

## LÝ THUYẾT KHUẾCH TÁN SUY RỘNG CỦA CHUYỂN ĐỘNG LƠ LỪNG CỦA BÙN CÁT TRONG DÒNG CHẢY CÓ ĐÁY BIẾN ĐỔI

NGUYỄN VĂN ĐIỆP, ĐẶNG HỮU CHUNG.

Chuyển động của bùn cát trong dòng chảy có đáy biến đổi là các quá trình phức tạp, đã và đang được tiếp tục thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu lý thuyết cũng như thực nghiệm.

Nhằm mô tả quá trình vận chuyển bùn cát đáy và biến đổi đáy, nhiều tác giả đã sử dụng hệ phương trình Saint-Venant một hoặc hai chiều có chú ý tới phương trình biến đổi đáy cùng với các công thức thực nghiệm hoặc bán thực nghiệm xác định dòng bùn cát đáy [1-3]. Ở đây, bùn cát lơ lửng đã không được chú ý đến.

Lý thuyết khuếch tán cổ điển đã được nhiều tác giả sử dụng nhằm xây dựng lý thuyết khuếch tán rối mô tả chuyển động của bùn cát lơ lửng [4-16].

Giả thiết cơ bản chứa đựng trong các lý thuyết này là việc phân biệt dòng vận tải bùn cát theo phương nằm ngang và theo phương thẳng đứng (theo chiều của trọng lực). Trong đó, tốc độ bùn cát theo phương nằm ngang bằng tốc độ của nước cộng với tốc độ do dòng khuếch tán rối, còn tốc độ bùn cát theo phương thẳng đứng có thêm một đại lượng bằng tốc độ lắng của bùn cát. Ở đây tốc độ lắng của bùn cát xác định từ thực nghiệm.

Cần nói thêm rằng, theo lý thuyết này kích động bùn cát sẽ lan truyền với tốc độ vô hạn, một điều không đúng với thực tế. Những điều này cùng với một số giả thiết khác không nêu ra ở đây cho ta thấy các lý thuyết trên có nhiều hạn chế.

Để nghiên cứu ảnh hưởng của sự vận chuyển bùn cát lơ lửng đến các quá trình bồi, xói đáy, nhiều tác giả đã sử dụng lý thuyết khuếch tán rối với các điều kiện biên khác nhau trên đáy [4-16] nhằm xác định sự biến đổi của phân bố nồng độ bùn cát theo chiều sâu, từ đó đánh giá sự biến đổi đáy.

Những bài toán hai chiều này thường hết sức phức tạp, tuy vậy cũng đã có nhiều cố gắng trong việc thử nghiệm một số bài toán thực tế. Trong bài báo này, các tác giả đã sử dụng lý thuyết khuếch tán suy rộng [17] nhằm xây dựng các mô hình mô tả chuyển động của chất lỏng mang bùn cát lơ lửng. Chuyển động của bùn cát trong lớp đáy được xác định bởi phương trình biến đổi đáy với dòng bùn cát đáy theo các công thức đã biết [1-16].

Đã chỉ ra các khả năng đóng kín hệ phương trình chuyển động một và hai chiều bằng các công thức thực nghiệm xác định chế độ và cường độ vận chuyển bùn cát.

## 1. LÝ THUYẾT KHUẾCH TÁN SUY RỘNG SỰ VẬN CHUYỂN BÙN CÁT 2 CHIỀU THEO PHƯƠNG THẲNG ĐỨNG

Ta giả thiết rằng bùn cát vận chuyển theo 2 cơ chế : cơ chế vận chuyển đáy trong lớp nước sát đáy với chiều dày là  $\varepsilon$  và cơ chế vận chuyển lơ lửng trong lớp nước từ  $\varepsilon$  tới mặt thoáng.

Chiều dày  $\varepsilon$  được coi là rất nhỏ và xác định từ thực tế hoặc từ các công thức bán thực nghiệm.

Để mô tả sự vận chuyển bùn cát lơ lửng ta sử dụng lý thuyết khuếch tán suy rộng đã được xây dựng trong [17].

Trong trường hợp khối lượng riêng của nước và bùn cát là không đổi, đã chỉ ra rằng việc chọn tốc độ trung bình theo thể tích làm tốc độ đặc trưng cho hỗn hợp sẽ đơn giản hóa một cách đáng kể bài toán nghiên cứu.

