)} &= 0, \\ \lambda_1^{(1)} &= \frac{(\delta_1 + \delta_2 \sqrt{\cos \alpha}) \sqrt{\cos \alpha}}{2(F + \sqrt{\cos \alpha})}, \\ \lambda_2^{(1)} &= \frac{(\delta_1 - \delta_2 \sqrt{\cos \alpha}) \sqrt{\cos \alpha}}{2(F - \sqrt{\cos \alpha})}, \\ \lambda_3^{(1)} &= -\frac{\cos \alpha (F \cdot \delta_2 - \delta_1)}{F^2 - \cos \alpha}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Nếu mode thứ n ứng với giá trị riêng λ_n ; $n = 1, 2, 3$ thì từ (2.13) ta có các kết luận:

Mode thứ nhất cùng với sóng bề mặt luôn chuyển động theo chiều dòng chảy. Mode này luôn ổn định và là sóng ứng với trường hợp 1 nếu $\lambda_1 > 3F/2$, luôn mất ổn định và là sóng ứng với trường hợp 2 nếu $\lambda_1 < 3F/2$.

Ngoài ra nếu $\delta_1 + \delta_2\sqrt{\cos\alpha} > 0$ thì bùn cát làm tăng tính ổn định, nếu $\delta_1 + \delta_2\sqrt{\cos\alpha} < 0$ thì bùn cát làm giảm tính ổn định.

Mode thứ hai ứng với sóng bề mặt chuyển động theo chiều dòng chảy nếu dòng chảy xiết và ngược chiều dòng chảy nếu dòng chảy êm, luôn ổn định phi tuyến và là sóng ứng với trường hợp 3.

Mode thứ ba ứng với sóng cát, nếu $F\delta_2 - \delta_1 > 0$ thì mode này sẽ chuyển động xuôi dòng nếu dòng chảy êm, và ngược dòng nếu dòng chảy xiết. Sóng cát luôn ổn định phi tuyến. Nếu $B_3C_3 > 0$ thì là sóng ứng với trường hợp 1, nếu $B_3C_3 < 0$ thì ứng với trường hợp 3.

Như vậy ta thấy mode thứ hai và thứ ba luôn ổn định phi tuyến. Mode thứ nhất dễ mất ổn định và nhạy cảm với ảnh hưởng của bùn cát.

3. ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU BẤT KỲ

Với điều kiện ban đầu bất kỳ sẽ không có khả năng tách modes của (2.4). Khi đó hệ (2.6) không thể giải bằng phép đổi biến (2.8). Ở đây chúng tôi sử dụng phương pháp của Chikwendu, Kervorkian [2]. Xét phép biến đổi:

$$\vec{W}^* = \mathcal{R} \cdot \vec{W}^1; \quad \vec{W}^* = \begin{pmatrix} h^* \\ v^* \\ \phi^* \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

\vec{W}^* là vecteur cần tìm. \mathcal{R} là ma trận được tạo thành từ các vecteur riêng phải của C_0 (xem (2.5)). Sau khi đưa vào hai cỡ thời gian $\tau_0 = t$, $\tau_1 = \epsilon t$, thế (3.1) vào (2.6), ta thu được phương trình:

$$\vec{W}_{,\tau_0}^* + \mathcal{R}^{-1} \cdot C_0 \cdot \mathcal{R} \cdot \vec{W}_{,x}^* = -\mathcal{R} \cdot \vec{G}_0 - \mathcal{R}^{-1} \cdot \vec{W}_{0,\tau_1}^* \quad (3.2)$$

Do tính chất của vecteur riêng phải, ta có:

$$\mathcal{R}^{-1} \cdot C_0 \cdot \mathcal{R} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Sau một số phép tính toán đơn giản ta thu được hệ 3 phương trình:

$$\begin{aligned} h_{\tau_0}^* + \lambda_1 h_x^* &= \sum_{n=1}^3 r_{1n} g_n, \\ v_{\tau_0}^* + \lambda_2 v_x^* &= \sum_{n=1}^3 r_{2n} g_n, \\ \phi_{\tau_0}^* + \lambda_3 \phi_x^* &= \sum_{n=1}^3 r_{3n} g_n, \end{aligned} \quad (3.4)$$

