

XÁC ĐỊNH ĐỘ DÀY CỦA VỎ TRÒN XOAY KHÔNG CHỊU UỐN LÀM TỪ VẬT LIỆU PHI ĐÀN HỒI DƯỚI TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG CHO TRƯỚC

NGÔ HƯƠNG NHU

Trong thiết kế người ta thường gắng tạo ra vỏ làm việc trong trạng thái không sinh ra ứng suất uốn. Ở trạng thái này vật liệu của vỏ được sử dụng một cách tối ưu nhất.

Điều kiện không chịu uốn của vỏ có thể được điều chỉnh qua các thông số hình học như độ dày, hình dạng đường sinh của vỏ. Vấn đề này đã được nghiên cứu trong một số công trình [1, 2]. Đối với vỏ làm từ vật liệu phi đàn hồi các bài toán dạng này mới được giải với một số dạng tải trọng đơn giản như tải trọng phân bố đều theo hướng pháp tuyến, tải trọng trên biên song song với trục quay của vỏ [3].

Bài này nhằm tìm qui luật thay đổi độ dày của vỏ tròn xoay làm từ vật liệu phi đàn hồi chịu tải trọng cho trước theo cả hướng pháp tuyến và tiếp tuyến với đường sinh của vỏ và tải trọng trên biên. Bài toán được đặt ra và giải quyết theo lý thuyết vỏ hình học tuyến tính với giả thiết các điều kiện biên và ngoại lực không gây nên ứng suất uốn trong vỏ. Thí dụ cụ thể được xét với vỏ cầu. Các kết quả số nhận được cho phép đánh giá độ ảnh hưởng của mức phi tuyến đàn hồi đến độ dày của vỏ.

1. CÁC HỆ THỨC CƠ BẢN

Từ điều kiện ngoại lực và điều kiện biên không gây ứng suất uốn trong vỏ ta nhận được điều kiện không chịu uốn của vỏ tròn xoay dưới dạng các thành phần biến dạng [3]:

$$\frac{d}{dr^*}(\varepsilon_{\varphi} r^*) = \varepsilon_S \quad (1.1)$$

Các thành phần biến dạng này được liên hệ với thành phần nội lực trong vỏ theo qui luật phi đàn hồi sau [3]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_S &= \frac{1}{2Gh^*(1+\nu)} \left\{ (T_S^* - \nu T_{\varphi}^*) + \frac{2(1+\nu)g_2}{27G^2h^*} [T_S^{*3} + (T_S^* - T_{\varphi}^*)^3] \right\}, \\ \varepsilon_{\varphi} &= \frac{1}{2Gh^*(1+\nu)} \left\{ (T_{\varphi}^* - \nu T_S^*) + \frac{2(1+\nu)g_2}{27G^2h^*} [T_{\varphi}^{*3} + (T_{\varphi}^* - T_S^*)^3] \right\}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

ở đây hằng số g_2 - thể hiện mức phi đàn hồi của vật liệu, nội lực T_S^* , T_φ^* được tính qua các ngoại lực tác động lên vỏ nhờ việc giải hệ phương trình cân bằng đối với vỏ tròn xoay không chịu uốn dưới tác dụng của lực đối xứng trục:

$$\begin{aligned} T_S^* &= \frac{1}{r^*} \left[\int_{r_H^*}^{r^*} r^* \left(Z^* + \frac{X^*}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) dr^* + C^* \right] \eta, \\ T_\varphi^* &= r^* \eta Z^* + \left[\int_{r_H^*}^{r^*} r^* \left(Z^* + \frac{X^*}{\sqrt{\eta^2 - 1}} \right) dr^* + C^* \right] \frac{d\eta}{dr^*}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$\eta = \sec\theta$, θ - góc giữa tiếp tuyến với đường sinh và trục quay của vỏ.

Từ hệ (1.1) và (1.2) coi độ dày $h^* = h^*(r^*)$; r^* là khoảng cách từ một điểm trên đường sinh đến trục quay của vỏ ta nhận được phương trình vi phân bậc nhất đối với hàm $h^*(r^*)$. Chuyển các đại lượng trong phương trình này về dạng không thứ nguyên:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{Z^* R}{G h_H^*}, & X &= \frac{X^* R}{G h_H^*}, & C &= \frac{C^* R}{G h_H^*}, & r &= \frac{r^*}{R}, & h &= \frac{h^*}{h_H^*}, \\ T_\varphi^* &= \frac{T_\varphi^*}{G h_H^*}, & T_S &= \frac{T_S^*}{G h_H^*}, & \lambda &= \frac{2g_2}{27H}, & H &= 0,98 \cdot 10^6. \end{aligned}$$