Lúc này, hệ phương trình chung mô tả chuyển động của nước và bùn cát lơ lửng có dạng sau đây:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} &= 0; \quad \vec{u} = c\vec{u}_s + (1-c)\vec{u}_w; \quad \rho = \rho_w + c(\rho_s - \rho_w); \\ \frac{dc}{dt} &= -\frac{1}{\rho_s} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}; \quad \vec{J} = \rho_s c(\vec{u}_s - \vec{u}); \quad \rho \vec{f} = \rho_s c \vec{f}_s + \rho_w (1-c) \vec{f}_w; \\ \rho \frac{d\vec{u}}{dt} &= \rho \vec{f} - \vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \tau - \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} \left[ \frac{d\vec{J}}{dt} + (\vec{J} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right]; \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\frac{\rho_s + c(\rho_w - \rho_s)}{\rho_s^2 c(1-c)} \cdot \alpha_T \left[ \frac{d\vec{J}}{dt} + (\vec{J} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right] + \vec{J} = \alpha_T \left[ \left( \vec{f}_s - \frac{\rho_w}{\rho_s} \vec{f}_w \right) - \left( 1 - \frac{\rho_w}{\rho_s} \right) \frac{d\vec{u}}{dt} \right] - \frac{\beta}{1-c} \vec{\nabla} c.$$

Trong hệ phương trình (1.1) ta có  $\vec{u}$  là tốc độ trung bình theo thể tích của hỗn hợp;  $\vec{u}_s$  và  $\vec{u}_w$  tốc độ của pha rắn và pha lỏng tương ứng;  $c$  - nồng độ thể tích của bùn cát,  $\rho_s$  và  $\rho_w$  - khối lượng riêng của pha rắn và pha lỏng tương ứng;  $\vec{J}$  - dòng khuếch tán suy rộng của bùn cát;  $\rho$  - khối lượng riêng trung bình của hỗn hợp;  $\vec{f}$ ,  $\vec{f}_s$  và  $\vec{f}_w$  là ngoại lực tác dụng lên 1 đơn vị khối lượng của hỗn hợp, pha rắn và pha lỏng tương ứng;  $p$  - áp suất;  $\tau$  - tenxơ ứng suất nhớt;  $\alpha_T$  và  $\beta$  là các hệ số xuất hiện trong phương trình xác định dòng khuếch tán suy rộng.

Cùng với việc cho biết dạng của tenxơ ứng suất nhớt, các điều kiện biên và điều kiện ban đầu tương ứng, hệ phương trình (1.1) cho phép xác định tốc độ của hỗn hợp và nồng độ thể tích của bùn cát.

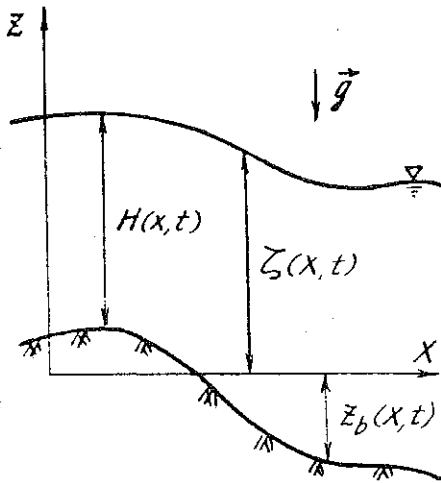
Trong dòng chảy 2 chiều trong mặt phẳng thẳng đứng (xem H.1), ta giả thiết rằng sự biến đổi theo thời gian của tốc độ, dòng khuếch tán theo phương thẳng đứng đủ nhỏ để có thể coi phân bố áp suất theo phương thẳng đứng là giả tĩnh. Lúc này, hệ phương trình chuyển động có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u w) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \\ - \frac{\gamma}{\rho_s} \left[ \frac{\partial J_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(J_x u) + \frac{\partial}{\partial z}(J_x w) + u \frac{\partial J_x}{\partial x} + w \frac{\partial J_x}{\partial z} \right], \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) + \frac{\partial}{\partial z}(cw) &= -\frac{1}{\rho_s} \left( \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (1.2)$$