Trong đó

$$\begin{aligned}
g_1 &= - \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 \alpha_n \alpha_m (f'_n f_m + f'_m f_n) - \sum_{n=1}^3 \alpha_n f_n \tau_1, \\
g_2 &= - \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 \alpha_n \alpha_m (\lambda_n - F) (\lambda_m - F) f_n f'_m - \frac{2}{F} \sum_{n=1}^3 \alpha_n (\alpha_n - F) f_n - \\
&\quad - \frac{1}{F^2} \sum_{n=1}^3 \alpha_n f_n - \sum_{n=1}^3 \alpha_n (\lambda_n - F) f_n \tau_1, \\
g_3 &= - \delta_{11} \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 \alpha_n \alpha_m f_n f'_m - \delta_{12} \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 \alpha_n \alpha_m (\lambda_n - F) (f'_n f_m + f'_m f_n) - \\
&\quad - \delta_{22} \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 (\lambda_n - F) (\lambda_m - F) f_n f'_m - \sum_{n=1}^3 \alpha_n \left(-1 + \frac{(\lambda_n - F)^2}{\cos \alpha} \right) f_n \tau_1, \\
r_{11} &= \left[(\lambda_2 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_3 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - (\lambda_3 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_2 - F)^2}{\cos \alpha} \right) \right] / \Delta, \\
r_{12} &= \left[\frac{(\lambda_2 - F)^2 - (\lambda_3 - F)^2}{\cos \alpha} \right] / \Delta, \\
r_{13} &= |\lambda_3 - \lambda_2| / \Delta, \\
r_{21} &= \left[(\lambda_3 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - (\lambda_1 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_3 - F)^2}{\cos \alpha} \right) \right] / \Delta, \\
r_{22} &= \left[\frac{(\lambda_3 - F)^2 - (\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right] / \Delta, \\
r_{23} &= |\lambda_1 - \lambda_3| / \Delta, \\
r_{31} &= \left[(\lambda_1 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_2 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - (\lambda_2 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right) \right] / \Delta, \\
r_{32} &= \left[\frac{(\lambda_2 - F)^2 - (\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right] / \Delta, \\
r_{33} &= |\lambda_2 - \lambda_1| / \Delta,
\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= (\lambda_2 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_3 - F)^2}{\cos \alpha} \right) + (\lambda_1 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_2 - F)^2}{\cos \alpha} \right) + (\lambda_3 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - \\
&\quad - (\lambda_2 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_1 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - (\lambda_3 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_2 - F)^2}{\cos \alpha} \right) - (\lambda_1 - F) \left(-1 + \frac{(\lambda_3 - F)^2}{\cos \alpha} \right).
\end{aligned}$$

Ký hiệu

$$\langle \cdot \rangle_n \equiv \lim_{\tau_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \langle \cdot \rangle d\tau, \quad \xi_n = \text{const}$$

ta thu được với $\xi_n = \text{const}$

$$\sum_{m=1}^3 r_{nm} \langle g_m \rangle_n = 0; \quad n = 1, 2, 3 \tag{3.6}$$

Các phương trình (3.6) mô tả sự biến thiên theo thời gian và tương tác phi tuyến giữa các modes f_n , $n = 1, 2, 3$. Các phương trình này là dạng tổng quát của các phương trình viết cho từng mode (2.12). Trong trường hợp điều kiện ban đầu được cho dưới dạng các hàm cục bộ, (2.12) được thu nhận từ (3.6) như một trường hợp riêng.

4. KẾT LUẬN

Bằng phương pháp nhiễu cỡ thời gian đã khảo sát sự lan truyền của sóng phi tuyến yếu trên kênh nghiêng có đáy biến đổi với $\chi \gg 1$. Đã chỉ ra rằng một kích động cục bộ bất kỳ luôn tách ra làm 3 modes. Đã thu nhận các phương trình mô tả sự biến thiên phi tuyến của các modes khi thời gian lớn. Đã nghiên cứu lời giải của các phương trình trên. Trong trường hợp điều kiện ban đầu bất kỳ đã thu nhận hệ 3 phương trình vi phân phi tuyến tổng quát mô tả sự tương tác giữa các modes khi thời gian lớn.

Địa chỉ:
Viện Cơ Viện KHVN

Nhận ngày 28/12/1989

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. D. J. Needham. The development of bed form disturbance in an alluvial river or channel. Journal of applied mathematics and physics. (ZAMP) vol. 39, January, 1988.
2. S. C. Chikwendu, J. Kervorkian. SIAM Journ. appl. math., 22, 235, 1972.
A perturbation method for hyperbolic equations with small nonlinearities.
3. Nguyễn Văn Điệp, Phạm Hùng. Mất ổn định và tương tác phi tuyến của dòng chảy trên kênh nghiêng có đáy biến đổi. Tạp chí Cơ học, số 1, 1990.
4. Phạm Hùng. Mất ổn định của sóng lan truyền trên kênh nghiêng có đáy biến đổi. Tạp chí Cơ học, số 2, 1990.
5. ДЖ. Уизем. Линейные и нелинейные волны, Мир. Москва 1977.
6. С. Лейбович, А. Р. Сибасс. Примеры диссипативных и диспергирующих систем, описываемых уравнениями Бюргера и Кортевега -де Вриза. В сборнике "нелинейные волны" под редакцией. С. Лейбовича и А. Сибасса, Мир. Москва 1977.

SUMMARY

ON THE PROPAGATION OF WEAK NONLINEAR WAVES IN THE ALLUVIAL INCLINED CHANNEL WHEN $\chi \gg 1$

The propagation of weak nonlinear waves in the alluvial inclined channel when $\chi \gg 1$ (here $\chi = H_0/L_0 \sin \alpha$, H_0 is the average depth, L_0 is the characteristic length along the flow, α is the inclined angle between the undisturbed bottom and the horizontal direction) is investigated by the multiscale method. It shows that arbitrary localized perturbations will be split in to three modes. The nonlinear differential equations describing the evolution of those modes are delivered. Their solutions are thus analysed.