Phương trình nhận được sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{dh}{h dr} \left[\frac{r}{1+\nu} (T_\varphi - \nu T_S) + \frac{3H\lambda r}{h^3} (T_\varphi^3 + (T_\varphi - T_S)^3) \right] - \frac{\lambda H}{h^2} \frac{d}{dr} \left[r (T_\varphi^3 + (T_\varphi - T_S)^3) \right] + \\ + \frac{\lambda H}{h^2} (T_S^3 + (T_S - T_\varphi)^3) = \frac{1}{1+\nu} \left\{ \frac{d}{dr} (r(T_\varphi - \nu T_S)) - (T_S - \nu T_\varphi) \right\}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Giải phương trình trên bằng phương pháp phân tích theo tham số bé:

$$h(r) = h_0 + \lambda h_1 + \lambda^2 h_2 + O(\lambda^3)$$

nghiệm nhận được sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} h(r) &= h_H \frac{r}{r_H} \left| \frac{T_\varphi - \nu T_S}{T_\varphi^H - \nu T_S^H} \right| \exp \left\{ - \int_{r_H}^r \frac{T_S - \nu T_\varphi}{r (T_\varphi - \nu T_S)} dr \right\} + \\ &+ \lambda \exp \left(- \int_{r_H}^r a(r) dr \right) \left[\int_{r_H}^r f_1(r) \exp \left(\int_{r_H}^r a(r) dr \right) dr \right] + \\ &+ \lambda^2 \exp \left(- \int_{r_H}^r a(r) dr \right) \left[\int_{r_H}^r f_2(r) \exp \left(\int_{r_H}^r a(r) dr \right) dr \right] + O(\lambda^3) \end{aligned} \quad (1.5)$$

ở đây T_φ^H , T_S^H , h_H - giá trị của T_φ , T_S , h tại $r = r_H$

$$a(r) = 2 \frac{dh_0}{h_0 dr} - \frac{3}{T_\varphi - \nu T_S} \frac{d}{dr} (T_\varphi - \nu T_S) + \frac{3(T_S - \nu T_\varphi)}{r(T_\varphi - \nu T_S)} - \frac{3}{r},$$

$$f_1(r) = (1 + \nu) \left\{ - \frac{3Hdh_0}{h_0^2 dr} \frac{T_\varphi^3 + (T_\varphi - T_S)^3}{T_\varphi - \nu T_S} + \frac{H}{(T_\varphi - \nu T_S)h_0} \frac{d}{dr} [T_\varphi^3 + (T_\varphi - T_S)^3] - \frac{(T_S^3 - T_\varphi^3 + 2(T_S - T_\varphi)^3)H}{r h_0 (T_\varphi - \nu T_S)} \right\},$$

$f_2(r)$ - có dạng hiển trong [3] h_0, h_1, h_2 là hệ số của các thừa số $\lambda^0 \lambda^1 \lambda^2$

2. XÁC ĐỊNH ĐỘ DÀY CỦA VỎ CẦU

Kết phần vỏ cầu giới hạn bởi $r = R_0$ và $r = R_A$. Giả sử tại biên $r = R_A$ và $r = R_0$ tác dụng lực song song với trục quay và phân bố đều theo biên vỏ (h.1). Biên của vỏ được gia cố sao cho thỏa mãn điều kiện phi moment. Ngoài ra vỏ còn chịu tác dụng của lực theo phương pháp tuyến và tiếp tuyến dạng:

$$Z^* = \sum_{k=-1}^n q_k^*(r^*)^k, \quad X^* = \frac{A}{r^*}$$

Khi đó tích phân (1.3) nhận được các biểu thức nội lực dưới dạng không thứ nguyên:

$$T_S = \frac{R}{r^2} \left[\sum_{k=-1}^n q_k \frac{r^{k+2} - r_0^{k+2}}{K+2} - A(\sqrt{R^2 - r^2} - \sqrt{R^2 - r_H^2}) + C \right],$$

$$T_\varphi = RZ - T_S.$$

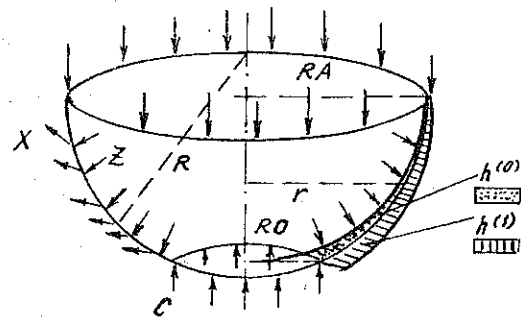
Đặt T_S, T_φ vào (1.5) xây dựng chương trình tính các biểu thức trên, trong đó tích phân được tính theo công thức gần đúng Gauss.