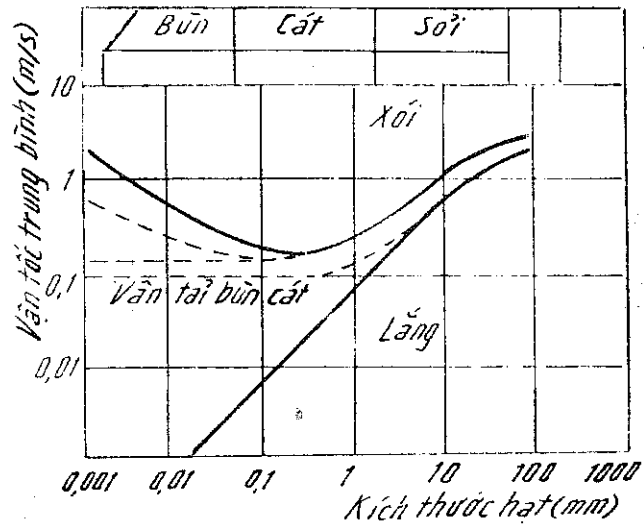
$$\frac{\partial J_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uJ_x) + \frac{\partial}{\partial z}(wJ_x) + \frac{\rho_s c}{\alpha_T} J_x = -\gamma c \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\rho_s c \beta}{\alpha_T} \frac{\partial c}{\partial x},$$

$$J_z = -\alpha_T \frac{\gamma}{\rho_s} g - \frac{\beta}{1-c} \frac{\partial c}{\partial z}; \quad \gamma = \rho_s - \rho_w.$$

Thành phần thứ nhất trong vế phải của phương trình cuối cùng của hệ (1.2) xác định dòng bùn cát chuyển động xuống đáy dưới tác dụng của lực trọng trường.



Hình 1. Hệ trục tọa độ Oxz



Hình 2. Miền phân chia các chế độ bồi, xói [18]

Nếu gọi tốc độ lắng của hạt là  $W$ , ta có thể xác định hệ số  $\alpha_T$  như sau:

$$\alpha_T = \frac{c \rho_s^2 W_*}{\gamma g}. \quad (1.3)$$

Hệ phương trình (1.2) đủ để tìm các đại lượng chưa biết như  $u$ ,  $w$ ,  $p$ ,  $J_x$ ,  $J_z$ ,  $c$  nếu cho trước các điều kiện biên tương ứng, dạng của tenxơ ứng suất nhớt và tốc độ lắng của hạt. Cần lưu ý rằng trong (1.2) ta đã bỏ đi một số số hạng nhỏ bậc cao.

Điều kiện biên trên mặt thoáng  $Z = \zeta(x, t)$  có dạng:

$$p = p_a; \quad J_z = 0; \quad \tau_c = \tau_{xz}, \quad w_c = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_c \frac{\partial \zeta}{\partial x}. \quad (1.4)$$

Ở đây  $p_a$  - áp suất khí quyển trên mặt thoáng,  $\tau_c$  - lực tác dụng của gió lên bề mặt của chất lỏng,  $\zeta(x, t)$  - chiều cao của mặt thoáng;  $u_c$  và  $w_c$  là các thành phần tốc độ trung bình theo thể tích của hỗn hợp trên mặt thoáng. Cần nói thêm rằng nếu ta dùng các tốc độ trung bình khác của hỗn hợp thì điều kiện biên động học trên mặt thoáng sẽ thay đổi.

Khó khăn nhất là việc thiết lập điều kiện biên trên đáy khi đồng thời có dòng vận chuyển lơ lửng và dòng vận chuyển đáy của bùn cát. Nếu gọi  $Z = Z_i(x, t)$  là chiều cao phân cách giữa lớp vận chuyển lơ lửng và lớp vận chuyển đáy, ta cần phải thiết lập các điều kiện biên tương ứng trên

$Z_i$ . Lúc này bài toán trở thành bài toán hai lớp hết sức phức tạp với khó khăn cơ bản là mô hình hóa sự vận chuyển bùn cát đáy.

Để khắc phục khó khăn trên, ở đây ta giả thiết là chiều cao  $Z_i$  đủ nhỏ để có thể chuyển các điều kiện biên trên mặt  $Z_i$  về các điều kiện biên trên mặt đáy  $Z_b(x, t)$ . Hay nói một cách khác chuyển động lớp đáy ảnh hưởng không đáng kể đến chuyển động của dòng chảy nói chung. Khi ấy, trên đáy biến đổi  $Z = Z_b(x, t)$  ta có thể thiết lập các điều kiện biên sau:

$$\tau_{xz} = \tau_b; \quad u = 0; \quad J_z = J_b. \quad (1.5)$$

Ở đây  $\tau_b$  là ma sát đáy,  $J_b$  dòng bùn cát trao đổi giữa lớp lơ lửng và lớp đáy được xác định bằng thực nghiệm.

Để xác định sự biến đổi đáy ta giả thiết có phương trình sau đây:

$$\frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial G_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_s} J_b. \quad (1.6)$$

Trong (1.6)  $G_x$  là dòng bùn cát đáy theo chiều  $x$ , được xác định theo các công thức thực nghiệm hoặc bán giải tích.

Hệ (1.2) cùng với các điều kiện (1.4)-(1.6) cho phép ta xác định trường dòng chảy, trường phân bố nồng độ thể tích bùn cát lơ lửng và biến hình lòng dẫn trong trường hợp cho biết  $\tau_b$ ,  $J_b$ ,  $G_x$ .

## 2. LÝ THUYẾT KHUẾCH TÁN SUY RỘNG DÒNG CHẢY MỘT CHIỀU MANG Bùn CÁT LƠ LỬNG VÀ Bùn CÁT ĐÁY

Trong nhiều bài toán thực tế, thay vì sử dụng hệ phương trình dòng chảy hai chiều (1.2) với các điều kiện (1.4)-(1.6) ta cần phải thu nhận hệ phương trình một chiều bằng cách trung bình hóa (1.2) theo chiều cao từ đáy tới mặt thoáng [1-3]. Lúc này ta có hệ phương trình xác định dòng chảy một chiều mô tả vận tải bùn cát lơ lửng, bùn cát đáy với biến hình lòng dẫn như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(HU) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{\rho u} H \bar{\rho} U) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{\rho uu} H \bar{\rho} U^2) + \frac{1}{2} g H^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + g H \bar{\rho} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\gamma}{\rho_s} H U \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} - \frac{\gamma}{\rho_s} U J_b + \\ &+ g H \rho_b \frac{\partial Z_b}{\partial x} + \tau_b = -\frac{\gamma}{\rho_s} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(H \bar{J}_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{u J_x} H \bar{J}_x U) \right], \\ \frac{\partial}{\partial t}(H \bar{C}) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{uc} H \bar{C} U) &= -\frac{1}{\rho_s} \left( H \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} - J_b \right), \\ \frac{\partial}{\partial t}(H \bar{J}_x) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{u J_x} H \bar{J}_x U) + \frac{1}{k} \alpha_{c J_x} \bar{J}_x H \bar{C} &= -\gamma \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{uc} H \bar{C} U) + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{c uu} H \bar{C} U^2) \right] - \\ &- \frac{\gamma U}{\rho_s} \left( H \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} - J_b \right) - D H \bar{C} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}, \\ \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial G_x}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho_s} J_b, \\ \frac{1}{k} &= \frac{\rho_s}{\alpha_T}; \quad D = \frac{\beta}{\alpha_T} \rho_s. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Hệ (2.1) đủ để xác định các ẩn hàm  $H, U, \bar{J}_x, \bar{C}$  và  $Z_b$ ,

Ở đây  $H$  là độ sâu mực nước,  $U$  - tốc độ trung bình theo chiều sâu của dòng chảy,  $\bar{\rho}$  - mật độ khối lượng trung bình của hỗn hợp,  $\bar{J}_x$  - dòng khuếch tán suy rộng trung bình theo chiều sâu,  $\bar{C}$  - nồng độ thể tích bùn cát trung bình theo chiều sâu. Chúng được xác định theo công thức:

$$\bar{A}(x, t) = \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} A(x, z, t) dz \quad (2.2)$$

Các hệ số điều chỉnh trong (2.1) có dạng sau đây:

$$\begin{aligned} \alpha_{\rho u} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_\rho}{\rho}\right) (1 + f_u) dz, & \alpha_{\rho u u} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_\rho}{\rho}\right) (1 + f_u)^2 dz, \\ \alpha_{u c} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_\rho}{\gamma \bar{C}}\right) (1 + f_u) dz, & \alpha_{u J_x} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_J}{J_x}\right) (1 + f_u) dz, \\ \alpha_{c u u} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_\rho}{\gamma \bar{C}}\right) (1 + f_u)^2 dz, & \alpha_{c J_x} &= \frac{1}{H} \int_{z_b}^{\zeta} \left(1 + \frac{f_\rho}{\gamma \bar{C}}\right) \left(1 + \frac{f_J}{J_x}\right) dz \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ở đây ta đã đưa vào các giả thiết sau:

$$\begin{aligned} \rho(x, z, t) &= \bar{\rho}(x, t) + f_\rho(z, t), \\ J_x(x, z, t) &= \bar{J}_x(x, t) + f_J(z, t), \\ u(x, z, t) &= U(x, t) [1 + f_u(z, t)], \\ c(x, z, t) &= \bar{C}(x, t) \left[1 + \frac{f_c}{\bar{C}}\right]. \end{aligned}$$