Nhận xét rằng nếu trong (1.2) $g_2 = 0$ ta có định luật đàn hồi Húc đối với vỏ đẳng hướng và trong phương trình (1.4) λ sẽ nhận giá trị $= 0$. Vì vậy tiệm cận bậc 0 chính là độ dày của vỏ đẳng hướng. Khi có kể đến tính chất phi đàn hồi của vật liệu $g_2 \neq 0$ tiệm cận thứ nhất của độ dày vỏ có dạng: $h^{(1)}(r) = h_0 + \lambda h_1$

Kết quả tính đối với tiệm cận bậc 0 và tiệm cận bậc 1 khi vỏ cầu làm từ vật liệu đồng nhôm có bán kính biên trên $R_A = 0,9$, biên dưới $R_0 = 0,2$ với các đặc trưng hình học và vật liệu: $h_H = 0,05$, $g_2 = 0,04 \cdot 10^6$, $G = 0,477 \cdot 10^5 \mu H/m^2$, $C = 0,03$, $n = 4$, $q_{-1} = 0,001$, $q_0 = 0,002$, $q_1 = 0,003$, $q_2 = 0,004$, $A = 0,001$, $H = 0,98 \cdot 10^6$, $R^* = 1m$ là (bảng 1):

Bảng 1

r	$h^{(0)}(r)$	$h^{(1)}$
0,3	0,034	0,134
0,4	0,0263	0,103
0,5	0,0219	0,0798
0,6	0,0194	0,066
0,7	0,0181	0,058



Hình 1

Rõ ràng khi có kể đến tính phi đàn hồi của vật liệu, độ dày của vỏ cầu trong trường hợp này $h^{(1)}$ tăng lên đến hơn 3 lần so với $h^{(0)}$ độ dày của vỏ từ vật liệu đàn hồi và vẫn thỏa mãn điều kiện đối với vỏ mỏng.

KẾT LUẬN

Vỏ làm việc trong điều kiện không chịu uốn của vật liệu phi đàn hồi theo định luật (1.2) cần có độ dày lớn hơn vỏ của vật liệu đàn hồi với các điều kiện lực tác động theo hướng pháp, tiếp và song song với trục quay của vỏ.

Địa chỉ:
Viện Cơ Viện KHVN

Nhận ngày 20/8/1990

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Мартыненко М. Д. ДАН БССР, Т. 16, с. 499-501, 1972.
2. Гуревич В. М., Калинин В. С. ДАН СССР, Т. 256, № 5, с. 1085-1088, 1981.
3. Мартыненко М. Д., Нго Хыонг Нью. Мат.-физика и нелинейная механика. Выпуск 10(44), с. 66-71, Киев 1988.

РЕЗЮМЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ ТОЛЩИНЫ БЕЗЫЗГИБНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО МАТЕРИАЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗАДАННЫХ НАГРУЗОК

В работе выведено дифференциальное уравнение для определения толщины безызгибных оболочек вращения, изготовленных из нелинейно-упругого материала под действием нормальных, касательных и параллельных оси вращения нагрузок. Неявное решение получено методом малого параметра. Конкретное решение получено с помощью ЭВМ для сферического пояса. Задача решена в рамках геометрически линейной теории оболочек с условием: Заданные нагрузки и граничные условия не вызывают в оболочке изгибных напряжений.

Ban chấp hành Hội chuyên ngành
CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG
khóa II (1991 - 1996)
bầu ngày 2/9/1991

GS TS Đào Huy Bích (phó chủ tịch), GS PTS Nguyễn Đức Cán (phó chủ tịch), TS Nguyễn Văn Cận, GS TS Phạm Kinh Cường, GS TS Hà Huy Cường, PTS Trần Chung, TS Nguyễn Văn Hoi, GS TS Phạm Hồng Giang, PTS Lê Viết Giảng, GS PTS Nguyễn Văn Hường, PTS Nguyễn Văn Huân, PTS Phạm Hồng, GS TS Nguyễn Như Khải, PTS Nguyễn Xuân Lưu, PTS Phan Lê, TS Phạm Văn Lợi, PTS Thái Nguyễn Bạch liên, PTS Bùi Đình Nghi, PTS Nguyễn Văn Phó, TS Phan Kỳ Phùng (phó chủ tịch), PTS Đào Văn Phụ, PTS Đặng Hữu Quý, GS TS Đỗ Sơn, PTS Vũ Văn Thế, PTS Dư Quốc Thịnh, GS TS Nguyễn Hoa Thịnh (chủ tịch), PTS Nguyễn Thanh Thịnh, PTS Phan Vị Thủy, GS PTS Lều Thọ Trình, GS PTS Nguyễn Thược, GS PTS Nguyễn Văn Vượng (phó chủ tịch kiêm tổng thư ký).