Nếu các hệ số điều chỉnh có thể cho bằng 1, ta sẽ thu được hệ phương trình đơn giản sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + H \frac{\partial U}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{2} g H \frac{\gamma}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + g \frac{\rho_b}{\bar{\rho}} \frac{\partial Z_b}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\gamma}{\bar{\rho} \rho_*} \left( \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} \right) &= -g \frac{U|U|}{C^2 H}, \\ \frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_*} \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} &= \frac{1}{H \rho_*} J_b, \\ \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{J}_x}{\partial x} + \gamma \bar{C} \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} \right) + D \bar{C} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} &= -\frac{\bar{C}}{k} \bar{J}_x, \\ \frac{\partial Z_b}{\partial t} + \frac{\partial G_x}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho_*} J_b. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Trong (2.4) ta đã sử dụng công thức xác định ma sát đáy:

$$\tau_b = g \bar{\rho} \frac{U|U|}{C^2} \quad (2.5)$$

với  $C$  - hệ số Chezy.

### 3. CÁC CÔNG THỨC THỰC NGHIỆM XÁC ĐỊNH DÒNG BÙN CÁT

Rõ ràng rằng các hệ phương trình thu nhận được trong phần 1 và 2 sẽ không đóng kín nếu không cho dạng của các dòng bùn cát  $G_x$  và  $J_b$ .

Trước tiên ta giả thiết rằng tác động của dòng chảy lên đáy được biểu hiện qua lực ma sát đáy  $\tau_b$ . Thực nghiệm cho thấy tồn tại các giá trị tới hạn  $\tau_{cd}$ ,  $\tau_{cr}$ ,  $\tau_{ce}$  [15] trong đó:

$$\tau_{cd} < \tau_{cr} < \tau_{ce} \quad (3.1)$$

Các giá trị tới hạn này xác định chế độ cũng như cường độ dòng vận chuyển bùn cát. Ta có các trường hợp sau đây:

1) Ma sát đáy  $\tau_b$  thỏa mãn bất đẳng thức:

$$|\tau_b| \leq \tau_{cd} < \tau_{cr} < \tau_{ce} \quad (3.2)$$

Lúc này không có dòng vận chuyển bùn cát đáy, nghĩa là  $G_x = 0$ , chỉ có sự lắng đọng của bùn cát dưới tác dụng của trọng trường, và công thức tính dòng lắng đọng đó có dạng:

$$J_b = -\left(\frac{dm}{dt}\right)_d = -\rho_s C_b W_s \left(1 - \frac{|\tau_b|}{\tau_{cd}}\right); \quad G_x = 0, \quad (3.3)$$

với  $C_b$  - nồng độ thể tích của bùn cát đáy.

2) Ma sát đáy  $\tau_b$  thỏa mãn bất đẳng thức

$$\tau_{cd} < |\tau_b| \leq \tau_{cr} < \tau_{ce}$$

Lúc này không có dòng lắng đọng cũng như dòng vận chuyển đáy của bùn cát, nghĩa là:

$$J_b = 0; \quad G_x = 0 \quad (3.4)$$

3) Ma sát đáy  $\tau_b$  thỏa mãn bất đẳng thức.

$$\tau_{cd} < \tau_{cr} < |\tau_b| \leq \tau_{ce} \quad (3.5)$$

Lúc này ta có:

$$J_b = 0; \quad G_x > 0 \quad (3.6)$$

Nghĩa là trong trường hợp này chỉ tồn tại dòng vận chuyển bùn cát đáy và không có tương tác giữa bùn cát lơ lửng và bùn cát đáy. Các công thức xác định  $G_x$  có thể tìm thấy trong nhiều công trình.

4) Ma sát đáy  $\tau_b$  thỏa mãn bất đẳng thức

$$\tau_{cd} < \tau_{cr} < \tau_{ce} < |\tau_b| \quad (3.7)$$

Trong trường hợp này dòng bùn cát đáy được chuyển thẳng vào dòng bùn cát lơ lửng. Tốc độ xói đáy được xác định như sau:

$$J_b = \left(\frac{dm}{dt}\right)_e = M_e \left(\frac{|\tau_b|}{\tau_{ce}} - 1\right); \quad G_x = 0. \quad (3.8)$$

Trong các công thức trên ta cần phải biết cho từng trường hợp tính toán cụ thể các giá trị  $C_b$ ,  $M_e$ ,  $\tau_{cd}$ ,  $\tau_{cr}$ ,  $\tau_{ce}$ . Có thể tìm thấy các giá trị này trong một số công trình đã có.

#### 4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này chúng tôi đã sử dụng lý thuyết khuếch tán suy rộng [17] nhằm xây dựng các mô hình toán học mô tả chuyển động của dòng mang bùn cát lơ lửng 1 và 2 chiều và có chú ý đến sự trao đổi giữa bùn cát lơ lửng và bùn cát đáy. Đã chỉ ra các khả năng đóng kín hệ phương trình chuyển động 1 và 2 chiều bằng các công thức thực nghiệm xác định chế độ và cường độ vận chuyển bùn cát.

Địa chỉ:  
Viện Cơ Viện KHVN

Nhận ngày 2/1/1990

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. J. A. Cunge, F. M. Holly, A. Verwey. Practical aspects of computational river hydraulics. London 1980.
2. J. A. Cunge and N. Perdreau. Mobile bed fluvial mathematical models. La Houille blanche No. 7, 1973.
3. River Morphology Delft hydraulics laboratory. September, 1986.
4. Leo C. Van Rijn. Mathematical modelling of suspended sediment in nonuniform flow. J. of Hydraulics engineering, Vol. 112, No. 6, 1986.
5. Leo C. Van Rijn. Sedimentation of a dredged channels by currents and waves, J. of waterway, Port, Coastal and ocean engineering, Vol. 112, No. 5, September, 1986.
6. Kerssens, P. J. M., and Rijn, L. C. Van. Model for non-steady suspended sediment transport. Proc. 18<sup>th</sup> IAHR congress, Vol. 1, Baden-baden, W. Germany, 1977.
7. Kerssens, P. J. M., Prins, A., and Rijn, L. C. Van. Model for suspended sediment transport. J. of the hydraulic division ASCE, HY 5, 1979.
8. Rijn, L. C. Van. Model for sedimentation predictions. Proc., 19<sup>th</sup> IAHR Congress, Vol. 2, New Delhi, India, 1980.
9. Z. B. Wang and J. S. Ribberink. The validity of a depth-integrated model for suspended sediment transport. J. of hydraulic research, Vol. 24, No. 1, 1986.
10. N. Struiksmá. Prediction of 2-D bed topography in rivers. J. of Hydr. Eng. ASCE Vol. 3, No. 8, 1985.
11. N. Struiksmá, K. W. Olesen, C. Floksta and H. J. de Vriend. Bed deformation in alluvial channel bends. J. of Hydr. Resea. IAHR, Vol. 23, No. 1, 1985.
12. R. Galappatti and C. V. Vreugdenbil. A depth-integrated for suspended sediment transport. J. of Hydr. Research, IAHR, Vol. 23, No. 4, 1985.
13. Harvey E. Jobson, William W. Sayre. Predicting concentration profiles in open channels. J. of Hydr. Division, ASCE, Vol. 96, No. 10, October, 1970.
14. William W. Sayre. Dispersion of silt particles in open channel flow. J. of Hydr. Division, ASCE, Vol. 95, No. 3, 1969.
15. N. V. M. Odd, M. W. Owen. The simulation of mud transport in estuaries. Water-Pollution Research, Technical Paper No. 13, 1973.
16. С. М. Анцыферов, Р. Д. Косьян. Взвешенные наносы в верхней части шельфа. Наука, М. 1986.
17. Нгуен Ван Дьеп. К обобщенной диффузионной теории смесей. Успехи механики, вып. 1/2, том 2, 1988.
18. Д. М. Мак-Доуэлл, Б. А. Океннор. Гидравлика приливных устьев рек. М., 1982.  
(Xem tiếp trang 28)